

学校代号 10532

学 号 S160100040

分 类 号 TU375.4

密 级 公 开



湖南大学  
HUNAN UNIVERSITY

## 硕士学位论文

# 基于动态转角测量技术的框架结构 参数识别与广义模态柔度理论

学位申请人姓名 曾雅丽思

培 养 单 位 土木工程学院

导师姓名及职称 周云教授

学 科 专 业 结构工程

研 究 方 向 结构健康监测

论文提交日期 2019年6月16日

学校代号：10532

学 号：S160100040

密 级：公开

湖南大学硕士学位论文

# 基于动态转角测量技术的框架结构参数 识别与广义模态柔度理论

国家自然科学基金(51878264)

长沙市科技计划项目(kq1801010)

学位申请人姓名：曾雅丽思

导师姓名及职称：周云教授

培 养 单 位：土木工程学院

专 业 名 称：结构工程

论文提交日期：2019年6月16日

论文答辩日期：2019年6月19日

答辩委员会主席：易伟建教授

Parameter identification and generalized modal flexibility theory of  
frame structure based on dynamic angle measurement

by

ZENG Yalisi

B.E. (Xiangtan University) 2016

A thesis submitted in partial satisfaction of the

Requirements for the degree of

Master of Engineering

in

Structural Engineering

in the

Graduate School

of

Hunan University

Supervisor

Professor ZHOU Yun

June, 2019



## 摘 要

针对结构识别算法应用于实际工程时，结构的转动信息难于准确测量及转角自由度通常容易被忽略的问题，本文研究了使用陀螺仪转角传感器测量动态信号的方法，基于动转角测量技术识别了结构的物理参数和模态柔度。具体研究内容如下：

(1) 针对结构转动响应信息测量困难这一问题，提出采用商业级的微机电 (MEMS) 陀螺仪传感器测量角度和角速度响应，对市场上现有的 MEMS 陀螺仪传感器进行了调研，介绍了 HWT901B 陀螺仪传感器的基本工作原理。通过数值模拟和试验研究，依据由平动响应信息拟合转动响应的原理，以门式钢框架结构的柱构件为试验对象，验证了 MEMS 陀螺仪传感器的静态精度和动态精度，为后续的静载试验和模态试验提供支持。

(2) 对响应信息不完备条件下的结构物理参数识别的时域方法进行理论公式推导。对一座 4 层框架结构进行算例分析，设置通过广义逆方法重构转角和采用转角真实值两种工况，在已知输入信息条件下，基于最小二乘递推算法进行了结构物理参数识别，验证了理论推导的正确性。同时物理参数识别的结果表明采用广义逆方法重构转角响应时物理参数识别的效果不够理想。然后，通过一个 3 层 2 跨的钢框架模型的动力试验验证了采用 MEMS 陀螺仪传感器直接测量转动响应相比于由广义逆方法重构转动响应对弯剪型结构进行刚度参数时域识别的效果更好。在此基础上，使用最小二乘法进一步对该钢框架进行了损伤识别，准确诊断了损伤范围。

(3) 基于考虑节点转动的多跨平面框架结构模型和不同模态测试信息，使用灵敏度方法对钢框架模型进行层间抗弯刚度参数识别和损伤识别，结果表明转角振型测试信息的补充，提高了使用灵敏度方法识别的结构物理参数的精度，较好的指示了框架结构的损伤位置。将最小二乘递推算法和灵敏度方法的损伤诊断结果进行比较，结果表明相对而言灵敏度方法损伤识别结果更为准确。

(4) 将转角信息引入模态柔度中，提出广义的模态柔度概念。根据基于频响函数截距提取模态柔度的方法，通过对钢框架模型进行静载试验和模态试验研究，将结构受静载作用下的位移（转角）与模态柔度计算所得的位移（转角）进行比较，验证了模态柔度算法的准确性。研究结果表明位移模态柔度比转角模态柔度的精度高，主要误差来源于模态阶数参与不足，前三阶位移模态对整体位移模态柔度的贡献大于前三阶转角模态对整体转角模态柔度的贡献。

**关键词：**参数识别；框架结构；模态柔度；陀螺仪；动转角

## Abstract

When the structure identification algorithm was applied to practical engineering, the structure angle information was difficult to accurately measure and the degree of freedom of rotation was often neglected. The method of measuring dynamic signals with gyroscope sensor and the identification of structural physical parameters and modal flexibility under the dynamic rotation Angle measurement information were studied in this paper. This paper mainly studies the following aspects:

(1) To solve the problem of difficult measurement of structural rotation angle response information, a commercial Micro Electro Mechanical Systems (MEMS) gyroscope sensor was proposed to measure the angular velocity and angle responses, the existing MEMS gyroscope sensors in the market were investigated, and the basic working principle of HWT901B gyroscope sensor was introduced. Through numerical simulation and experimental research, based on the principle of fitting rotational response from translational response information, the static accuracy and dynamic accuracy of MEMS gyroscope sensors were verified by taking column members of portal steel frame structure as test objects, which provides support for subsequent static load tests and modal tests.

(2) Under the condition of incomplete output information, the theoretical formulas of structural physical parameters identification method based on the least square recursive method were deduced. Taking a four-story frame construction as an example for analysis, two working conditions that the rotation angle reconstructed by the generalized inverse method and the adoption of the true value of rotation angle were set up, and the physical parameters was identified, it verified the correctness of the theoretical derivation. The results of physical parameters identified under two working conditions were compared, which reflected that the effects of physical parameter identification was not very ideal when the angular response was reconstructed. The measured dynamic test data and analysis results of a three-story and two-span steel frame model verified that using Micro Electro Mechanical Systems (MEMS) gyroscope sensor to directly measure the rotational response was better than using reconstructed rotational response for the time domain identification of the stiffness parameters of the bending-shear structure. On this basis, the damage of the steel frame was further identified by the least square method, and the damage range was accurately diagnosed.

(3) Based on the multi-span plane frame structure model considering node rotation and different modal test information, the sensitivity method was used to identify the interlayer bending stiffness parameters and damage of the steel frame model. The results show that the angular shape test information was supplemented. The accuracy of the structural physical parameters identified by the sensitivity method was improved, and the damage position of the frame structure was better indicated. Comparing the damage diagnosis results of the least squares recursive algorithm and the sensitivity method, the results show that the damage identification results of the sensitivity method were relatively more accurate

(4) The concept of generalized modal flexibility was proposed by introducing angular information into modal flexibility. According to the method of extracting modal flexibility based on frequency response function intercept, the accuracy of modal flexibility algorithm was verified by comparing the displacement (Angle of rotation) of the structure under static load with the displacement (Angle of rotation) calculated by modal flexibility through static load test and modal test study on the steel frame model. The results show that the displacement modal flexibility was more accurate than the angular modal flexibility, and the main error was due to the insufficient participation of the modal order, and the contribution of the first three order displacement modes to the overall displacement modal flexibility was greater than that of the first three order angular modes to the overall angular modal flexibility.

**Key Words:** Parameter identification; Frame construction; Modal flexibility; Gyroscope; Angle of rotation

## 目 录

学位论文原创性声明 .....	I
学位论文授权使用授权书 .....	I
摘要 .....	II
Abstract .....	III
<b>第 1 章 绪论</b> .....	<b>1</b>
1.1 选题背景及意义 .....	1
1.2 角度测量技术的发展及现状 .....	2
1.2.1 机械式测角技术 .....	2
1.2.2 电磁式测角技术 .....	3
1.2.3 光学测角技术 .....	3
1.2.4 陀螺仪测角技术 .....	4
1.2.5 土木工程结构中的动态转角测量及应用研究 .....	8
1.3 结构的物理参数识别方法 .....	9
1.3.1 结构物理参数识别的时域方法 .....	10
1.3.2 结构物理参数识别的频域方法 .....	11
1.4 结构参数识别的关键问题 .....	12
1.4.1 输入信息未知下的参数识别 .....	12
1.4.2 输出信息未知下的参数识别 .....	13
1.5 本文研究内容 .....	13
<b>第 2 章 转角拟合原理与角度测量精度校验方法</b> .....	<b>15</b>
2.1 引言 .....	15
2.2 MEMS 陀螺仪传感器简介 .....	15
2.2.1 MEMS 陀螺仪传感器的选择 .....	15
2.2.2 HWT901B 陀螺仪传感器的工作原理 .....	16
2.3 基于平动测量数据的转角拟合原理与数值模拟 .....	18
2.3.1 转动曲线拟合方法 .....	18
2.3.2 数值模拟 .....	19
2.4 MEMS 陀螺仪传感器的角度测量精度验证试验 .....	29
2.4.1 传感器的静态角度测量精度验证试验 .....	29
2.4.2 传感器的动态角度测量精度验证试验 .....	32

2.5 本章小结 .....	36
<b>第 3 章 基于动转角测量技术的结构物理参数时域识别 .....</b>	<b>37</b>
3.1 引言 .....	37
3.2 基于最小二乘递推算法的结构物理参数识别 .....	37
3.2.1 结构计算模型的选取 .....	37
3.2.2 最小二乘递推算法 .....	38
3.2.3 基于最小二乘递推算法的结构物理参数时域识别 .....	41
3.2.4 算例分析 .....	45
3.2.5 实验室的试验研究 .....	47
3.3 钢框架结构的结构损伤识别试验研究 .....	56
3.4.1 钢框架损伤试验 .....	56
3.4.2 损伤工况下的参数识别 .....	57
3.4 本章小结 .....	58
<b>第 4 章 基于动转角测量技术的结构物理参数频域识别 .....</b>	<b>59</b>
4.1 灵敏度分析方法 .....	60
4.2 基于灵敏度方法的结构物理参数识别 .....	62
4.3 基于灵敏度方法的钢框架结构损伤工况下的参数识别 .....	64
4.4 本章小结 .....	65
<b>第 5 章 基于动态转角测量的广义模态柔度识别 .....</b>	<b>66</b>
5.1 引言 .....	66
5.2 模态分析的基本理论 .....	66
5.2.1 频响函数 .....	66
5.2.2 模态柔度 .....	68
5.2.3 模态柔度的推导方法 .....	69
5.2.4 试验模态分析 .....	71
4.5 钢框架模型试验 .....	72
5.3.1 静载试验 .....	73
5.3.2 静载试验结果 .....	74
5.3.3 模态试验 .....	76
5.3.4 模态试验结果 .....	76
5.3 静载位移与模态柔度位移 .....	79
5.4 静载转角与模态柔度转角 .....	81
5.5 本章小结 .....	83

结论与展望.....	85
参考文献.....	87
致谢.....	95
附录 A(攻读学位期间发表的学术论文).....	96

# 第1章 绪 论

## 1.1 选题背景及意义

我国的经济自改革开放以来，一直保持着高速增长的速度，由于城镇化和工业化的发展，兴建了大量基础设施。目前，在桥梁建设方面，我国的公路桥梁总数接近 80 万座，铁路桥梁总数已超过 20 万座。在建筑结构方面，每年大约 20 亿平方米的建筑总量，几乎为全球年建筑总量的一半。150 米以上的超高层建筑截至 2015 年中国有约 470 座。此外，铁路、公路、隧道、港口等工程建设也发展迅猛。工程结构的设计使用年限长达数十年或上百年，服役周期内，受到建筑材料老化、环境侵蚀、荷载作用、疲劳效应或极端恶劣天气、自然灾害（泥石流、台风、海啸、地震等）等多方面影响，将使得结构损伤累积或达不到预期服役年限、严重者甚至会发生倒塌事故，造成生命与财产的双重损失。



a) 香港青马大桥



b) 上海中心大厦



c) 国家体育场“鸟巢”



d) 三峡工程

图 1.1 健康监测经典案例

为使结构在设计使用年限内安全服役，必须定期对其进行有效的检测、维护和保养，充分掌握结构的工作状态，确保结构的安全。在此背景下，产生了土木工程学科发展的一个重要领域——结构健康监测。结构健康监测是对结构的安全性、可靠性和耐久性进行监测的一种方法。其通过记录各种结构响应(包括环境激

励), 识别结构特征参数, 检测损伤并评估结构状态, 最后为结构的维修、管理决策提供充分的依据。

结构识别为结构健康监测的重要组成部分, 其通过对监测到的输入激励与输出响应信息进行分析, 识别得到结构的各项状态参数, 从而对结构的性能进行评估。图 1.1 为国内地标性建筑进行结构识别的四个经典案例, Chan 等<sup>[1]</sup>使用光纤光栅传感系统监测了列车在香港青马大桥上通过时引起的桥梁动应变响应; Su 等<sup>[2]</sup>对上海中心大厦进行了为期一年的施工阶段的结构性能监测, 以了解其在静载、强风、地震和温度下的结构性能。监测数据包括竖向沉降、水平度、水平位移和应变等。罗尧治等<sup>[3]</sup>应用结构温度与应力测试系统对国家体育场“鸟巢”钢结构部位的温度与应力进行了长期监测, 研究了均匀与非均匀温度场作用对结构的应力变化的影响。蔡德所等<sup>[4]</sup>应用光纤传感技术研究开发了一套混凝土裂缝监测系统和混凝土温度场监测系统, 应用于三峡工程某泄洪坝段上游面的温度场和裂缝的监测, 有利于大坝的健康诊断和安全运行。

## 1.2 角度测量技术的发展及现状

角度测量作为几何量计量的重要组成部分, 广泛应用于科研、工业制造和国防军事领域中。我国法定计量单位制中规定的角度计量单位为秒(″)分(′)度(°)和弧度(rad)两种。其中,  $1^{\circ}=60'=3600''$ ,  $1\text{rad}=180^{\circ}/\pi$ 。角度测量技术按测量方式分为静态角度测量和动态角度测量两类, 由于静态角度测量是动态角度测量的基础, 大部分的动态角度测量都可以实现静态角度测量。目前测量角度的方法按照测量原理主要分为以下四种类型: 机械式测角技术, 电磁式测角技术, 光学测角技术和陀螺仪测角技术<sup>[5]</sup>。

### 1.2.1 机械式测角技术

机械式测量技术作为最早的测量技术, 目前应用较少, 且仅适用于静态测量, 这类技术以多齿分度盘为代表。20 世纪 30 年代, 美国 A.A.Gage 公司研制了一种测角仪器, 该仪器基于多齿分度技术和机械分度定位原理来测量角度, 分度精度达到  $\pm 0.25''$ 。多齿分度盘由上齿盘和下齿盘组成, 下齿盘固定不动, 通过上齿盘抬离啮合后, 绕主轴旋转; 再次啮合, 即可根据转过的齿数进行精确分度, 如图 1.2 所示。多齿分度盘具有使用寿命长、制造成本低、结构简单、使用便捷等优点, 但由于其齿数不能无限增加, 因此精度受到限制, 应用范围有限, 一般用于自动化设备中作为机床附件<sup>[6]</sup>。

## 1.2.2 电磁式测角技术

电磁式测角技术主要利用电磁感应原理进行分度测角，相比于机械式测角技术，其测量范围和精度分辨率都得到了提升。电磁式测角技术以圆磁栅和圆感应同步器为代表。圆磁栅测角技术通过圆磁栅与被测物体一起旋转，利用磁栅与磁头之间的磁信号记录处理得到角度。圆感应同步器由定盘和转盘组成，转盘相对定盘转动，在绕组中将产生感应电势，正余弦绕组分别产生  $\sin$  和  $\cos$  信号，经电路处理转换为角度信号。电磁式测角技术工艺简单、工作稳定，也可以测量动态角度，但其使用时寿命较短，容易退磁且测量精度有限<sup>[7]</sup>。

## 1.2.3 光学测角技术

光学测角技术的优点较多，其非接触性使得其不受安装位置的限制，而且具有较高的准确度和灵敏度，具有良好的发展前景。激光光源的稳定性的改进推动了光学测量角度技术的发展，目前，常用的光学测角方法包括：光学分度头法、多面棱体法、衍射法<sup>[8,9]</sup>、光电编码法<sup>[10]</sup>、自准直法<sup>[11,12]</sup>、圆光栅法<sup>[13,14]</sup>、激光干涉法<sup>[15,16]</sup>和环形激光法<sup>[17,18]</sup>等，都成功应用于小角度的精密测量中<sup>[19]</sup>。

自准直法利用光学自准直原理，将被测物体上反射镜旋转的角度变换成自身接收器上的线位移变化，即可间接计算得到被测物体旋转的角度。光学自准直法测角的原理如图 1.3 所示。其中，美国 Newport 公司的 LDS-Vector 型激光自准直仪的分辨率可以达到  $0.02''$ ，但工作距离只有  $20\text{m}$ <sup>[20]</sup>。激光自准直法可实现非接触测量和静态、动态情况下的角度测量，但其工作距离有限，且光学系统畸变和人肉眼读数产生的误差，使得其精度难以提升。

圆光栅作为角度测量的常用器件，可通过平均读数原理减少误差，因此准确度高，且工作稳定。目前我国的国家线角度基准采用 64800 线/周的圆光栅系统，分辨率为  $0.001''$ （静态）。但在动态测量下，转速为  $10\text{ rad/s}$  时，分辨率最高只有  $1''$ <sup>[19]</sup>。

基于激光干涉技术的测角基本原理如图 1.4 所示，经直角棱镜反射的一路光束，其光程会随着旋转角度变化而变化，最终在光电探测器上的干涉条纹也会相应移动，测量干涉条纹的位移值即可计算被测物体的旋转角度。激光干涉测角技术已非常成熟，其在小角度的测量范围内准确度极高，美国、日本、德国、俄罗斯等国家已将激光干涉小角度测量技术作为小角度测量的国家基准<sup>[21]</sup>。使用双频激光外差干涉测量法测量平面角的灵敏度可以达到  $0.002''$ <sup>[22]</sup>。

环形激光测角法基于光的 sagnac 效应，如图 1.5 所示，在被测量具与环形激光光源相对静止的光电自准直仪同步转动过程中，瞄准轴与量具的棱面法线重合时接口装置在光电自准直仪的光电流触发至停止脉冲的时间间隔内读取环形激光脉冲的读数即为被测角度。该测角技术是转速测量准确度最高的方法，但是它

的制造成本较高，且对测量环境要求严格，更适用于作为实验室内的标定设备，不适用于工程实践<sup>[18]</sup>。

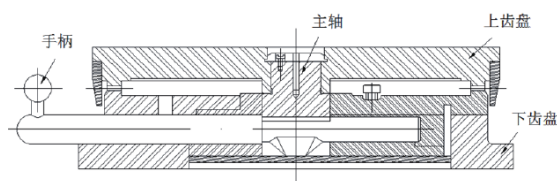


图 1.2 多齿分度盘工作原理<sup>[6]</sup>

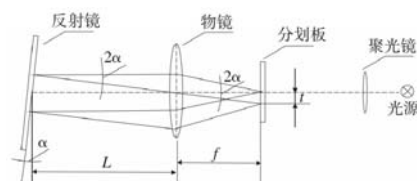


图 1.3 光学自准直原理图<sup>[20]</sup>

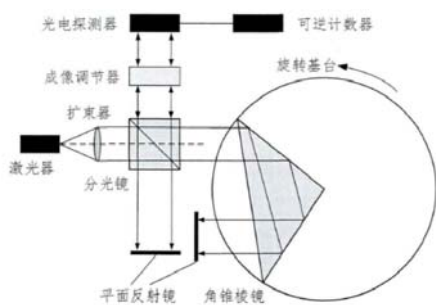


图 1.4 激光干涉测角原理<sup>[15]</sup>

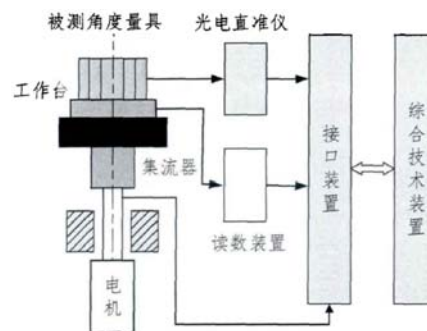


图 1.5 环形激光测角原理<sup>[18]</sup>

### 1.2.4 陀螺仪测角技术

陀螺仪是一种可以用来测量被测物体相对于惯性空间的角速度和角位移的惯性器件<sup>[23]</sup>。其基本的工作原理为：高速旋转刚体的旋转轴在不受外力影响时，其所指方向不改变。陀螺仪的整体发展历程如下：

1852年，法国物理学家莱昂·傅科首次提出了陀螺仪的定义、原理及应用设想，并发明了最早的傅科陀螺仪<sup>[24]</sup>。1908年，德国科学家安休茨发明了陀螺罗经。1909年，美国斯佩里也研制出了陀螺罗经并应用于航海导航，陀螺罗经的出现标志着陀螺仪技术的形成和现代应用的开端<sup>[25]</sup>。从20世纪20到30年代，陀螺转弯仪、陀螺地平仪和陀螺方向仪作为自主式仪表先后在飞机上使用<sup>[24]</sup>。20世纪50年代到70年代发展了液浮陀螺仪、气浮陀螺仪和动力调谐陀螺仪（又称挠性陀螺仪DTG），20世纪80年代到90年代，相继出现环形激光陀螺仪（RLG）、光纤陀螺仪（FOG）和振动陀螺仪。21世纪目前研究报导较多的是微机械电子系统陀螺仪（简称微机电陀螺仪MEMSG）。

陀螺仪在载体姿态测量方面具有稳定性好、精度高，对环境的适应能力极强等诸多优点，被广泛应用于航空飞行器姿态测量、军事轨迹测量、车辆驾驶控制、数码产品如相机防抖、手机体感操作功能等领域。在土木工程领域主要安装应用于塔式起重机、盾构机、架桥机和剪叉式高空作业平台等工程机械设备上<sup>[26]</sup>。

陀螺仪种类多样，按陀螺转子主轴所具有的进动自由度数目可分为二自由度陀螺仪和单自由度陀螺仪；按支承系统可分为滚珠轴承支承陀螺、液浮、气浮与

磁浮陀螺、挠性陀螺和静电陀螺；按物理原理分为利用高速旋转体物理特性工作的转子式陀螺和利用其他物理原理工作的半球谐振陀螺、微机电陀螺、环形激光陀螺和光纤陀螺等。评价陀螺仪性能的主要指标包括：标度因子精度、漂移稳定性、随机游走和成本等，根据上述指标可将陀螺仪划分为4类：战略级、惯导级、战术级和商业级，如表1.1所示。

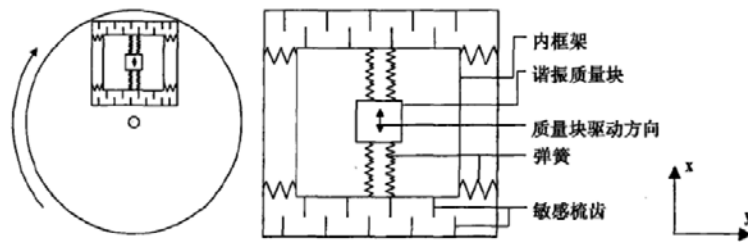
表 1.1 陀螺仪的性能指标及级别划分<sup>[27]</sup>

性能指标	战略级	惯导级	战术级	商业级
种类	静电陀螺仪、 磁浮陀螺仪、 液浮陀螺仪	激光陀螺仪、 光纤陀螺仪、 气浮陀螺仪	动力协调 陀螺仪	微机电陀螺仪
量程( $^{\circ}/s$ )	>500	>500	>400	50~1000
标度因子的精度(%FS)	<0.0001	0.001~0.0001	0.01~0.1	0.1~1
漂移稳定性( $^{\circ}/h$ )	<0.01	0.01~0.15	0.15~15	>15
随机游走( $^{\circ}/\sqrt{h}$ )	<0.01	0.01~0.05	0.05~0.5	>0.5
成本(\$)	20000	10000	1000	500
主要应用范围	战略导弹、 火箭、潜艇、 宇航飞行器	舰载、舰载、 机载导弹等	光电稳定 平台、鱼雷等	汽车导航、机器人 控制、无人机、相 机防抖、手机体感 操作功能等

注：“FS”是指满量程。

由表1.1可知，陀螺仪的使用应根据它的精度、价格、性能和具体使用环境等多方面综合考虑。目前最高精度的陀螺仪是静电陀螺仪，中高精度陀螺仪主要为光学陀螺仪，虽然他们的精度较高，但一方面他们的成本过高，不适合大量推广应用于民用领域。另一方面，体积相对较大，限制了其应用范围。MEMS陀螺仪虽然精度相对其他类型陀螺仪较低，但其具有体积小、质量轻、成本低、集成度高和易于数字化等优点，其应用前景良好<sup>[28]</sup>。

MEMS (Micro Electro Mechanical Systems) 技术是基于半导体制造技术发展而来，一般以半导体硅为材料，使用光刻、腐蚀、沉积薄膜等工艺技术制作<sup>[29]</sup>。微机电谐振陀螺仪即MEMS陀螺仪，其使用微纳技术将机械装置和电子线路集成于微小的硅芯片上，通过使用谐振质量元件，基于哥氏加速度效应来测量角速度<sup>[30]</sup>，MEMS陀螺仪的机械结构如图1.6所示。当MEMS陀螺仪被驱动时，中心位置的谐振质量块沿x轴方向振动。当转台以角速度 $\omega$ 旋转时，由于哥氏效应产生了与角速度 $\omega$ 成正比的哥氏力，将使得质量块沿y方向运动。通过上下电容板测量谐振元件及其框架由于哥氏效应产生的位移，然后进一步计算可以得到输入角速度的大小和方向<sup>[31]</sup>。

图1.6 MEMS陀螺仪的微机械结构<sup>[31]</sup>

#### 1.2.4.1 国外 MEMS 陀螺仪的发展现状

20 世纪 60 年代，美国 GE（General Electric Inc.）公司利用压电石英晶体换能器制造出压电振动式陀螺仪，随后美国沃尔森公司推出利用石英晶体为振动体，金属电极激励和检测的石英陀螺仪<sup>[32]</sup>。由于制造工艺较为落后，当时的石英陀螺仪尺寸较大。20 世纪 80 年代以来，美国 BEI（贝）公司、美国 Honeywell（霍尼韦尔）公司、美国的 Draper（德雷珀）实验室、Litton（利顿）实验室、Jet Propulsion Laboratory（JPL）实验室、麻省理工学院、英国的 BAE 公司、德国的 LITEF 公司、法国的 SAGEM 公司、俄国的 Vector 公司以及加拿大、瑞典、韩国、日本的芯片制造公司和高等院校等都在开展 MEMS 陀螺仪的研究<sup>[27,33~35]</sup>。

1985 年，在美国军方的补贴政策下，Draper 实验室开始了 MEMS 陀螺仪的研究，并于 1988 年首次发表了关于 MEMS 陀螺仪的研究成果<sup>[36]</sup>，如图 1.7 所示的框架振动陀螺仪。该陀螺仪工作时，外框架由驱动电极的静电力驱动，内框架在陀螺力矩作用下绕内挠性轴振动，受科里奥利力影响，内框架还会产生与驱动频率相等的振动。在实际应用中，由于内框架的这两种振动频率一致，难以彻底消除，因此这种陀螺的噪声信号很大。

1993 年，该实验室在框架振动陀螺仪的基础上，研制出第二代 MEMS 陀螺仪：音叉式线振动陀螺仪<sup>[37]</sup>，它的尺寸小于 1 毫米。音叉式线振动陀螺仪的照片如图 1.8 所示，在封装环境下压力为 100mTorr 时，角度随机游走为  $0.72^\circ/\sqrt{h}$ ，漂移稳定性为  $0.2^\circ/s$ ，带宽为 60Hz 下的分辨率为  $0.1^\circ/s$ 。

1996 年，Draper 实验室开发了振动轮式陀螺仪<sup>[38]</sup>。该陀螺仪使用与音叉式线振动陀螺仪中使用的相同的溶解晶片工艺制造。与音叉式线振动陀螺仪相比，它在旋转运动中使用梳状驱动机构驱动。这种驱动方式极大地提高了陀螺的精度。实验结果表明，该传感器的速度传感性能优于  $0.1^\circ/s$ 。

除了 Draper 实验室，加州大学伯克利分校在 MEMS 陀螺仪的发展上也取得了巨大的进步。1996 年，该大学发明了 Z 轴振动 MEMS 陀螺仪<sup>[39]</sup>采用梳状驱动器和电容传感器实现了角速度的测量。

1999年,横滨技术中心的 Mochida 和 Tamura 研究了 MEMS 陀螺仪驱动模态与检测模态之间的交叉耦合,并设计制作了独立的支承梁结构来减小耦合<sup>[40]</sup>。该陀螺仪的交叉耦合度只有 1%,带宽为 10Hz 下的分辨率为  $0.07^\circ/\text{s}$ 。

2004年,美国 ADI 公司研发的 ADXRS 系列 MEMS 陀螺仪,封装尺寸为  $7 \times 7 \times 3 \text{mm}^3$ ,功耗仅有 25mw,芯片内部集传感器敏感头与集成电路(包括:调理电路、ADC、控制)于一体,集成度高、耐冲击性好、功耗低,代表了 MEMS 陀螺系统集成技术的飞跃<sup>[41]</sup>。

2010年,挪威 Sensoror 公司发布了型号为 SAR500 的超高精度数字 MEMS 陀螺仪,该陀螺仪零偏稳定性达到  $0.05^\circ/\text{h}$ ,角速率随机游走  $0.002^\circ/\sqrt{\text{h}}$ ,具备自动寻北能力<sup>[42]</sup>。

2017年,一直从事 MEMS 谐振环陀螺研制的日本硅传感系统公司(Silicon Sensing Systems),发布的最新产品的零偏稳定性优于  $0.06^\circ/\text{h}$ ,角度随机游走优于  $0.01^\circ/\sqrt{\text{h}}$ ,是谐振环陀螺的最高水平。美国在国防部高级研究计划局的导航级集成微陀螺仪(DARPA NGIMG)项目支持下,多环谐振盘陀螺仪的研究取得了突破性进展,基于 8mm 直径硅材料的多环谐振盘陀螺仪实现了零偏稳定性优于  $0.01^\circ/\text{h}$ ,角度随机游走优于  $0.002^\circ/\sqrt{\text{h}}$ <sup>[43]</sup>。

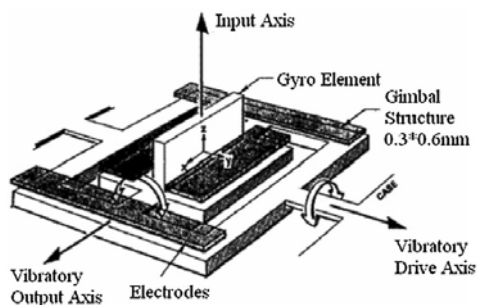


图 1.7 微机电双框架陀螺仪<sup>[33]</sup>

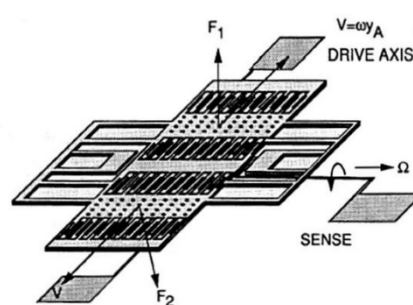


图 1.8 音叉式线振动陀螺仪<sup>[33]</sup>

#### 1.2.4.2 国内 MEMS 陀螺仪的发展现状

我国对 MEMS 陀螺仪的研究起步相对较晚,从 1995 年末开始,国防科工委投入 6000 万元以上的经费主要用于惯性器件的基础性研究,并将硅微机电陀螺技术纳入 863 计划中<sup>[34]</sup>。目前,在该领域研究较多的单位有清华大学、北京大学、东南大学、中北大学、西北工业大学、上海微系统研究所、航天时代电子公司、无锡北微传感科技有限公司等。

清华大学于 1996 年开始研制 MEMS 陀螺仪并于两年后开发出第一个音叉式陀螺仪样机,其漂移为  $3^\circ/\text{s}$ <sup>[35]</sup>。2005 年,上海微系统研究所报道了一种静电驱动的压阻检测式 MEMS 陀螺仪,该传感器的谐振频率为 989Hz,分辨率为  $0.33^\circ/\text{s}$ <sup>[44]</sup>。2012 年,中国科学院传感器技术国家重点实验室研制的新型 MEMS 振动环形陀

螺仪，实现分辨率约为  $0.05^\circ/\text{s}$ <sup>[45]</sup>。目前，清华大学导航与控制教研组已掌握了高精度静电陀螺仪的成熟技术，姿态漂移仅为每小时万分之五<sup>[34]</sup>。

虽然我国的 MEMS 陀螺仪技术在近年内发展很快，但由于起步较晚，且受国内微电子加工技术和集成电路技术发展的限制，目前国内的 MEMS 陀螺仪大多为实验室样品，还处于实验阶段。与国外发达国家相比，在性价比、质量和商品化等方面仍有较大差距。

### 1.2.5 土木工程结构中的动态转角测量及应用研究

目前土木工程领域关于动态旋转角度的测量研究不多，主要是因为转动响应的最大振幅通常在毫弧度范围以内，所以要求仪器必须非常灵敏，而且需对测量的运动以外的其他运动非常不敏感<sup>[46]</sup>。通过文献调研发现，Ewins D J等<sup>[47]</sup>在文献中对动转角间接测量方法进行了详细的分类介绍。包括采用附加T模块法<sup>[48]</sup>，激光多普勒测振仪<sup>[49]</sup>，激光位移计<sup>[50]</sup>等测量转角，但这些测量方法和设备过于复杂，难以运用于自由度较多的情况。Lee等<sup>[51]</sup>采用商用相机和低成本的帧捕获器，利用事先标定参数的图像处理技术，测量了五层试验塔在激振器下的角度响应。然而，摄像机的方法需要额外的计算图像处理，如像素扫描、目标识别和轮廓定义，实际应用并不方便。也有学者尝试采用应变推算转角，Xia等<sup>[52]</sup>通过在广州塔上安装振动应变仪，利用实时监测的应变数据计算弯曲梁型结构顶部的倾斜角度；Dimsdale等<sup>[46]</sup>采用在杆件两端粘贴应变片的方式间接计算杆件两端的弯曲转角，该方法的应用前提是与其它杆件的连接方式不影响杆件的相对转动。测量转角自由度的传感器技术远不如测量位移自由度的传感器成熟，目前采用较多的是倾角仪和陀螺仪，Hou等<sup>[53]</sup>利用MEMS倾角仪监测钢筋混凝土柱在地震荷载作用下的结构旋转角，该传感器对被测物体的振动频率非常敏感，仅适用于1Hz以内的外激励频率。倾角仪适合低频的振动，而陀螺仪在高频振动下的性能更为稳定，是测量动转角的理想传感器。

以上主要对转动响应的测量的方法进行了总结，以下将对结构的转动研究及获得转角后的应用进行介绍：

旋转地震学是研究地震、爆炸和环境振动等引起的地面旋转运动，其为地震学研究中的新兴领域。Teisseyre等<sup>[54]</sup>提出旋转运动不在经典弹性理论的涵盖范围内，讨论了耦合应变和旋转波的传播。Lee等<sup>[55]</sup>对旋转运动做了大量研究与分析工作。Nigbor等<sup>[56]</sup>利用美国Kinematics公司的FBA-23型三分向加速度计、BEI公司的QRS11-00010-200角速度传感器（由三个单轴向陀螺仪组成）和Kinematics公司的SSR-1型数字记录器，研发了一套6自由度的地面运动测量系统，并成功运用于1000吨药量的爆破振动测量。Zhang等<sup>[57]</sup>对旋转运动在地震学中的应用进行了总结，并介绍了旋转地震学研究存在的问题。

对高层建筑的扭转振动,梁枢果等<sup>[58]</sup>推导了其扭转风振力公式,通过建立扭转动力风荷载解析模型,建立了高层建筑扭转动力响应频域的计算方法。徐培福等<sup>[59]</sup>对地震作用下高层建筑的扭转振动进行了研究,讨论了《高层建筑混凝土结构技术规程》中控制结构地震扭转效应的主要方法,并提出了高层建筑结构在抗震设计中应考虑扭振效应偶然性及动力增大作用的建议。

此外,孙伟等<sup>[60]</sup>使用数字图像相关方法(DICM)测试了钢管混凝土框架梁柱连接节点的弯矩—转角关系,将梁柱连接节点加强前后的刚度进行对比,结论表明DCIM方法可成功实现对钢管混凝土框架节点转角承受荷载后的性能进行判断。但该方法仅适用于小的静态转角测试。杨学山等<sup>[61]</sup>使用QY型倾角仪测得桥梁各个测点的倾角,并通过软件计算得到桥梁各截面的挠度,该测量挠度的方法已在多座桥梁中得到实际应用。徐良等<sup>[62]</sup>结合GPS技术和随机减量方法成功实现对大跨悬索桥梁的扭角进行在线实时监测,并通过对虎门悬索桥的模式识别结果和有限元计算结果比较,证明了该方法的实用性。该方法是通过GPS位移测试系统测得的对称点的位移计算桥梁的扭转角度,属于间接测量转角,其对比的有限元计算和位移测试结果的自振频率无法直接验证转角测量的精度。王祥建等<sup>[63]</sup>使用转角重构公式获得转角的时程响应,在输入未知的情况下,基于SVDmLM法和复合反演算法,对弯剪型结构进行了参数识别和地震动反演。转角响应的引入,减少了结构识别方程的不适定性,并有效提高了识别和反演的精度。

上述研究表明,目前的转角测量技术整体不如位移测量技术成熟,土木工程结构中,各国学者尝试了多种直接或间接获得结构转角响应的方法,相对而言,陀螺仪传感器测量动转角响应的效果较为理想。关于获得转角后的应用,大多数研究集中于地震作用下的结构转动研究。对获得动转角信息下的结构识别研究较少,主要是进行理论分析,很少通过试验进一步验证。

### 1.3 结构的物理参数识别方法

系统识别方法始于上世纪70年代,引入土木工程领域已有近50余年的发展历史<sup>[64]</sup>。基于系统识别理论,按照系统输入、系统输出和所研究的系统可以将系统识别的反问题分为参数识别和荷载反演两类,第一类反问题参数识别是根据系统的输入和输出的响应数据确定系统数学模型中的具体参数。第二类反问题荷载反演是依据系统的输出和系统的数学模型求取系统的输入。系统识别方法是工程结构损伤诊断和状态评估的重要手段,它可以从建筑物动力响应中识别出结构的当前状态。结构的性态通常用结构模态参数(主要为自振频率和振型)和结构物理参数(主要为刚度参数)来描述。结构物理参数的变化相比模态参数的变化,更为直观的反映了结构状态的改变<sup>[65]</sup>。结构物理参数识别方法根据识别所需响应信号的形式可划分为两类,结构物理参数识别的时域方法和频域方法。

### 1.3.1 结构物理参数识别的时域方法

时域方法直接利用结构动力响应的时程测量数据识别结构的物理参数。其中最经典的两类算法为最小二乘类算法和卡尔曼滤波算法。前者适用于线性参数系统的识别，后者既可用于线性亦可用于非线性参数系统识别。

最小二乘类算法是根据系统的输入、输出信息和参数所建立的结构动力学线性方程，通过扩展采样区间从而扩充方程数目，进而建立结构参数的超定方程，基于最小二乘准则识别结构参数<sup>[65]</sup>。该算法通过计算待识别参数的最优估计来使得响应信息的实际测量值与理论模型所计算的响应值之间的误差的累计平方和最小，计算过程简单。研究证明当观测序列长度趋于无穷大时，参数的估计值将依概率收敛于真实值<sup>[65]</sup>。即只要观测时刻和获得的测量数据足够多，就可以应用最小二乘方法进行参数识别。仅使用最小二乘估计法很难一步求得最优解，为提高计算精度，提出了最小二乘递推算法，其通过迭代方式，由前一刻的参数估计值加修正项不断优化得到最优解。最小二乘递推算法将在论文的 3.2.2 节中进行详细论述。此外，在经典最小二乘法的基础上，为解决矩阵求逆过程中会出现矩阵奇异情况、对复杂结构求解效率低等问题，进一步发展了加权最小二乘算法、遗忘因子算法、广义最小二乘、多级最小二乘、限定记忆法等多种修正算法。文献<sup>[65]</sup>对最小二乘类算法做了概述。此外，近年来新提出的识别算法本质也属于最小二乘类识别算法，如 Haldar 等<sup>[66]</sup>提出的输入未知下基于有限元的时域系统识别方法、李杰等<sup>[67]</sup>提出的统计平均算法等。

1960 年，R.E.Kalman 第一次提出卡尔曼滤波方法，其为一种递推最小方差估计，最开始也无法处理非线性问题。1970 年，Jazwinski 等<sup>[68]</sup>提出扩展卡尔曼滤波算法，该算法对滤波估计值附近做线性化处理，即在给定时间间隔内用增量线性方程替代原系统方程，解决了非线性参数系统识别问题。扩展卡尔曼滤波算法的基本思想是将系统参数作为增广状态向量，利用其关于时间的导数为零的特征，代入卡尔曼滤波器的状态方程和测量方程中，通过对系统的动态测量信息滤波、估计，计算出系统参数的估计值<sup>[65]</sup>。1984 年，Hoshiya 等<sup>[69]</sup>提出将扩展卡尔曼滤波与带目标函数的全局加权迭代过程相结合的一种算法，使得扩展卡尔曼滤波算法的识别结果快速收敛于稳定值，并将其应用到地震作用下的多自由度体系的参数识别过程中。1990 年，宝志雯等<sup>[70]</sup>提出基于扩展卡尔曼滤波算法的剪切型结构参数识别的方法，并识别了四层剪切型框架结构的刚度和阻尼参数。1991 年，尚久铨等<sup>[71]</sup>提出缩减变量型扩展卡尔曼滤波算法，其减少了待识别参数数量，降低了矩阵阶数，提升了算法的精度和效率。1995 年，李杰等<sup>[72]</sup>提出基于微分变换的参数卡尔曼滤波算法，避免了系统状态变量与增广状态变量之间的非线性耦合。2002 年，赵昕等<sup>[73]</sup>提出了加权全局迭代参数卡尔曼滤波算法，通过对每次迭代的

误差协方差矩阵加权提高算法的识别精度。2010年, Yang等<sup>[74]</sup>提出一种基于扩展卡尔曼滤波方法的自适应跟踪技术, 通过跟踪系统参数的变化, 实现了对结构进行损伤诊断。2016年, Subhamoy等<sup>[75]</sup>提出了一种基于约束双扩展卡尔曼滤波算法, 即两个并行的扩展卡尔曼滤波器同时滤波测量响应(作为状态)和估计状态转换矩阵的元素(作为参数)。在估计增益矩阵时, 对刚度和阻尼参数进行约束, 以确保它们保持在实际范围内, 并成功实现对剪切型框架和三维空间桁架的损伤识别。

### 1.3.2 结构物理参数识别的频域方法

频域方法需要先将时域内的响应数据转化至频域内, 求得结构固有频率、振型、频响函数等模态参数, 再通过模型修正或对特征值反问题进行求解来识别计算模型中的物理参数, 其基本思想是使模型计算得到的结构模态与实测模态一致。模型修正技术涉及到模型自由度匹配、模型相关准则、灵敏度分析、系统可控与可观性、摄动原理、线性方程组求解条件以及非线性优化等诸多理论问题<sup>[76]</sup>。

结构物理参数识别的频域方法根据识别的物理参数类型可划分为两类, 第一类为识别结构物理特征矩阵(如质量、阻尼、刚度矩阵), 第二类为识别结构特征参数(如弹性模量、层间阻尼、层间刚度等)。

#### 1.矩阵型识别方法

矩阵型识别法可划分为矩阵型直接识别法和矩阵型修正识别法。前者直接使用结构的模态信息, 后者先通过理论分析得到特征矩阵, 然后以实测模态信息为标准修正并识别该特征矩阵。矩阵型直接识别法包括由完整模态识别结构的刚度矩阵方法、Jacobi 矩阵特征值反问题方法等。矩阵型修正识别方法包括最小修正量法<sup>[77]</sup>、摄动法<sup>[78]</sup>等。为解决模态测试不足带来的截断误差, 在矩阵型直接识别法的基础上发展了识别结构柔度矩阵<sup>[79]</sup>的方法。由于动力测试中一般获得的是低阶频率, 结构的柔度矩阵与固有频率的平方成反比, 而刚度矩阵与其成正比。因此, 柔度矩阵的识别误差比刚度矩阵的识别误差低。矩阵型识别方法的缺点是容易在修正过程中使质量、刚度矩阵失去带状特性<sup>[80]</sup>。

#### 2.参数型识别方法

参数型识别方法可分为参数型直接识别法和参数型迭代识别法。前者求解的是线性参数方程, 后者通过迭代求解非线性参数方程。参数型直接识别法包括Newmark法<sup>[81]</sup>、Ibrahim法<sup>[82]</sup>等。参数型迭代识别法包括灵敏度方法<sup>[83]</sup>、雅可比迭代识别法<sup>[84]</sup>、摄动迭代法<sup>[85]</sup>等。

灵敏度方法是参数迭代识别法中的常用方法, 其首先通过模态试验的实测模态参数, 计算灵敏度矩阵。然后建立最小化目标函数, 最后通过迭代运算, 求取使目标函数最小的待识别参数。灵敏度方法常用于对结构进行损伤识别的研究,

Messina<sup>[86]</sup>基于灵敏度特征值分析,提出了损伤定位保证准则和多损伤定位保证准则。Lu 等<sup>[87]</sup>将损伤识别问题转换

为使得结构实测响应与计算响应之间差的平方和最小的目标优化问题,提出了使用灵敏度识别结构单元层次上的损伤的方法。Castillo 等<sup>[88]</sup>在文献中介绍了一种基于灵敏度分析的神经网络快速学习方法。Zhang 等<sup>[89]</sup>通过对 Kap Shui Mun 大桥安装加速度、位移、应变、温度、风力传感器,建立健康监测的系统,然后用改进的灵敏度方法进行了参数识别。易伟建等<sup>[90,91]</sup>基于灵敏度分析方法对钢筋混凝土板及桥梁结构的损伤诊断进行了研究。灵敏度方法目前已经得到了广泛的研究和应用,其可以识别出结构单元的损伤程度,但对于大型的复杂结构,计算量过大。

## 1.4 结构参数识别的关键问题

近五十年来,国内外学者对结构参数识别开展了大量研究,并积累了丰富的研究成果。结构参数识别的关键问题包括:测量噪声、反问题的不稳定性(病态)和信息不完备问题<sup>[76]</sup>。

在结构动力测试过程中,测量噪声是不可避免的。常用的信号去噪方法为频域内的滤波方法和时域内的平均方法。基于小波变换<sup>[92]</sup>、基于经验模态分解的 Hilbert-Huang 变换<sup>[93]</sup>、盲源分离/独立成分分析等算法<sup>[94]</sup>都对测量噪声进行了有效去除,提高了结构参数识别算法的识别精度。

结构参数识别属于典型的数学物理反问题,反问题具有不稳定性。正则化法、投影法、递推法等方法为解决不稳定性问题的常用解算方法,文献<sup>[95]</sup>做了详细介绍。

若假定结构识别研究时,输入(激励)和输出(响应)均已知为信息完备,则实际工程中的大多数参数识别问题都属于信息不完备下的参数识别问题。通常我们对建筑物的动力测试采用环境激励,如地脉动、风荷载等。这些激励的作用位置和大小通常难以准确测量。同时,由于受到传感器数量和安装位置的限制,我们不可能获得结构所有自由度的响应信息。

### 1.4.1 输入信息未知下的参数识别

对于输入信息未知下的参数识别问题,通常有以下两种思路:

#### 1.假定输入性质

假定系统的激励属于平稳的随机信号,可利用随机减量法获得满足工程要求的自由振动响应,进而通过采用 ITD 法(The Ibrahim Time Domain Technique)识别结构参数。ITD 法在机械、航天等工程领域应用广泛<sup>[82]</sup>。文献<sup>[96]</sup>假定环境激励为白噪声,基于最大似然法利用白噪声的统计特性识别结构参数。文献<sup>[97]</sup>假定对于地震作用的情况,结构响应尾部为自由衰减振动,并以此来识别结构参数。

## 2.激励为一般荷载

1997年, Wang等<sup>[98]</sup>提出一种利用结构响应直接识别结构参数的算法, 其假定计算区间起始处的前2个(4个)时刻处的结构作用力为零, 并以此为初始条件迭代计算, 该算法的局限性在于假定初始段结构的输入力为零。2000年, 李杰、陈隽等首次提出了动力复合反演的概念, 并相继提出了全量补偿法<sup>[99]</sup>、统计平均法<sup>[100]</sup>、分组归一化统计平均法<sup>[101]</sup>等多种复合反演算法。以上算法对不同的激励类型根据其物理、力学性质进行辅助和修正, 再迭代求解结构物理参数, 具有较高的参数识别精度。

### 1.4.2 输出信息未知下的参数识别

结构响应信息不完备是制约参数识别应用于实际工程中的一个主要原因, 通常时域方程中主要使用位移类信息, 转角类信息很难测试得到, 往往只能测量结构的一个状态量, 加速度、速度或位移响应的一种, 而且转角信息难以准确测量。如何在测量信息有限的情况下识别参数以及如何进行信息不完备情况下的识别问题是研究重点之一<sup>[102]</sup>。

为了解决这些问题, 众多学者展开了相关研究。扩展卡尔曼滤波<sup>[103]</sup>方法可以求解响应信息不完备下的结构参数识别问题, 但结构参数的识别精度低, 甚至会出现参数发散现象。传统方法主要通过重构技术解决时域识别时测量信息的不完备问题。结构的平动信息不完备的处理方法如下: 李杰等<sup>[104]</sup>在获得系统的位移响应后, 通过采用微分算子变换方法求得速度与加速度响应, 完成系统的参数识别。李国强等<sup>[65]</sup>采用积分算子变换方法, 实现了在无需初速度信息的情况下, 由加速度响应重建位移, 速度响应。结构转动信息的计算问题主要采用静力凝聚法<sup>[65]</sup>和广义逆方法<sup>[105]</sup>通过水平位移测量值重构转动信息, 前者需要预先知道结构的参数信息, 而后者无需, 但是两种方法计算效果近似, 因此广义逆方法更具适用性。此外, 赵昕等<sup>[106]</sup>采用一组正交基函数对梁式构件的平动反应曲线进行拟合, 从而获得梁的转角响应信息。

上述研究表明, 结构识别经过近50年的发展, 在参数识别的理论和方法上有较大进展, 但应用于结构工程实践中, 仍有很多问题值得进一步研究。在响应信息不完备方面, 转角自由度的忽略对参数识别带来的影响及转角重构方法在实际结构中应用的表现如何有待于深入研究。

## 1.5 本文研究内容

在对MEMS陀螺仪传感器的静态和动态转角测量精度进行验证的基础上, 本文研究了在获得转动测量信息的前提下, 基于最小二乘递推算法和灵敏度方法对弯剪型框架结构进行参数识别和损伤识别、基于频响函数的截距提取力一位移模

态柔度和力—转角模态柔度。本文的具体研究内容如下：

(1) 使用商业级的微机电 (MEMS) 陀螺仪传感器测量角度和角速度响应，对市场上现有的 MEMS 陀螺仪传感器进行了调研，介绍了 HWT901B 陀螺仪传感器的基本工作原理，依据由平动响应信息拟合转动响应的原理，对 MEMS 陀螺仪传感器的静态精度和动态精度进行验证。

(2) 对响应信息不完备条件下的结构物理参数识别的时域方法进行理论公式推导。以一座 4 层框架结构为算例进行分析，设置通过广义逆方法重构转角和采用转角真实值两种工况，在已知输入信息条件下，基于最小二乘递推算法对结构物理参数识别，验证理论推导的正确性。然后，通过一个 3 层 2 跨的钢框架模型的动力试验比较采用 MEMS 陀螺仪传感器直接测量转动响应与由广义逆方法重构转动响应对弯剪型结构进行刚度参数时域识别的效果。在此基础上，使用最小二乘法进一步对该钢框架进行损伤识别。

(3) 基于考虑节点转动的多跨平面框架结构模型和不同模态测试信息，使用灵敏度方法对钢框架模型进行层间抗弯刚度参数识别和损伤识别，对不同组合的模态测试信息引起的结构物理参数的变化进行分析，并比较最小二乘法和灵敏度方法的参数识别结果和损伤诊断结果。

(4) 结构的模态柔度矩阵可以为结构系统的振动特性分析和损伤诊断提供依据。将转角信息引入模态柔度中，提出广义的模态柔度概念。根据基于频响函数截距提取模态柔度的方法，通过对钢框架模型进行静载试验和模态试验研究，比较结构受静载作用下的位移（转角）与模态柔度计算所得的位移（转角）。

## 第2章 转角拟合原理与角度测量精度校验方法

### 2.1 引言

本文的研究选用的是商业级的 MEMS 陀螺仪传感器, MEMS 陀螺仪传感器体积小, 内部含有多个运动单元, 因此传感器性能对工作环境变化较为敏感。测量过程中的外界冲击振动, 敏感环境干扰和自身漂移率都会影响陀螺仪的精度。考虑到动力试验时, 结构将产生高频的往复振动, 有必要对 MEMS 陀螺仪传感器在受到外界冲击振动下的动态精度进行校验, 一般采用高精度测试转台来检验和评定陀螺仪性能, 转台为精密测试设备, 一般土木工程应用很少, 考虑购买转台或对陀螺仪的精度进行检测的送检价格都过高, 受实验条件所限制, 所以先依据由平动响应信息拟合转动响应的原理, 进行了数值模拟, 验证角度拟合方法<sup>[106]</sup>的可行性; 然后通过试验验证了 MEMS 陀螺仪传感器的静态精度和动态精度。

### 2.2 MEMS 陀螺仪传感器简介

#### 2.2.1 MEMS 陀螺仪传感器的选择

为获得适用于后文钢框架试验的陀螺仪传感器, 本文对国内市场上售卖的商业级 MEMS 陀螺仪传感器做了调研, 主要分为两种类型, 一种为 MEMS 陀螺仪传感器模块, 需要后期进行二次开发处理。一种为已经封装的成品, 可以直接使用。市场调研的结果如下:



图 2.1 MEMS 陀螺仪传感器模块图

表 2.1 MEMS 陀螺仪传感器模块参数

名称	轴数	测量范围 (°/s)	灵敏度	噪声密度
ADXRS401 <sup>[107]</sup>	单轴	±75	15mv/°/s	3mv(rms)
ADXRS646 <sup>[108]</sup>	单轴	±300	9mv/°/s	0.01°/s/√Hz
BMI160 <sup>[109]</sup>	六轴	±2000	16.4LSB/°/s	0.007°/s/√Hz
MPU6050 <sup>[110]</sup>	六轴	±2000	16.4LSB/°/s	0.005°/s/√Hz
MPU9250 <sup>[111]</sup>	九轴	±2000	16.4LSB/°/s	0.01°/s/√Hz



图 2.2 MEMS 陀螺仪传感器图

表 2.2 MEMS 陀螺仪传感器参数

名称	测量范围 ( $^{\circ}/s$ )	采样频率 (Hz)	分辨率 ( $^{\circ}/s$ )	接口
ML7100 <sup>[112]</sup>	$\pm 300$	50	0.1	RS232/RS485/RS422/TTL
TG632D <sup>[113]</sup>	$\pm 300$	50	0.1	RS232/RS485/RS422/TTL/SPI
BW-IMU500 <sup>[114]</sup>	$\pm 300$	100	0.01	RS232/RS485/TTL/CAN
HWT901B <sup>[115]</sup>	$\pm 2000$	200	0.01	RS232/TTL

MEMS 陀螺仪传感器模块多见于 IMU (Inertial measurement unit 惯性测量单元) 和 AHRS (Attitude and heading reference system 航姿参考系统) 中, AHRS 由加速度计, 磁力计和陀螺仪构成。IMU 包含陀螺仪和加速度计。表 2.1 中的九轴代表的是三轴加速度计、三轴陀螺仪和三轴磁力计, 六轴代表的是三轴加速度计和三轴陀螺仪。其中 ADXRS 系列的两款产品测的是 Z 轴的角速度。由表 2.1 可知, MPU9250 是比较理想的 MEMS 陀螺仪传感器模块, 其测量范围较大, 轴数相较而言更多, 九轴传感器融合了多种传感器的数据, 弥补了单个传感器在计算准确的位置和方向时的不足, 从而可以实现更高的精度。由表 2.2 可知, HWT901B 这款传感器在分辨率、采样频率、测量范围上都胜于其他的三款产品。

### 2.2.2 HWT901B 陀螺仪传感器的工作原理

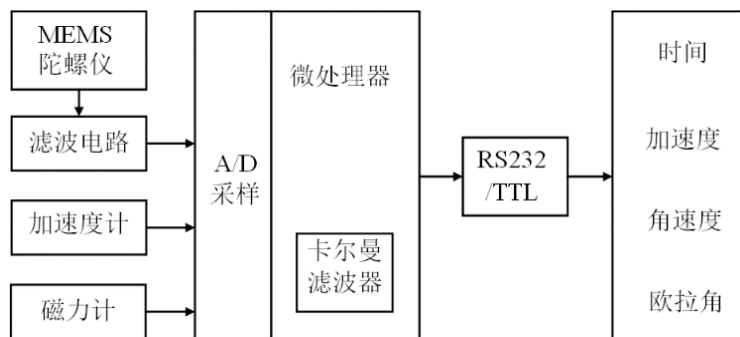


图 2.3 角度测量系统原理图

陀螺仪传感器直接采集的是角速度信号, 并通过对角速度积分得到的角位移。MEMS 陀螺仪本身容易受到噪声影响, 不能承受较大的震动, 同时由于温度变化、

不稳定力矩等因素，会产生漂移误差，并会随着时间的推移而累加变大，通过积分将使误差变得更大。因此，单独使用陀螺仪作为倾角传感器并不合适<sup>[116]</sup>。基于 MEMS 的角度测量系统一般由 MEMS 陀螺仪、加速度计、磁力计、微处理器、集成电路及相应的软件组成。角度测量系统的三轴陀螺仪提供角速度，三轴加速度计提供加速度，三轴磁力计提供磁场强度和方向，用高性能的微处理器对陀螺仪、滤波电路、磁力计和加速度计构成的传感器组进行高速 A/D 采集后，通过卡尔曼动态滤波算法对传感器采集的数据进行补偿和信息融合，经过四元数方法解算得到姿态角，又称欧拉角即分别围绕 X, Y, Z 轴旋转的俯仰角，偏航角和翻滚角<sup>[117]</sup>。角度测量系统的原理图如图 2.3 所示。

表 2.3 HWT901B 陀螺仪传感器主要参数

参数	数值
电压	3.3V-5V
电流	<40mA
体积	55mm×36.8mm×24mm
量程	加速度：±16g，角速度：±2000°/s，角度：±180°
稳定性	加速度：0.01g，角速度：0.05°/s
测量误差	X, Y轴：0.05°，Z轴：1°
数据输出频率	0.1Hz-200Hz

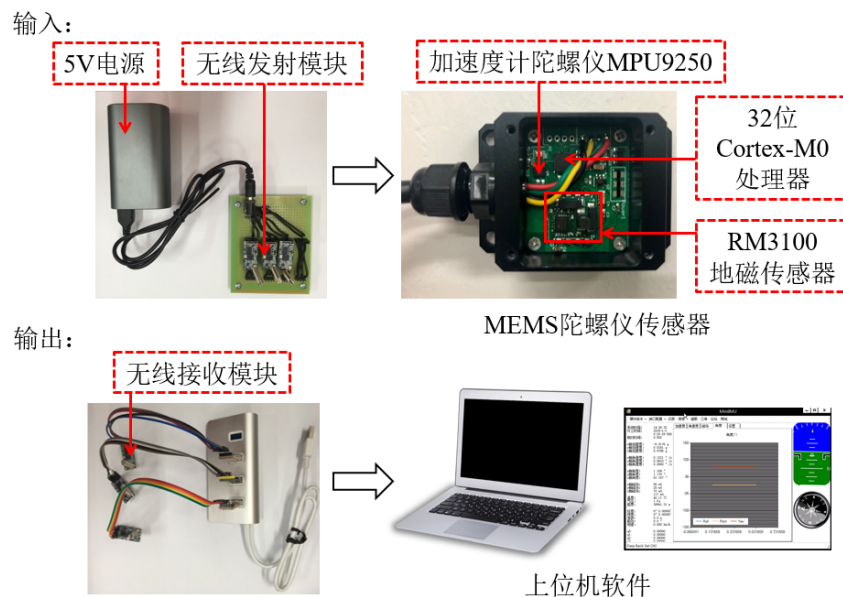


图 2.4 动态角度测量系统

本文的研究选用的是深圳维特智能科技的 HWT901B 姿态测量传感器，它集成了高精度的陀螺仪、加速度计、地磁场传感器等模块。HWT901B 陀螺仪传感器的性能参数如表 2.3 所示，其采集数据后，通过 TTL 电平串口将数据传输至上位机，再由上位机将数据发送至 PC 机上。考虑到实际测量时距离较远，研究团

队对其进行改造加入了 HC-12 无线收发传输串口通讯模块，整套动态角度测量系统的连接方法如图 2.4 所示。

## 2.3 基于平动测量数据的转角拟合原理与数值模拟

### 2.3.1 转动曲线拟合方法

如图 2.5(a)所示的等截面梁单元，其梁端位移列向量为：

$$\{d\}^e = [u_i \quad v_i \quad \theta_i \quad u_j \quad v_j \quad \theta_j]^T \quad (2.1)$$

梁端力的列向量为：

$$\{F\} = [U_i \quad V_i \quad M_i \quad U_j \quad V_j \quad M_j]^T \quad (2.2)$$

其中， $u$ 、 $v$  分别为  $x$ 、 $y$  方向的线位移， $\theta$  为角位移。 $U$ 、 $V$  分别为  $x$ 、 $y$  方向的力， $M$  为弯矩。

$$\theta = dv/dx \quad (2.3)$$

梁单元是承受横向力和弯矩的杆件，不考虑梁的轴向变形的影响，则梁单元在平面内有 4 个自由度，包括  $i$  节点、 $j$  节点在  $y$  方向上的 2 个平动自由度和 2 个转动自由度，如图 2.5(b)所示。

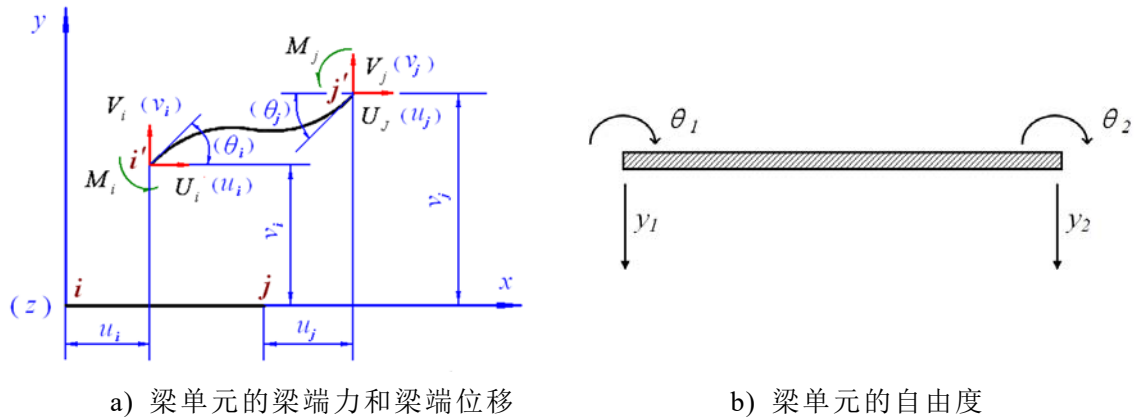


图 2.5 平面梁单元

设有跨度为  $L$  的欧拉-伯努利梁如图 2.6 所示，受到脉冲激励  $F$ ，挠度曲线上横坐标为  $x$  的任一点的纵坐标用  $y$  表示，已知  $t$  时刻该梁上  $n$  个测点的平动反应测量值为：

$$Y(i, x_j) = a_0(i) + a_1(i)x_j + a_2(i)x_j^2 + \dots + a_n(i)x_j^n \quad (j=1, \dots, n) \quad (2.4)$$

则该时刻  $n$  个测点上的转动变形为平动变形曲线对测点坐标的一阶导数<sup>[106]</sup>：

$$R(t, x_j) = a_1(t) + 2a_2(t)x_j + 3a_3(t)x_j^2 + \dots + na_n(t)x_j^{n-1} \quad (j=1, \dots, n) \quad (2.5)$$

$Y$  为测点的位移,  $R$  为测点的转角。在有限单元法中, 梁单元变形曲线为三次多项式, 对于荷载作用下的欧拉梁, 应当取不低于三次的多项式拟合梁的挠曲线。为求解三次多项式中的四个参数, 应至少在梁上布置四个测点。

根据以上方程可知, 只要测量得到  $t$  时刻四个测点的位移  $y_1$ 、 $y_2$ 、 $y_3$ 、 $y_4$ , 基于梁单元变形曲线为三次多项式的假定, 且已知四个测点的位置  $x_1$ 、 $x_2$ 、 $x_3$ 、 $x_4$ , 可以拟合得到梁在  $t$  时刻的挠曲线方程 (2.4), 求解出四个系数  $a_0$ 、 $a_1$ 、 $a_2$ 、 $a_3$ , 将四个系数代入式 (2.5) 可求得梁在  $t$  时刻拟合的转角曲线, 即可计算出  $t$  时刻横坐标为  $x_k$  处的转角  $\theta$ 。

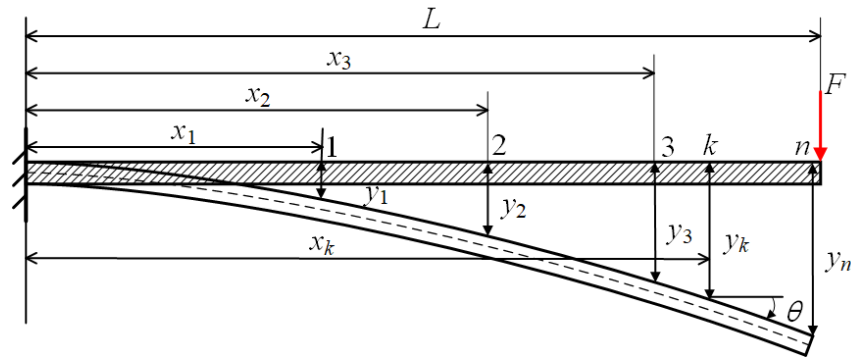


图 2.6 欧拉-伯努利梁模型

## 2.3.2 数值模拟

为验证转角曲线拟合方法的准确性, 本节将利用 Sap2000 软件进行有限元数值模拟, 对不同的测点布置方案下的有限元结果进行比较, 确定测点的数量, 测点的位置和荷载施加的位置。

### 2.3.2.1 悬臂梁受静力荷载

数值模拟对象为忽略剪切变形和转动惯量影响的欧拉悬臂梁模型, 悬臂梁的长度为 1.025m, 划分为 41 个单元, 每个单元长 25mm。梁的截面尺寸如图 2.7 所示, 截面面积为  $150\text{mm}^2$ , 惯性矩为  $312.5\text{mm}^4$ , 截面弹性模量为  $2.1 \times 10^5\text{MPa}$ , 质量密度为  $8 \times 10^3\text{kg/m}^3$ , 考虑加载位置对拟合精度的影响, 分别在 1/4 点、1/2 点、3/4 点和悬臂端, 共 4 个点施加 100N 的方向向下的竖向集中力, 定义弯曲平面内的四个静力分析工况, 如图 2.8 所示。在每个工况下, 考虑测点数量、测点位置、测点对称布置或等间距布置对拟合效果的影响, 设置了如图 2.9 所示的五种测点布置方案。其中方案 1 和方案 2 使用三次多项式拟合梁的挠曲线, 方案 3 使用四次多项式拟合梁的挠曲线, 方案 4 和方案 5 使用五次多项式拟合梁的挠曲线。表 2.4 至表 2.7 为各静力分析工况下, 每种测点布置方案的转角拟合结果与 Sap2000 计算结果的对比。通过多项式拟合方法得到的平动位移曲线与 Sap2000 计算得到的实际平动位移曲线的对比结果见图 2.10 至图 2.13。

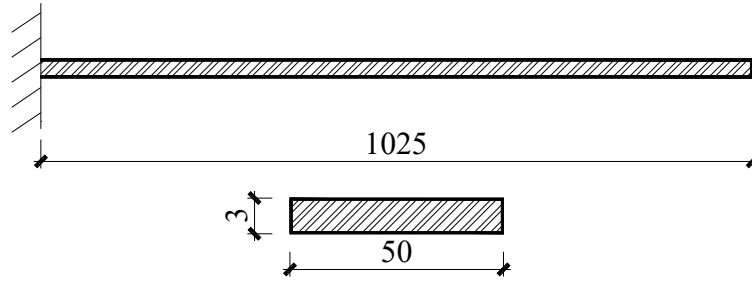


图 2.7 悬臂梁模型的截面尺寸 (单位: mm)

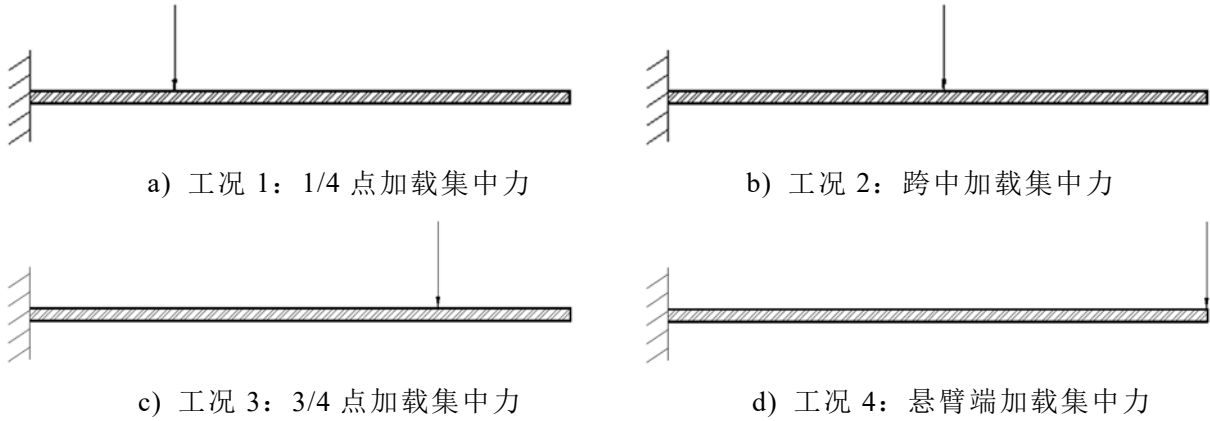


图 2.8 悬臂梁模型的静力分析工况

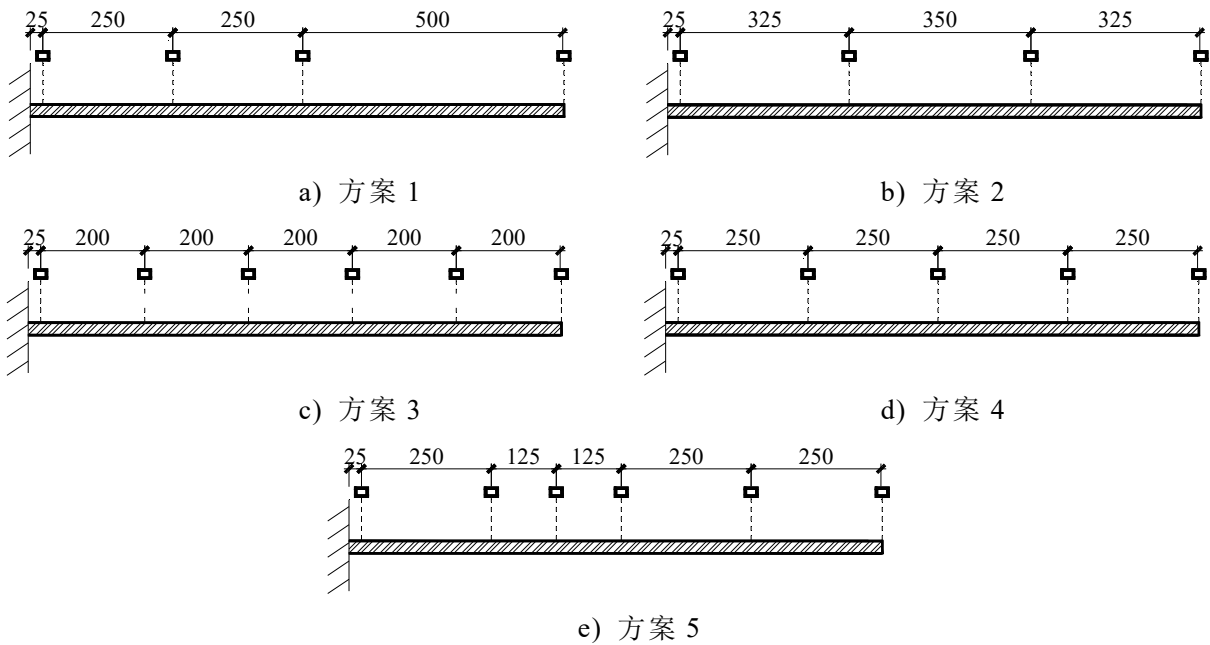


图 2.9 悬臂梁模型的测点布置方案

表 2.4 工况 1 下 1/4 点加载时拟合转角与 Sap2000 结果对比

坐标 (m)	Sap2000	方案 1		方案 2		方案 3		方案 4		方案 5	
	结果	角度	相对误差	角度	相对误差	角度	相对误差	角度	相对误差	角度	相对误差
	(°)	(°)	(%)	(°)	(%)	(°)	(%)	(°)	(%)	(°)	(%)
0.2	0.0533	0.0464	15.02%	0.0466	14.54%	0.0481	10.78%	0.0512	4.25%	0.0513	4.04%
0.4	0.0576	0.0581	-0.85%	0.0551	4.64%	0.0583	-1.13%	0.0587	1.79%	0.0580	-0.71%
0.6	0.0576	0.0622	-7.43%	0.0592	-2.71%	0.0583	-1.10%	0.0570	1.02%	0.0571	0.96%
0.8	0.0576	0.0588	-1.93%	0.0590	-2.41%	0.0562	2.51%	0.0583	-1.22%	0.0592	-2.70%
1	0.0576	0.0476	20.95%	0.0545	5.68%	0.0602	-4.36%	0.0556	3.69%	0.0536	7.44%

注：相对误差=（Sap2000 计算角度-拟合角度）/拟合角度×100%。

表 2.5 工况 2 下跨中加载时拟合转角与 Sap2000 结果对比

坐标 (m)	Sap2000	方案 1		方案 2		方案 3		方案 4		方案 5	
	结果	角度	相对误差	角度	相对误差	角度	相对误差	角度	相对误差	角度	相对误差
	(°)	(°)	(%)	(°)	(%)	(°)	(%)	(°)	(%)	(°)	(%)
0.2	0.1295	0.1257	3.07%	0.1247	3.83%	0.1328	-2.43%	0.1319	-1.83%	0.1303	-0.57%
0.4	0.1981	0.1968	0.67%	0.1867	6.08%	0.1974	0.33%	0.1963	0.89%	0.1976	0.23%
0.6	0.2100	0.2272	-7.59%	0.2182	-3.78%	0.2113	-0.62%	0.2120	-0.95%	0.2123	-1.07%
0.8	0.2100	0.2171	-3.27%	0.2193	-4.23%	0.2069	1.49%	0.2082	0.88%	0.2045	2.69%
1	0.2100	0.1663	26.28%	0.1898	10.62%	0.2167	-3.11%	0.2140	-1.88%	0.2220	-5.42%

注：相对误差=（Sap2000 计算角度-拟合角度）/拟合角度×100%。

表 2.6 工况 3 下 3/4 点加载时拟合转角与 Sap2000 结果对比

坐标 (m)	Sap2000	方案 1		方案 2		方案 3		方案 4		方案 5	
	结果	角度	相对误差	角度	相对误差	角度	相对误差	角度	相对误差	角度	相对误差
	(°)	(°)	(%)	(°)	(%)	(°)	(%)	(°)	(%)	(°)	(%)
0.2	0.2057	0.2052	0.24%	0.2050	0.34%	0.2070	-0.62%	0.2046	0.53%	0.2051	0.28%
0.4	0.3505	0.3503	0.05%	0.3485	0.56%	0.3505	0.00%	0.3511	-0.17%	0.3506	-0.04%
0.6	0.4343	0.4370	-0.62%	0.4354	-0.25%	0.4330	0.30%	0.4336	0.16%	0.4337	0.13%
0.8	0.4576	0.4652	-1.64%	0.4657	-1.73%	0.4627	-1.10%	0.4595	-0.41%	0.4609	-0.71%
1	0.4576	0.4351	5.18%	0.4393	4.16%	0.4477	2.22%	0.4551	0.55%	0.4517	1.32%

注：相对误差= (Sap2000 计算角度-拟合角度) /拟合角度×100%。

表 2.7 工况 4 下悬臂端加载时拟合转角与 Sap2000 结果对比

坐标 (m)	Sap2000	方案 1		方案 2		方案 3		方案 4		方案 5	
	结果	角度	相对误差	角度	相对误差	角度	相对误差	角度	相对误差	角度	相对误差
	(°)	(°)	(%)	(°)	(%)	(°)	(%)	(°)	(%)	(°)	(%)
0.2	0.2819	0.2819	0.00%	0.2819	0.00%	0.2819	0.00%	0.2819	0.00%	0.2819	0.00%
0.4	0.5029	0.5029	0.00%	0.5029	0.00%	0.5029	0.00%	0.5029	0.00%	0.5029	0.00%
0.6	0.6629	0.6629	0.00%	0.6629	0.00%	0.6629	0.00%	0.6629	0.00%	0.6629	0.00%
0.8	0.7619	0.7619	0.00%	0.7619	0.00%	0.7619	0.00%	0.7619	0.00%	0.7619	0.00%
1	0.8000	0.8000	0.00%	0.8000	0.00%	0.8000	0.00%	0.8000	0.00%	0.8000	0.00%

注：相对误差= (Sap2000 计算角度-拟合角度) /拟合角度×100%。

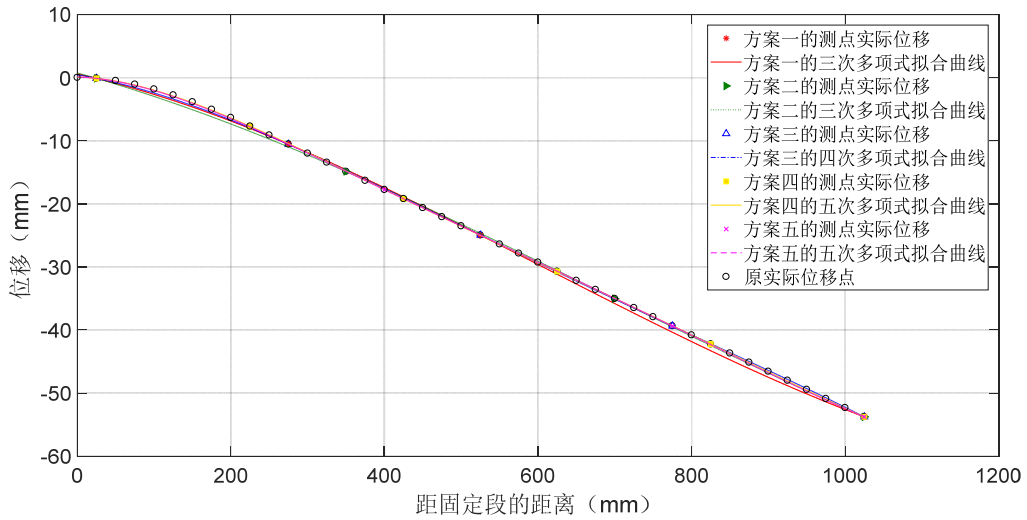


图 2.10 工况 1 下 1/4 点加载时悬臂梁的平动位移拟合曲线

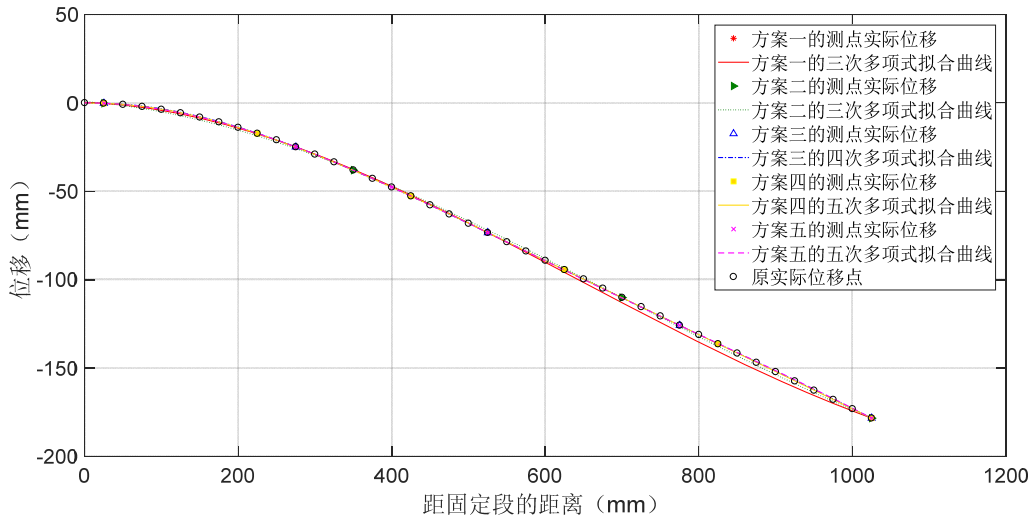


图 2.11 工况 2 下跨中加载时悬臂梁的平动位移拟合曲线

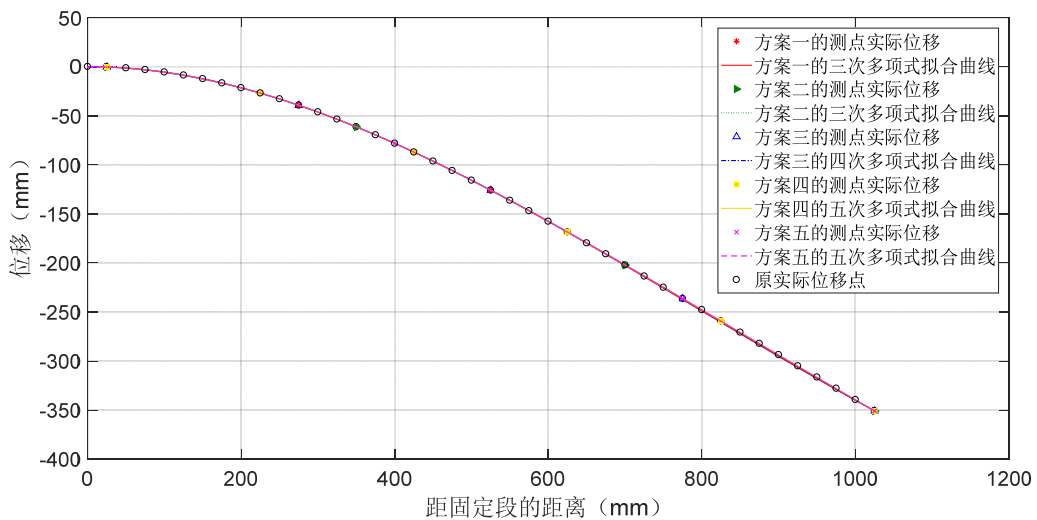


图 2.12 工况 3 下 3/4 点加载时悬臂梁的平动位移拟合曲线

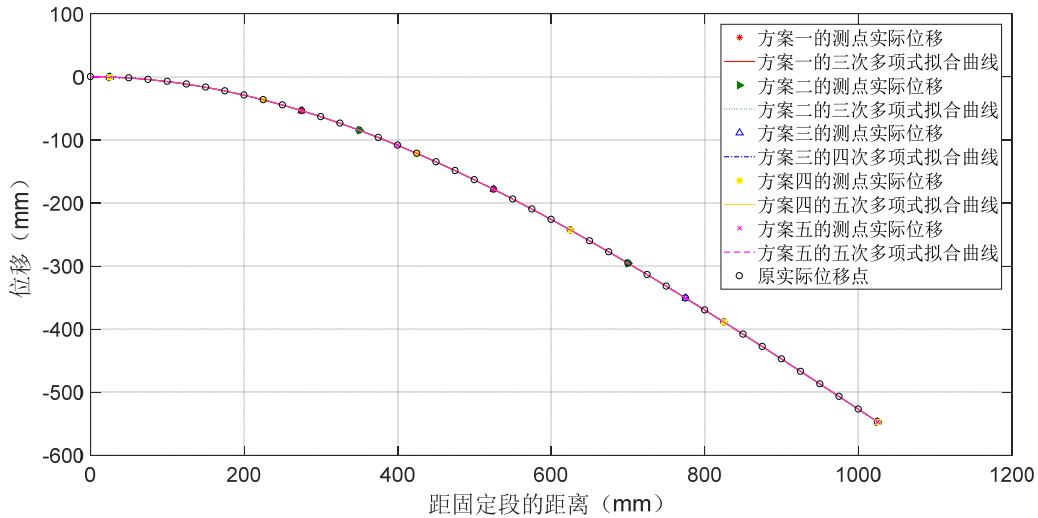


图 2.13 工况 4 下悬臂端加载时悬臂梁的平动位移拟合曲线

根据表 2.4 至表 2.7 和图 2.10 至图 2.13 的结果可以得到如下结论，对于采用欧拉-伯努利梁理论的悬臂梁模型，集中荷载加载位置越靠近悬臂梁端，转角拟合结果越理想。工况 4 下梁的平动变形曲线基本与原实际位移点重合，选取的五个坐标点下的拟合转角与 Sap2000 计算的转角基本没有误差，因此选择悬臂梁端作为施加集中荷载的位置。对比所有工况下的方案 1 和方案 2 之间，方案 4 和方案 5 之间的角度相对误差，可以发现方案 2 的误差整体来说小于方案 1 的误差，方案 4 的误差整体来说小于方案 5 的误差。由此可见，测点应尽量等间距布置。对比所有工况下方案 2、方案 3 和方案 4 的角度相对误差，可以观察到误差减少，由此可以说明当测点等间距布置时，测点数越多，精度越高。综合来看，无论在悬臂梁模型何处加载集中力，方案 4 的效果始终满足误差不大于 5% 的要求，满足工程精度要求。

表 2.8 工况 4 施加 5db 噪声后拟合转角与 Sap2000 结果对比

坐标 (m)	Sap2000	方案 2		方案 3		方案 4	
	结果	角度	相对误差	角度	相对误差	角度	相对误差
	(°)	(°)	(%)	(°)	(%)	(°)	(%)
0.2	0.2819	0.2825	-0.23%	0.2836	-0.61%	0.2834	-0.53%
0.4	0.5029	0.5032	-0.06%	0.5066	-0.73%	0.5036	-0.15%
0.6	0.6629	0.6630	-0.03%	0.6636	-0.11%	0.6635	-0.10%
0.8	0.7619	0.7622	-0.03%	0.7601	0.24%	0.7643	-0.31%
1	0.8000	0.8005	-0.06%	0.8014	-0.18%	0.7956	0.55%

注：相对误差 = (Sap2000 计算角度 - 拟合角度) / 拟合角度 × 100%。

实际应用时，每个测点的结果不可避免会受到噪声的影响，对悬臂梁上的测点位移施加 5db 噪声，然后拟合得到挠度曲线，获得每个测点的转角。对比工况 4 下的方案 2、方案 3、方案 4 的角度相对误差，结果如表 2.8 所示。所有方案的

角度相对误差都在 1%内，拟合精度良好。以上分析说明，使用转动曲线拟合方法对受静载试验的悬臂梁进行角度拟合可行，集中荷载应施加在悬臂端，均匀、对称的布置四个及四个以上的测点。

### 2.3.2.2 悬臂梁受脉冲激励

采用 Sap2000 的时程分析工况定义如图 2.14 所示脉冲激励，施加于 2.3.2.1 节所述悬臂梁模型的悬臂端，设定阻尼比为 0.02，输出时段数为 10000，时段步长为 0.005，计算获得跨中节点的转角时程响应如图 2.15，与图 2.16 所示的方案 1、2、3 拟合的跨中转角时程结果对比。并对测点的位移响应施加 5db 噪声，以观察噪声对动转角拟合效果的影响。三种方案下的动转角拟合曲线与 Sap2000 结果的对比如图 2.17 至图 2.22 所示。

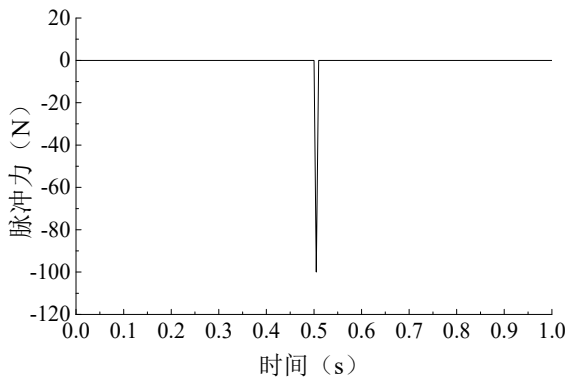


图 2.14 输入的脉冲力响应

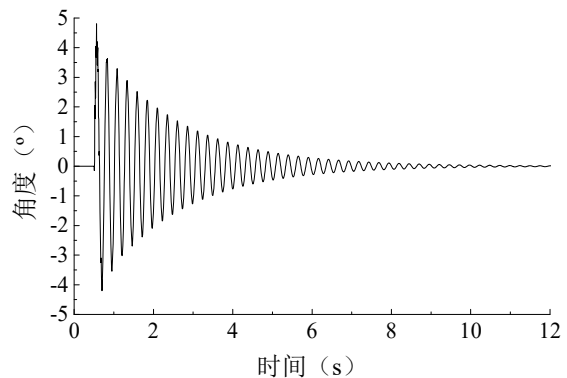
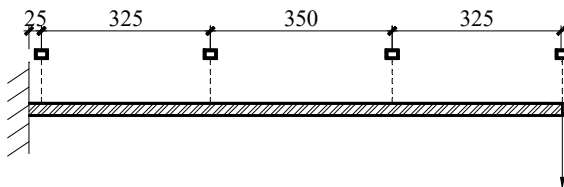
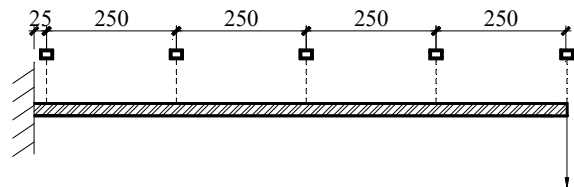


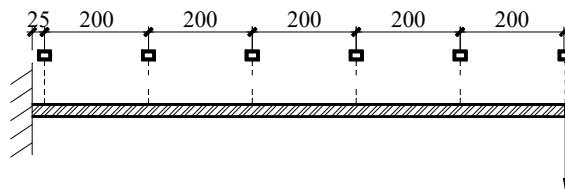
图 2.15 输出的跨中节点的动转角响应



a) 四个测点的方案 1

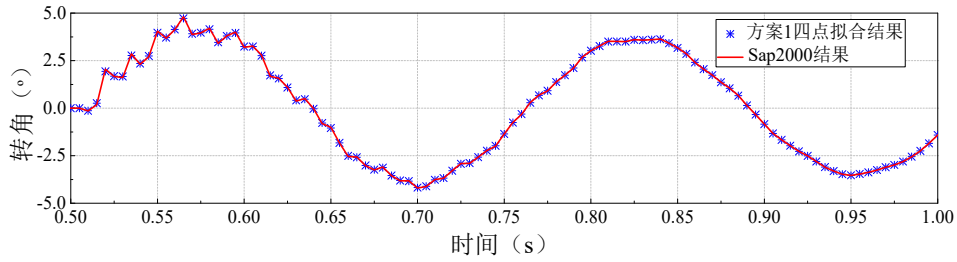


b) 五个测点的方案 2

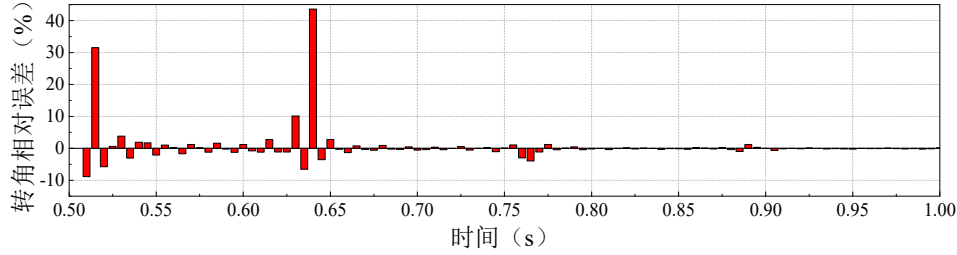


c) 六个测点的方案 3

图 2.16 悬臂梁模型的悬臂端受脉冲力



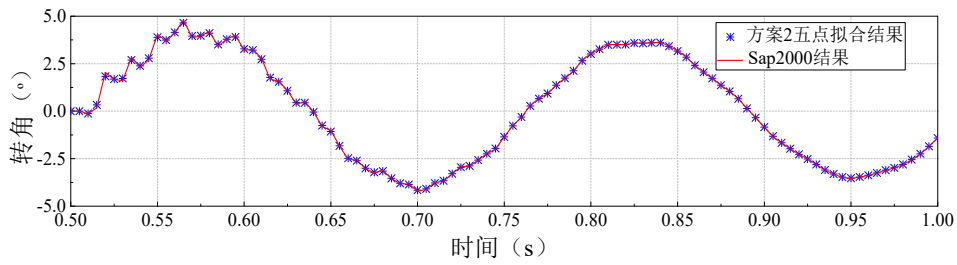
a) 0.5~1 秒内梁跨中节点的动转角时程曲线



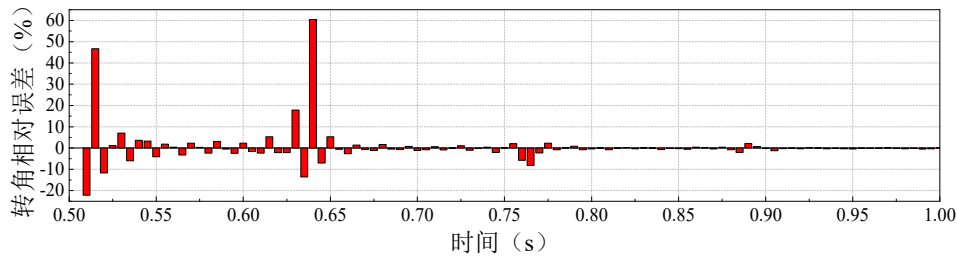
b) 转角相对误差

注：转角相对误差 = (Sap2000 计算角度 - 拟合角度) / 拟合角度 × 100%。

图 2.17 无噪声时方案 1 跨中节点的动转角拟合曲线及相对误差



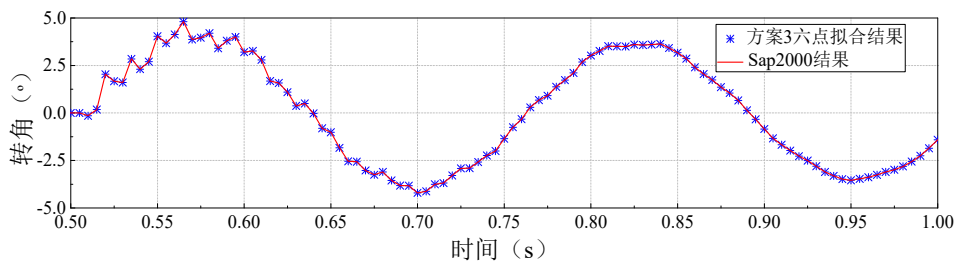
a) 0.5~1 秒内梁跨中节点的动转角时程曲线



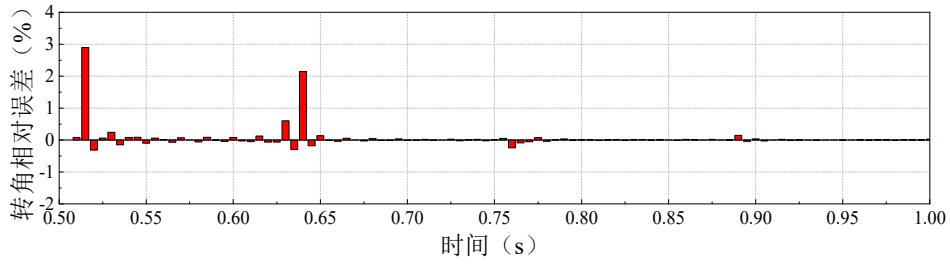
b) 转角相对误差

注：转角相对误差 = (Sap2000 计算角度 - 拟合角度) / 拟合角度 × 100%。

图 2.18 无噪声时方案 2 跨中节点的动转角拟合曲线及相对误差



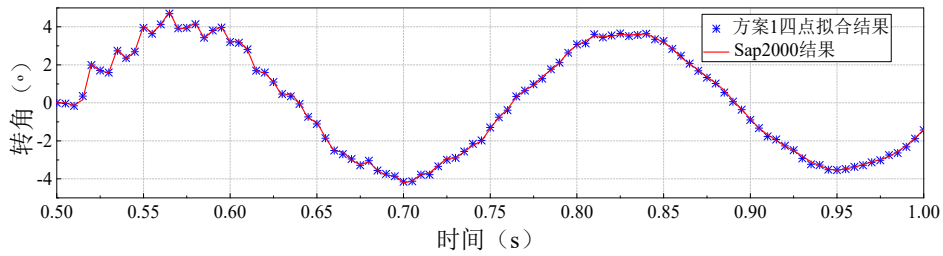
a) 0.5~1 秒内梁跨中节点的动转角时程曲线



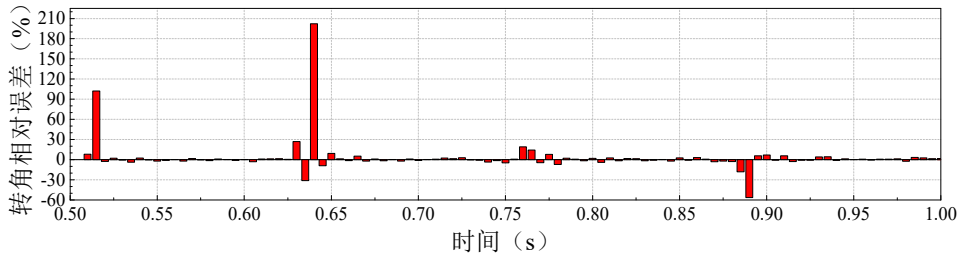
b) 转角相对误差

注：转角相对误差 = (Sap2000 计算角度 - 拟合角度) / 拟合角度 × 100%。

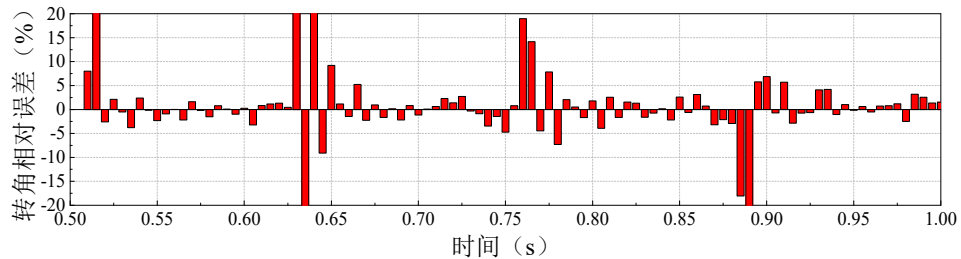
图 2.19 无噪声时方案 3 跨中节点的动转角拟合曲线及相对误差



a) 施加 5db 噪声后在 0.5~1 秒内梁跨中节点的动转角时程曲线



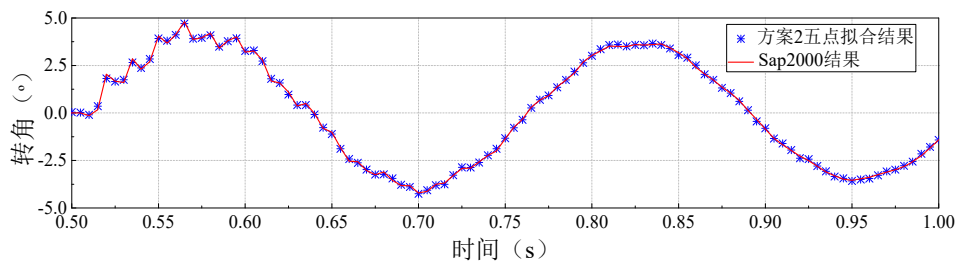
b) 转角相对误差



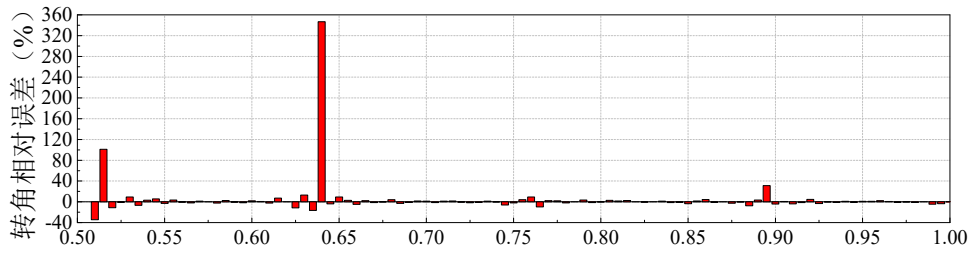
c) 转角相对误差局部放大

注：转角相对误差 = (Sap2000 计算角度 - 拟合角度) / 拟合角度 × 100%。

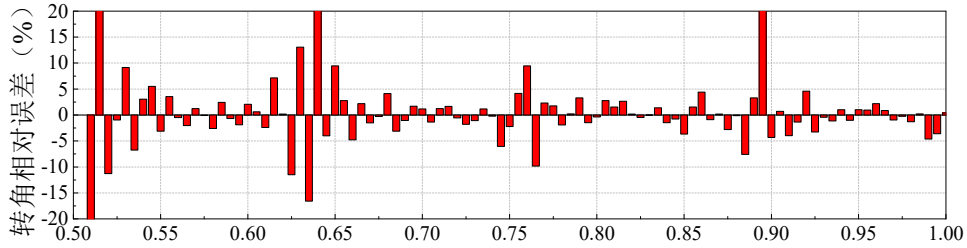
图 2.20 施加 5db 噪声时方案 1 跨中节点的动转角拟合曲线及相对误差



a) 施加 5db 噪声后在 0.5~1 秒内梁跨中节点的动转角时程曲线



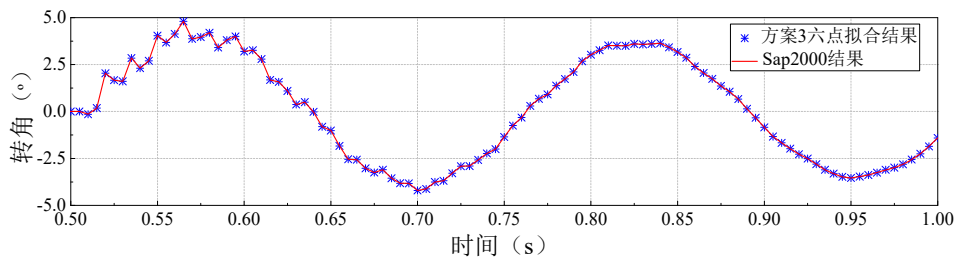
b) 转角相对误差



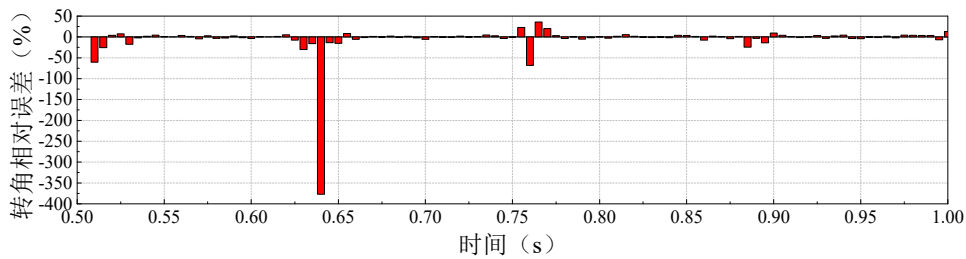
c) 转角相对误差局部放大

注：转角相对误差 = (Sap2000 计算角度 - 拟合角度) / 拟合角度 × 100%。

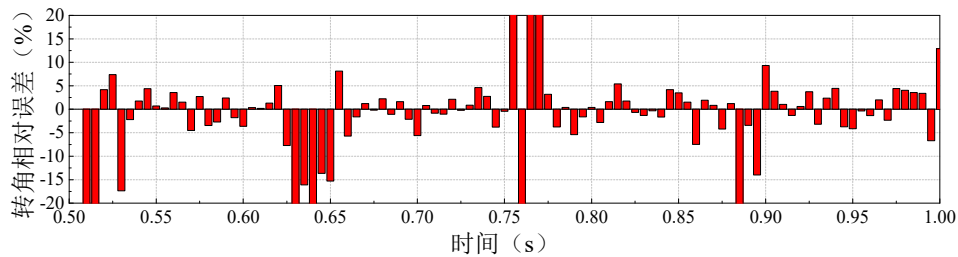
图 2.21 施加 5db 噪声时方案 2 跨中节点的动转角拟合曲线及相对误差



a) 施加 5db 噪声后在 0.5~1 秒内梁跨中节点的动转角时程曲线



b) 转角相对误差



c) 转角相对误差局部放大

注：转角相对误差 = (Sap2000 计算角度 - 拟合角度) / 拟合角度 × 100%。

图 2.22 施加 5db 噪声时方案 3 跨中节点的动转角拟合曲线及相对误差

根据图 2.17 至图 2.22 的结果，发现跨中节点的动转角曲线在角度接近于 0 处，转角相对误差会突然增大，这是因为角度较小时，转角拟合方法存在的误差相对而言占的比重更大，在静载工况下也同样存在这一现象，当施加的力引起的结构位移越大，那么角度拟合效果会越好。无噪声时，方案 3 的转角相对误差小于 5%，方案 2 和方案 1 除角度接近于 0 处的时刻，相对误差基本都在 5% 以内。在平动反应中加入 5db 白噪声后，三种测点布置方案除角度接近于 0 处的时刻，大部分时刻的相对误差基本都在 5% 内，满足工程精度要求。方案 3 由于有 6 个测点，对比方案 1 和方案 2，角度拟合效果受噪声影响更大。整体来说，悬臂梁受静载时的转角拟合精度要高于受脉冲激励时的精度。激光位移计宜对称、均匀布置，且在能反映挠度曲线特征的点（如极值点、拐点等）附近宜增加测点数。对悬臂梁而言，在保证拟合精度和方便操作的前提下，建议等间距布置 4-5 个激光位移计。

## 2.4 MEMS 陀螺仪传感器的角度测量精度验证试验

通过数值模拟确定了转角拟合方法的准确性，并确定了荷载施加于悬臂端，激光位移计测点等间距，对称布置 4-5 个以后，本节对深圳维特智能科技的 HWT901B 陀螺仪传感器进行了精度验证试验，由于静态测量是动态测量的基础，应对 MEMS 陀螺仪传感器先进行静态角度测量精度验证，再验证动态测量精度。

### 2.4.1 传感器的静态角度测量精度验证试验

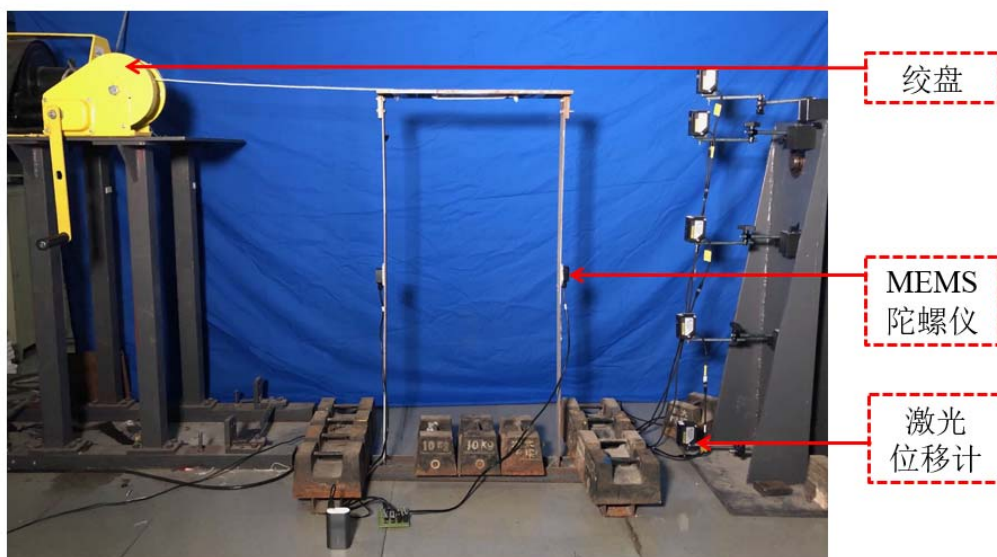


图 2.23 静态角度测量精度验证试验模型

试验结构模型为如图 2.23 所示的门式钢框架结构，选取其右侧的柱构件为试验对象。柱的尺寸为  $B \times W \times L = 50\text{mm} \times 3\text{mm} \times 1060\text{mm}$ ，角度信号由维特智能 HWT901B 陀螺仪传感器采集，共布置 2 个 MEMS 陀螺仪传感器，位于门式框架

右侧柱构件 1/2 位置的传感器用来测量柱中间节点的转角，左侧柱构件上对称布置的传感器用来保持框架结构质量对称。该 MEMS 陀螺仪传感器的照片以及测量安装图如图 2.25 所示。位移信号由日本基恩士 IL300+IL1000 激光位移计采集，其量程为 280mm，精度为 0.7mm。该激光位移计的照片以及测量安装图如图 2.24 所示。试验共布置 5 个激光位移计，顶端布置 1 个用于控制初位移，后 4 个以 23cm 为间距等距离布置，用于测量柱的位移。在静态角度验证试验中，设置了 20 组初位移，测量结果如表 2.9 所示。

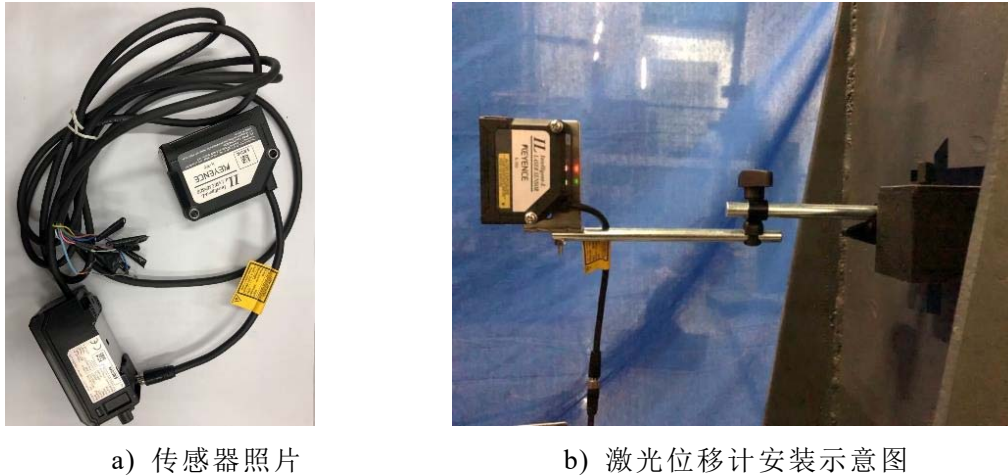


图 2.24 激光位移计照片及安装示意图



图 2.25 MEMS 陀螺仪传感器照片及安装示意图

表 2.9 中，测量差值=陀螺仪传感器测得角度-激光位移计拟合转角。

平均误差 =  $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\text{测量差值}|$ ， $n$  为测量值个数。均方误差 =  $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\text{测量差值})^2$ 。从测量结果可以看出，测量误差的均值为  $0.051^\circ$ ，均方根误差为  $0.042^\circ$ 。最大静态测量误差为  $-0.108^\circ$ ，最小静态测量误差仅为  $0.004^\circ$ 。

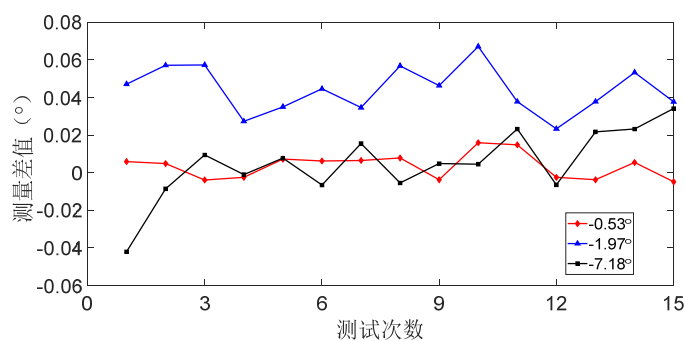
为了测试角度测量系统的重复性，选取了水平位移分别为  $-7\text{mm}$ 、 $-25\text{mm}$ 、 $-92\text{mm}$  的三个位置，角度分别为  $-0.53^\circ$ 、 $-1.97^\circ$  和  $-7.18^\circ$ 。在每个位置进行 15 次测量试验，测量差值如图 2.26 所示。三个位置的重复性均方根误差分别为  $0.007$ 、 $0.012$  和  $0.018$ ，有较好的测量重复性。

表 2.9 静态角度验证试验测量结果

初位移 (mm)	陀螺仪读数 (°)	角度拟合值 (°)	测量差值 (°)
-5	-0.38	-0.384	0.004
-10	-0.77	-0.768	-0.002
-15	-1.19	-1.171	-0.019
-20	-1.56	-1.524	-0.036
-25	-1.95	-1.915	-0.035
-30	-2.4	-2.359	-0.041
-35	-2.79	-2.742	-0.048
-40	-3.24	-3.187	-0.053
-45	-3.66	-3.552	-0.108
-50	-3.98	-3.886	-0.094
-55	-4.38	-4.294	-0.086
-60	-4.74	-4.669	-0.071
-65	-5.13	-5.048	-0.082
-70	-5.53	-5.458	-0.072
-75	-5.94	-5.842	-0.098
-80	-6.3	-6.238	-0.062
-85	-6.69	-6.602	-0.088
-90	-7.08	-7.011	-0.069
-95	-7.43	-7.414	-0.017
-100	-7.77	-7.835	0.065

平均误差：0.051

均方误差：0.042



注：测量差值=陀螺仪传感器测得角度-激光位移计拟合转角。

图 2.26 重复性试验测量结果

### 2.4.2 传感器的动态角度测量精度验证试验

试验结构模型为如图 2.27 所示，仍使用上一节的门式钢框架结构，选取其右侧的柱构件为试验对象。角度信号由维特智能 HWT901B 陀螺仪传感器测量，通过 PC 端的上位机采集，采样频率为 200Hz。位移响应使用日本基恩士 IL300+IL1000 激光位移计测量，通过 LMS Cadax-8 便携式动态信号分析仪采集并储存，采样频率设为 200Hz。试验共布置 5 个激光位移计，顶端布置 1 个用于控制初位移，后 4 个以 23cm 为间距等距离布置，用于测量柱的平动位移响应。试验时，通过左侧绞盘牵引施加初位移。然后剪断绳子瞬时释放，结构恢复自由振动状态。

为验证动力试验时，MEMS 陀螺仪传感器在不同频率振动下的测量精度，分别设置了 2mm-10mm 的低频工况，和 20mm-100mm 的高频工况。在低频工况中，每隔 2mm 设置一次工况。在高频工况中，每隔 20mm 设置一次工况。由第 2.3.1 节所述的转动响应曲线拟合方法可以得到激光位移计测得的转动时程响应，与 MEMS 陀螺仪传感器测得的转动时程响应结果对比如图 2.28~图 2.37 所示。

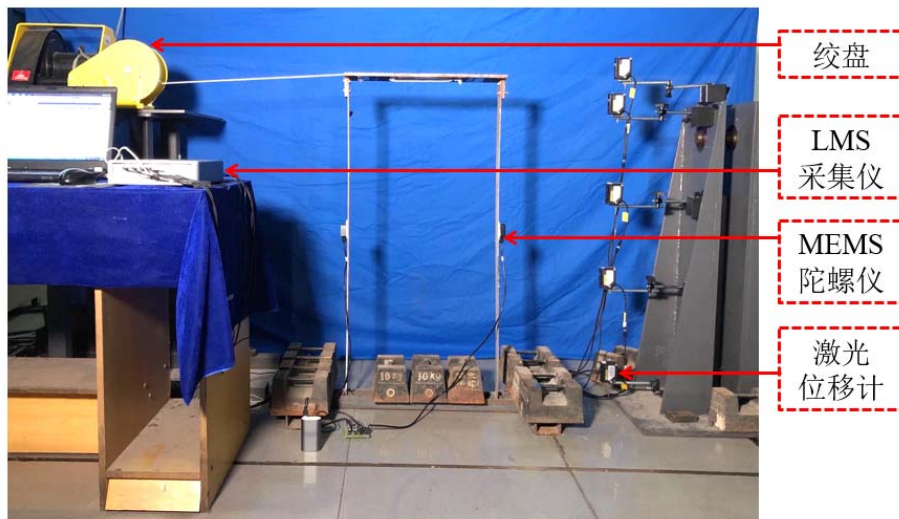


图 2.27 动态角度测量精度验证试验模型

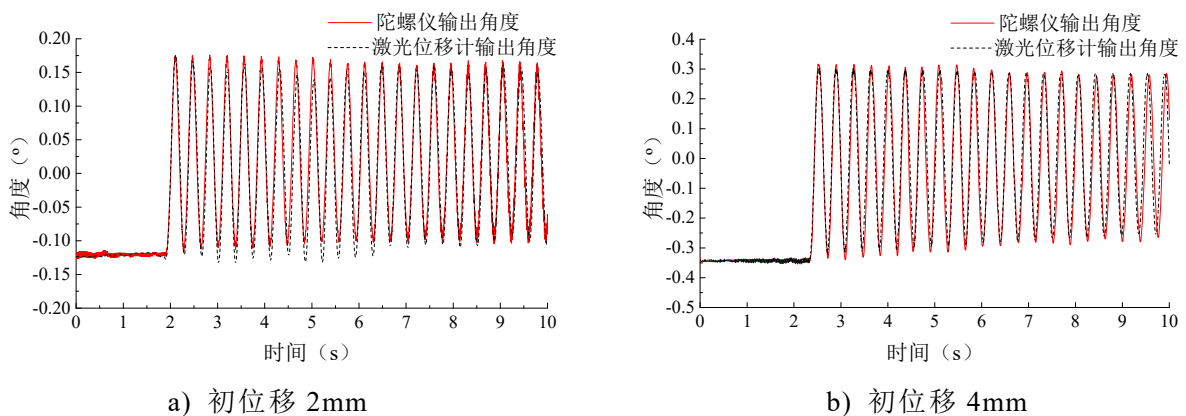
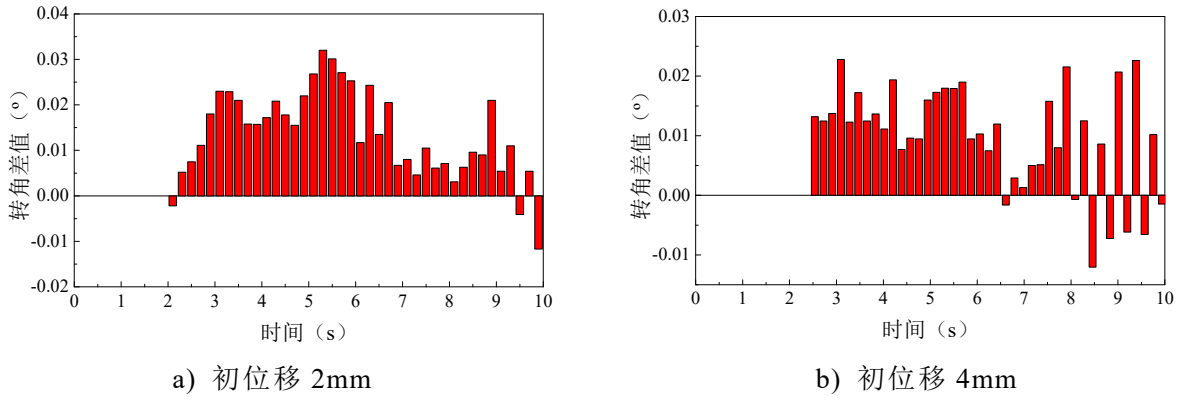


图 2.28 初位移为 2mm 和 4mm 时激光位移计和 MEMS 陀螺仪传感器所测转角响应对比



注：转角差值=陀螺仪传感器测得角度-激光位移计拟合转角。

图 2.29 初位移为 2mm 和 4mm 时柱的转角响应在波峰波谷处的相对差值

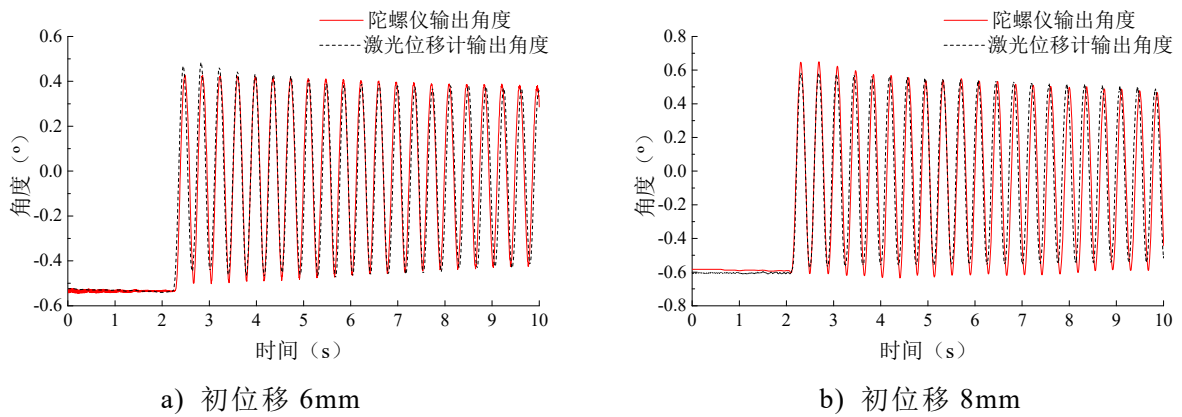
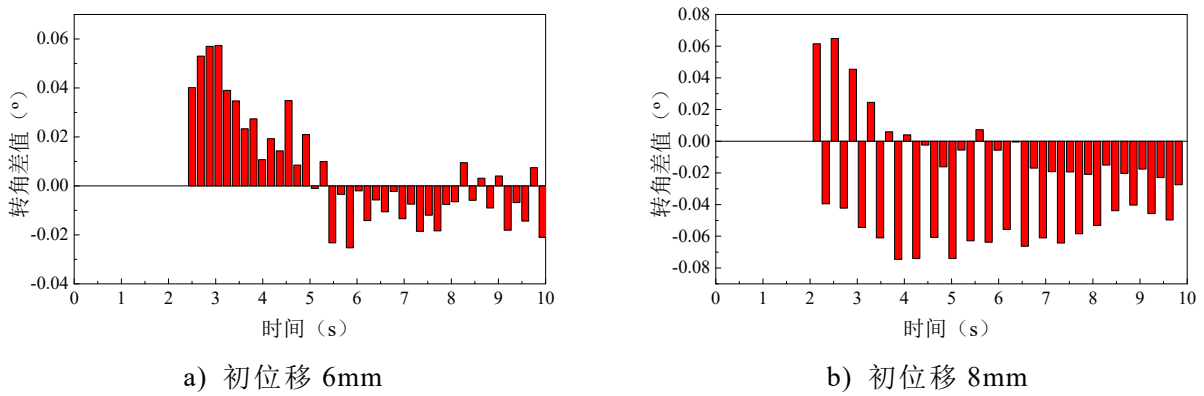


图 2.30 初位移为 6mm 和 8mm 时激光位移计和 MEMS 陀螺仪传感器所测转角响应对比



注：转角差值=陀螺仪传感器测得角度-激光位移计拟合转角。

图 2.31 初位移为 6mm 和 8mm 时柱的转角响应在波峰波谷处的相对差值

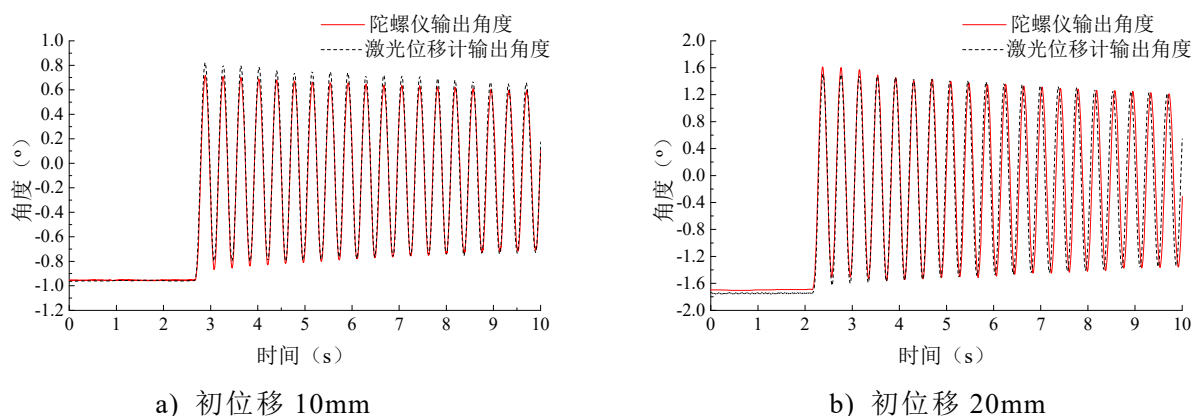
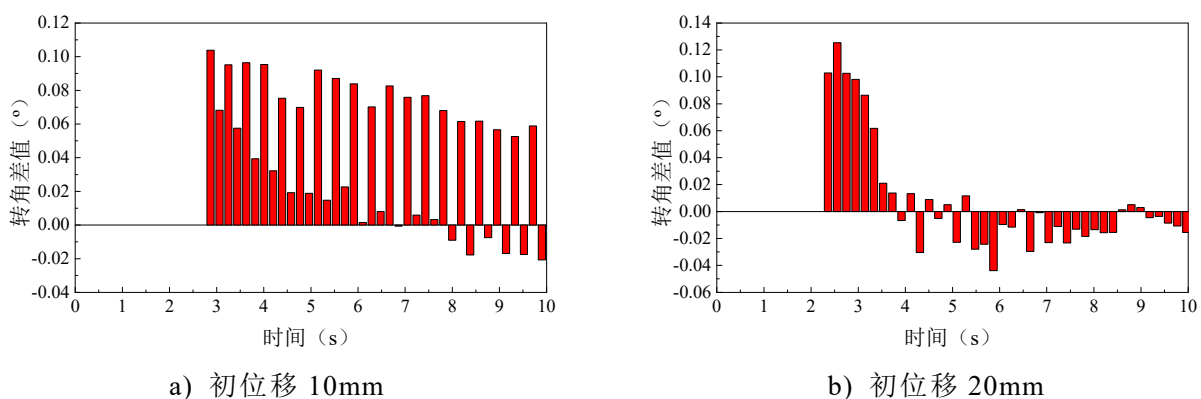


图 2.32 初位移为 10mm 和 20mm 时激光位移计和 MEMS 陀螺仪传感器所测转角响应对比



注：转角差值=陀螺仪传感器测得角度-激光位移计拟合转角。

图 2.33 初位移为 10mm 和 20mm 时柱的转角响应在波峰波谷处的相对差值

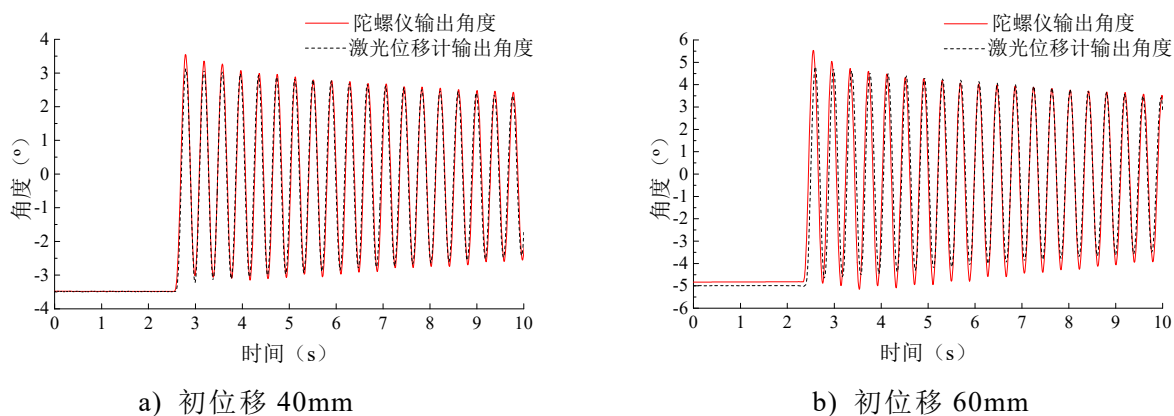
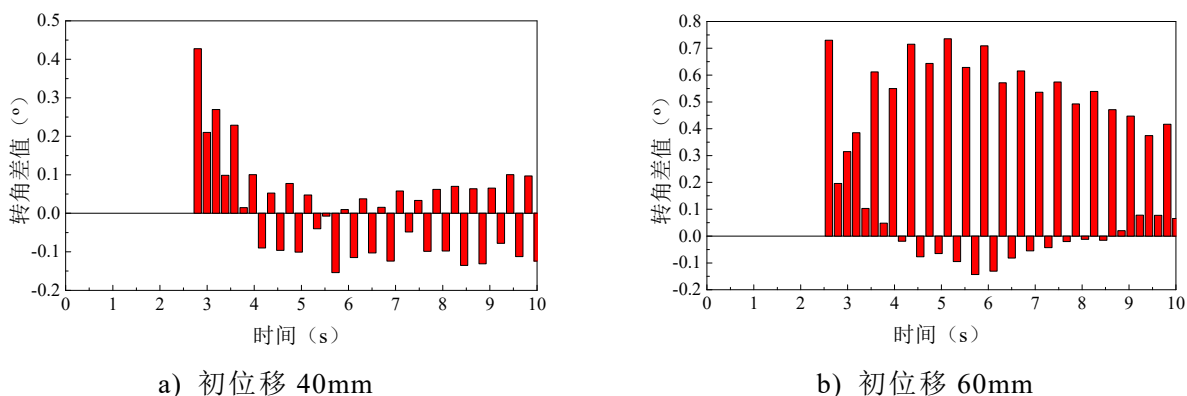


图 2.34 初位移为 40mm 和 60mm 时激光位移计和 MEMS 陀螺仪传感器所测转角响应对比



注：转角差值=陀螺仪传感器测得角度-激光位移计拟合转角。

图 2.35 初位移为 40mm 和 60mm 时柱的转角响应在波峰波谷处的相对差值

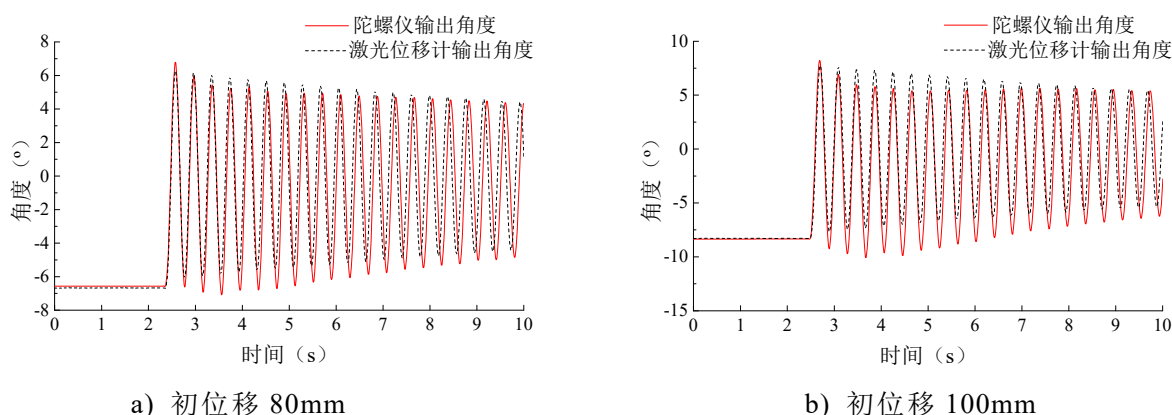
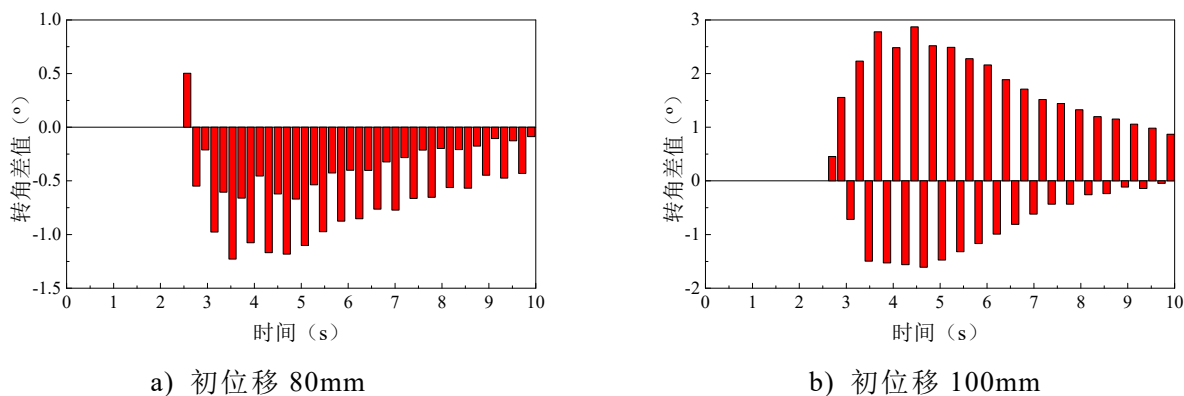


图 2.36 初位移为 80mm 和 100mm 时激光位移计和 MEMS 陀螺仪传感器所测转角响应对比



注：转角差值=陀螺仪传感器测得角度-激光位移计拟合转角。

图 2.37 初位移为 80mm 和 100mm 时柱的转角响应在波峰波谷处的相对差值

通过上述图片中 MEMS 陀螺仪传感器与激光位移计输出的角度的对比，可以明显观察到：随着初位移的增大，MEMS 陀螺仪传感器与激光位移计输出的角度差值也随之增大。分析误差产生的原因主要为以下两点：

(1) 根据动转角拟合原理，应保证激光位移计发射的激光，门式框架受激励后振动的二维平面，绞盘上绳子施加力的方向均在同一个平面内。由于现场试验条件限制，很容易产生误差。

(2) 激光位移计所测量构件平面的表面不够平整。

对动力试验条件下 MEMS 陀螺仪传感器的角度测量精度进行验证, 保证测量的响应信息准确, 是开展后续的研究、试验的前提。综合静态角度测量和动态角度测量试验的结果来看, 在结构初位移为 100mm 以内, 可以基本保证 MEMS 陀螺仪传感器静态角度测量的精度为  $0.05^\circ$ , 测量重复性良好。在结构初位移为 10mm 以内, 可以基本保证动态角度测量的精度为  $0.1^\circ$ 。

## 2.5 本章小结

本章对市场上现有的 MEMS 陀螺仪传感器进行了调研, 介绍了 HWT901B 陀螺仪传感器的基本工作原理。为了校验该传感器在受到外界冲击振动下的动态精度, 首先依据由平动响应信息拟合转动响应的原理, 对忽略剪切变形和转动惯量的影响的悬臂梁模型进行了两种工况下的数值模拟, 分别为受到集中荷载和受脉冲激励。验证了角度拟合方法的可行性。然后以门式钢框架结构的柱构件为试验对象, 验证了 MEMS 陀螺仪传感器的静态精度和动态精度。

## 第3章 基于动转角测量技术的结构物理参数时域识别

### 3.1 引言

结构动力测试方法应用于实际工程时，难以准确测量结构的转角信息，转角自由度也通常容易被忽略。由于转角响应难以获得，目前结构识别算法的研究主要集中于剪切型结构和桁架结构<sup>[51,118,119]</sup>，而以弯剪变形为主的结构研究较少。弯剪型结构在正问题分析中通常利用静力凝聚的方法缩聚掉转角自由度，在反问题求解过程中，主要利用平动响应重构转动响应。在时域识别方面，传统算法在重构状态信息以及广义逆求转角时，计算模型所使用的方程式存在对冲效应，需要应用超定方程组修正结果，方法过于复杂且精度不能完全满足要求。

本章以一座4层框架结构为例，在对该结构进行转角信息重构的前提下，基于最小二乘递推算法由结构的平动响应数据在时域内识别了结构的物理参数。对比运用转角真实值的情形下所识别的物理参数，研究使用转角重构值对结构物理参数时域识别的影响。在第二章对动力试验条件下MEMS陀螺仪传感器的角度测量精度进行验证的基础上，通过一个3层2跨的钢框架模型的动力试验，比较了采用广义逆方法重构转角和直接测量转角两种情况下，阻尼参数和刚度参数的识别效果。此外，还研究了转角信息补充后，使用最小二乘递推算法进行损伤诊断的效果。

### 3.2 基于最小二乘递推算法的结构物理参数识别

#### 3.2.1 结构计算模型的选取

对于结构识别来说，计算模型的选取十分关键。由于实际工程结构的模型自由度较多，难以对所有自由度的响应信息进行测量。因此，对于多自由度结构系统的识别问题，目前所采用的结构模型大多为简化计算模型，简化后的模型应真实反映结构中所有构件的主要受力性能。本文研究的对象为平面钢框架结构，框架结构是由梁、柱构件组成的结构，当横梁与柱的线刚度比值大于5，则在结构分析中，可假定横梁刚度无穷大，忽略梁的变形，视为剪切型结构<sup>[120]</sup>。若框架结构的梁与柱刚度相差不大时可视为弯剪型框架结构。剪切型框架的参数识别已经比较成熟，因此本文将对弯剪型框架结构进行研究，在水平荷载作用下，其框架节点将发生转动，所以需要考虑框架节点转动的影响。

平面框架结构的完整自由度模型如图3.1(a)所示，其含 $2N$ 个平动自由度和 $2N$ 个转动自由度。对于平面框架结构的梁柱连接节点，节点的轴向变形和剪切变

形与节点的转动变形相比，可以忽略不计，因此平面框架结构计算模型采用的梁单元刚度矩阵为  $4 \times 4$  阶矩阵，具体表示如下：

$$K = \begin{bmatrix} 12EI/l^3 & 6EI/l^2 & -12EI/l^3 & 6EI/l^2 \\ 6EI/l^2 & 4EI/l & -6EI/l^2 & 2EI/l \\ -12EI/l^3 & -6EI/l^2 & 12EI/l^3 & -6EI/l^2 \\ 6EI/l^2 & 2EI/l & -6EI/l^2 & 4EI/l \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

上式中， $E$  为单元材料的弹性模量， $A$  为单元的横截面面积， $I$  为单元横截面对主轴  $Z$  的惯性矩， $l$  为单元的长度。

对于单跨平面框架结构，由于结构对称，在水平荷载作用下，左右两侧的转动响应一致，可将模型一简化为图 3.1(b) 如所示的含  $N$  个平动自由度和  $N$  个转动自由度的模型二。

对于多跨平面框架结构，同一层梁柱节点的转角响应并不完全相同，根据实际情况，可将模型一简化为如图 3.1(c) 所示的含  $N$  个平动自由度和  $2N$  个转动自由度的模型三。

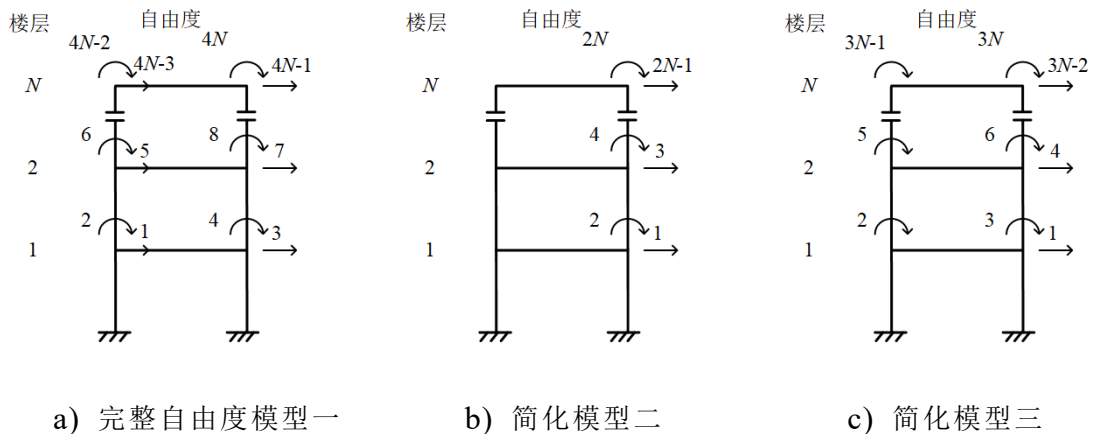


图 3.1 平面框架结构的计算模型

### 3.2.2 最小二乘递推算法

系统识别是基于系统的输入、输出观测数据，从一组给定模型类中确定一个与所测系统等价的数学模型<sup>[121]</sup>。结构物理参数识别常用的准则包括：最小二乘准则、贝叶斯估计准则、最大似然估计准则、预报误差准则等。本文的研究采用实际应用中广泛的最小二乘估计准则。最小二乘法在 1794 年由数学家高斯提出<sup>[122]</sup>，先后形成了经典最小二乘法、加权最小二乘法、最小二乘递推法、遗忘因子法和增广最小二乘法等多种改进算法<sup>[76]</sup>。这些算法在一定程度上考虑了测试噪声、方程性态对识别结果的影响。

以单自由度系统为例，设系统的输入输出关系如下：

$$z_k = h_k \theta + n_k \quad (3.2)$$

式中， $z_k$  和  $h_k$  分别表示系统的输入和输出， $\theta$  表示系统的待识别参数， $n_k$  为均值是零的随机噪声。

则有如下所示的参数  $\theta$  的最小二乘估计准则：

$$J(\theta) = \sum_{k=1}^N (z_k - h_k \theta)^2 \rightarrow \min \quad (3.3)$$

上述准则可以理解为，待识别参数  $\theta$  最可能的值将使实际观测值与计算值之间的误差累积平方和最小。当观测的数据长度足够长， $N \rightarrow \infty$  时，参数的估计值将以概率收敛于精确真值  $\theta^{[65]}$ 。

对于线性参数系统，其输入输出模型可表示为<sup>[65]</sup>：

$$Z = H\theta + e \quad (3.4)$$

其中， $Z$  为系统模型的输出向量， $H$  为模型输入或输出变量的等价表达式， $\theta$  为待识别的未知模型参数， $e$  为模型的噪声向量。根据式 (3.3) 的最小二乘法准则，由极值定理有：

$$\left. \frac{\partial J(\theta)}{\partial \theta} \right|_{\theta=\hat{\theta}} = \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ (Z - H\theta)^T (Z - H\theta) \right]_{\hat{\theta}} = 0 \quad (3.5)$$

进一步整理可以得到：

$$(H^T H) \hat{\theta} = H^T Z \quad (3.6)$$

当  $H^T H$  矩阵可逆时，可以得到：

$$\hat{\theta} = (H^T H)^{-1} H^T Z \quad (3.7)$$

又因为：

$$\left. \frac{\partial^2 J(\theta)}{\partial \theta^2} \right|_{\theta=\hat{\theta}} = 2H^T H \quad (3.8)$$

因此矩阵  $H^T H$  正定，故：

$$\left. \frac{\partial^2 J(\theta)}{\partial \theta^2} \right|_{\theta=\hat{\theta}} > 0 \quad (3.9)$$

满足式 (3.9) 的参数估计值  $\hat{\theta}$  必然使得  $J(\theta)|_{\theta=\hat{\theta}} = \min$  成立，而且  $\hat{\theta}$  估计值唯一，此时的  $\hat{\theta}(k)$  被称为经典最小二乘估计<sup>[65]</sup>。

根据式 (3.7) 直接计算参数估计值的算法为一次完成型算法，当观测数据增多时，计算工作量将迅速增加。因此，有必要引入递推型算法，将式 (3.7) 转化为递推计算的格式。参数递推估计是指对被识别的系统，每获得一次新的测量数据后，就在前一次的估计结果的基础上，利用新引入的测量数据对前一次估计的结果进行修正，从而递推得到新的参数估计值。这样不断引入新的测量数据，一

次接一次进行参数估计，直至估计值达到满意的精确程度为止，最小二乘递推算法的思想可以用下式来概括：

当前估计值  $\hat{\theta}(k)$  = 上次估计值  $\hat{\theta}(k-1)$  + 修正项

新的估计值  $\hat{\theta}(k)$  是基于旧估计值  $\hat{\theta}(k-1)$ ，利用新的观测数据对旧估计值进行修正所得<sup>[122]</sup>。设：

$$P_k^{-1} = H_k^T H_k = \sum_{i=1}^k a_i h_i^T h_i \quad (3.10)$$

$$P_{k-1}^{-1} = H_{k-1}^T H_{k-1} = \sum_{i=1}^{k-1} a_i h_i^T h_i \quad (3.11)$$

$$Z_k = (z_1, z_2, \dots, z_k)^T \quad (3.12)$$

$$Z_{k-1} = (z_1, z_2, \dots, z_{k-1})^T \quad (3.13)$$

其中， $a_i$  为加权因子，在最小二乘递推算法中恒取 1。由式 (3.7) 有：

$$\hat{\theta}_k = (H_k^T H_k)^{-1} H_k^T Z_k = P_k H_k^T Z_k = P_k \sum_{i=1}^{k-1} a_i h_i^T z_i \quad (3.14)$$

$$\hat{\theta}_{k-1} = (H_{k-1}^T H_{k-1})^{-1} H_{k-1}^T Z_{k-1} = P_{k-1} H_{k-1}^T Z_{k-1} = P_{k-1} \sum_{i=1}^{k-1} a_i h_i^T z_i \quad (3.15)$$

根据上述定义，可得下述递推关系：

$$P_k^{-1} = P_{k-1}^{-1} + a_k h_k^T h_k \quad (3.16)$$

$$\hat{\theta}_k = \hat{\theta}_{k-1} + a_k P_k h_k^T (z_k - h_k \hat{\theta}_{k-1}) \quad (3.17)$$

定义增益矩阵：

$$K_k = a_k P_k h_k^T \quad (3.18)$$

则式 (3.17) 可写为：

$$\hat{\theta}_k = \hat{\theta}_{k-1} + K_k (z_k - h_k \hat{\theta}_{k-1}) \quad (3.19)$$

此即为参数估计的递推格式，式 (3.188) 中的矩阵  $P_k$  的对角线上的元素反映了参数估计值与真实值的均方误差，被称为误差协方差矩阵<sup>[65]</sup>。由式 (3.16) 和矩阵求逆公式可得：

$$P_k = P_{k-1}^{-1} - P_{k-1}^{-1} h_k^T \left( h_k P_{k-1}^{-1} h_k^T + \frac{1}{a_k} \right)^{-1} h_k P_{k-1} \quad (3.20)$$

将上式代入增益矩阵 (3.18) 中，可得：

$$K_k = P_{k-1} h_k^T \left( h P_{k-1} h_k^T + \frac{1}{a_k} \right)^{-1} \quad (3.21)$$

式 (3.19)、式 (3.20) 和式 (3.21) 组成了最小二乘估计的递推算法。当最小二乘递推算法的参数估计达到一定精度时, 可以自动停止递推运算, 可选用如下的停机准则:

$$\max_{\forall_i} \left| \frac{(\hat{\theta}_i)_k - (\hat{\theta}_i)_{k-1}}{(\hat{\theta}_i)_{k-1}} \right| < \varepsilon \quad (\varepsilon \text{ 为适当小的正数}) \quad (3.22)$$

### 3.2.3 基于最小二乘递推算法的结构物理参数时域识别

对于需要考虑节点转动影响的框架结构, 在外力  $f(t)$  作用下, 对于需要考虑节点转动影响的框架结构, 动力平衡方程为:

$$\begin{bmatrix} M_{xx} & M_{x\varphi} \\ M_{\varphi x} & M_{\varphi\varphi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_x \\ \ddot{x}_\varphi \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{x\varphi} \\ C_{\varphi x} & C_{\varphi\varphi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_x \\ \dot{x}_\varphi \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{x\varphi} \\ K_{\varphi x} & K_{\varphi\varphi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_x \\ x_\varphi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f(t) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.23)$$

其中,  $x_x$ 、 $\dot{x}_x$ 、 $\ddot{x}_x$  分别为结构的水平位移, 速度, 加速度响应。 $x_\varphi$ 、 $\dot{x}_\varphi$ 、 $\ddot{x}_\varphi$

分别为结构的角位移, 角速度, 角加速度,  $f(t)$  为外部激励。 $\begin{bmatrix} M_{xx} & M_{x\varphi} \\ M_{\varphi x} & M_{\varphi\varphi} \end{bmatrix}$ 、 $\begin{bmatrix} C_{xx} & C_{x\varphi} \\ C_{\varphi x} & C_{\varphi\varphi} \end{bmatrix}$ 、

$\begin{bmatrix} K_{xx} & K_{x\varphi} \\ K_{\varphi x} & K_{\varphi\varphi} \end{bmatrix}$  分别为协调质量矩阵, 阻尼矩阵和刚度矩阵。假设阻尼矩阵仅与刚度

矩阵成比例,  $[C]=b[K]$ 。

假定质量矩阵已知, 展开动力平衡方程后有:

$$M_{xx} \ddot{x}_x + M_{x\varphi} \ddot{x}_\varphi + bK_{xx} \dot{x}_x + bK_{x\varphi} \dot{x}_\varphi + K_{xx} x_x + K_{x\varphi} x_\varphi = f(t) \quad (3.24)$$

$$M_{\varphi x} \ddot{x}_x + M_{\varphi\varphi} \ddot{x}_\varphi + bK_{\varphi x} \dot{x}_x + bK_{\varphi\varphi} \dot{x}_\varphi + K_{\varphi x} x_x + K_{\varphi\varphi} x_\varphi = 0 \quad (3.25)$$

根据虚拟结构向量转换方法<sup>[65]</sup>, 可构造参数识别的标准方程。将 (3.24) 式简化为:

$$\tilde{M} \ddot{x} + b\tilde{K} \dot{x} + \tilde{K} x = f(t) \quad (3.26)$$

上式中,  $\tilde{M} = \begin{bmatrix} M_{xx} & M_{x\varphi} \end{bmatrix}$ ,  $\tilde{K} = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{x\varphi} \end{bmatrix}$ ,  $\ddot{X} = \begin{bmatrix} \ddot{x}_x & \ddot{x}_\varphi \end{bmatrix}^T$ ,  $\dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{x}_x & \dot{x}_\varphi \end{bmatrix}^T$ ,  $X = \begin{bmatrix} x_x & x_\varphi \end{bmatrix}^T$ 。

令:

$$\tilde{K} = \sum_{i=1}^n T_{ki}^T k_i T_{ki} = \sum_{i=1}^n \theta_{ki} T_{ki}^T \tilde{k}_i T_{ki} \quad (3.27)$$

式 (3.27) 中,  $T_{ki}$  为定位矩阵,  $k_i$  为局部坐标下的单元刚度矩阵,  $\theta_{ki}$  为待识别的刚度参数,  $\tilde{k}_i$  为提取公因子  $\theta_{ki}$  之后的单刚矩阵。

引入  $R_{ki} = T_{ki}^T \tilde{k}_i T_{ki}$

则有:

$$\tilde{K}x = H_k \theta_k \quad (3.28)$$

其中:

$$H_k = [R_{k1}, R_{k2}, \dots, R_{kn}]; \quad \theta_k = [\theta_{k1}, \theta_{k2}, \dots, \theta_{kn}]^T$$

类似地, 对于阻尼矩阵有:

$$b\tilde{K}\dot{x} = H_c \theta_c \quad (3.29)$$

对于协调质量矩阵有:

$$\tilde{M}\ddot{x} = H_m \theta_m \quad (3.30)$$

其中:

$$H_m = [R_{m1}, R_{m2}, \dots, R_{mn}]; \quad \theta_m = [\theta_{m1}, \theta_{m2}, \dots, \theta_{mn}]^T$$

而  $R_{mi} = T_{mi}^T \tilde{m}_i T_{mi}$

以上所述表达式中,  $\theta_{mi}$  为待识别的单元质量参数,  $\tilde{m}_i$  为标准化单元质量矩阵,  $T_{mi}$  为关于质量的单元坐标转换矩阵与整体定位矩阵的乘积。

将式 (3.28)、式 (3.29)、式 (3.30) 代入式 (3.26), 并引入  $H = [H_m, H_c, H_k]$ ,  $\theta = [\theta_m, \theta_c, \theta_k]^T$ ,  $Z = f(t)$ 。即可写成如下的参数识别标准格式:

$$H\theta = Z \quad (3.31)$$

其中,  $H$  为结构响应矩阵,  $\theta$  为待识别的参数向量,  $Z$  为系统输入。假定结构系统的输入及输出信息完备, 基于最小二乘准则, 可得式 (3.31) 中的结构参数  $\theta$  的估计值为:

$$\tilde{\theta} = (H^T H)^{-1} H^T Z \quad (3.32)$$

上述论述表明: 利用系统的输入、输出响应信息可以得到结构的物理参数估计值。

### 3.2.3.1 无转角测量信息的结构物理参数识别——转角信息重构

以相对简单的单跨框架结构为例说明, 对于转角响应无法直接测量的情况, 为了进行 (3.32) 式的计算, 可采用广义逆理论<sup>[123]</sup>由水平位移测量值计算转角, 计算模型选取模型二。

忽略转角方向上的惯性力和阻尼力的作用, 则由式 (3.25) 可得

$$K_{\varphi x} x_x + K_{\varphi\varphi} x_\varphi = 0 \quad (3.33)$$

解上式可得:

$$x_\varphi = -K_{\varphi\varphi}^{-1} K_{\varphi x} x_x \quad (3.34)$$

由于该式中的  $K_{\varphi x}$  和  $K_{\varphi\varphi}$  包含有未知参数,因此无法直接用来计算转角响应。对于这一问题,可以通过广义逆方法计算转角<sup>[123]</sup>。结构的总刚度矩阵是由结构各单元的单元刚度矩阵叠加而成,如式(3.35)所示:

$$K = \sum_{i=1}^n b_i \tilde{K}_i \quad (3.35)$$

其中,  $b_i$  为单元  $i$  提取的待识别参数,为提取  $b_i$  后单元  $i$  整体坐标系中的单元刚度贡献矩阵。同时对于总刚度矩阵的各分块矩阵同样有:

$$K_{xx} = \sum_{i=1}^n b_i \tilde{K}_{xx}^{(i)} \quad K_{x\varphi} = \sum_{i=1}^n b_i \tilde{K}_{x\varphi}^{(i)} \quad (3.36a)$$

$$K_{\varphi x} = \sum_{i=1}^n b_i \tilde{K}_{\varphi x}^{(i)} \quad K_{\varphi\varphi} = \sum_{i=1}^n b_i \tilde{K}_{\varphi\varphi}^{(i)} \quad (3.36b)$$

将式(3.36)代入式(3.33),可得:

$$\left( \sum_{i=1}^n b_i \tilde{K}_{\varphi x}^{(i)} \right) x_x + \left( \sum_{i=1}^n b_i \tilde{K}_{\varphi\varphi}^{(i)} \right) x_\varphi = 0 \quad (3.37)$$

定义:

$$H(b) = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & \cdots & b_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_1 & b_2 & \cdots & b_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots & \ddots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_1 & b_2 & \cdots & b_n \end{bmatrix}_{n \times n} \quad (3.38)$$

$$\tilde{K}(\varphi x) = \begin{bmatrix} \tilde{K}_{11}^{(1)}(\varphi x) & \tilde{K}_{12}^{(1)}(\varphi x) & \cdots & \tilde{K}_{1n}^{(1)}(\varphi x) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{K}_{11}^{(n)}(\varphi x) & \tilde{K}_{12}^{(n)}(\varphi x) & \cdots & \tilde{K}_{1n}^{(n)}(\varphi x) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{K}_{n1}^{(1)}(\varphi x) & \tilde{K}_{n1}^{(1)}(\varphi x) & \cdots & \tilde{K}_{nm}^{(1)}(\varphi x) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{K}_{n1}^{(n)}(\varphi x) & \tilde{K}_{n1}^{(n)}(\varphi x) & \cdots & \tilde{K}_{nm}^{(n)}(\varphi x) \end{bmatrix}_{m \times n} \quad (3.39)$$

式中  $m=n^2$ ,  $\tilde{K}_{jk}^{(e)}(\varphi x)$  为结构第  $i$  个部分的刚度矩阵  $\tilde{K}_{\varphi x}^{(i)}$  的第  $j$  行  $k$  列元素,同理可定义  $\tilde{K}(\varphi\varphi)$ 。由上述定义,式(3.37)可写为:

$$H(b) \underline{\tilde{K}(\varphi x)} x_x = -H(b) \underline{\tilde{K}(\varphi\varphi)} x_\varphi \quad (3.40)$$

根据矩阵分析的广义逆理论,取上式中划线部分相等,则有:

$$x_\varphi = -\tilde{K}(\varphi\varphi)^+ \tilde{K}(\varphi x) x_x \quad (3.41)$$

该式中已不含待求参数  $b_i$ ,且式右各项均已知,因此可根据式(3.41)由结构水平位移测量值计算结构的转角测量值。对其两边求一阶导数得:

$$\dot{x}_\varphi = -\tilde{K}(\varphi\varphi)^+ \tilde{K}(\varphi x) \dot{x}_x \quad (3.42)$$

上式为位移一角速度关系式,同理可得位移一角加速度关系式:

$$\dot{x}_\varphi = -\tilde{K}(\varphi\varphi)^+ \tilde{K}(\varphi x) \dot{x}_x \quad (3.43)$$

由平动信息重构角度,角速度,角加速度信息后,可进行结构的参数识别。

### 3.2.3.2 有转角测量信息的结构物理参数识别

对于可以直接测量转角值的框架结构，同样以模型二为例说明，选取的待识别参数为各层的层抗弯刚度 $(EI)_i$ 和各层的阻尼参数 $b(EI)_i$ 。根据前述理论介绍，可构造如式(3.31)所示的方程，第 $i$ 层和第 $i+1$ 层的参数识别方程如下式：

$$[H_{i1} \ H_{i2} \ H_{i3} \ H_{i4}] \begin{Bmatrix} b(EI)_i \\ b(EI)_{i+1} \\ (EI)_i \\ (EI)_{i+1} \end{Bmatrix} = \{Z_i\} \quad (3.44)$$

当 $i > 1$ 时，其中：

$$H_{i1} = -\frac{24}{h_i^3} \dot{x}_{2i-3} + \frac{12}{h_i^2} \dot{x}_{2i-2} + \frac{24}{h_i^3} \dot{x}_{2i-1} + \frac{12}{h_i^2} \dot{x}_{2i} \quad (3.45)$$

$$H_{i2} = \frac{24}{h_{i+1}^3} \dot{x}_{2i-1} - \frac{12}{h_{i+1}^2} \dot{x}_{2i} - \frac{24}{h_{i+1}^3} \dot{x}_{2i+1} - \frac{12}{h_{i+1}^2} \dot{x}_{2i+2} \quad (3.46)$$

$$H_{i3} = -\frac{24}{h_i^3} x_{2i-3} + \frac{12}{h_i^2} x_{2i-2} + \frac{24}{h_i^3} x_{2i-1} + \frac{12}{h_i^2} x_{2i} \quad (3.47)$$

$$H_{i4} = \frac{24}{h_{i+1}^3} x_{2i-1} - \frac{12}{h_{i+1}^2} x_{2i} - \frac{24}{h_{i+1}^3} x_{2i+1} - \frac{12}{h_{i+1}^2} x_{2i+2} \quad (3.48)$$

$$Z_{2i-1} = f_{2i-1} - [M]_{(\text{第}2i-1\text{行})} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \vdots \\ \ddot{x}_{2i+2} \end{Bmatrix} \quad (3.49)$$

其中， $h_i$ 为第 $i$ 层层高。当识别第 $i=1$ 层时，

$$H_{11} = \frac{24}{h_1^3} \dot{x}_1 + \frac{12}{h_1^2} \dot{x}_2 \quad (3.50)$$

$$H_{12} = \frac{24}{h_2^3} \dot{x}_1 - \frac{12}{h_2^2} \dot{x}_2 - \frac{24}{h_2^3} \dot{x}_3 - \frac{12}{h_2^2} \dot{x}_4 \quad (3.51)$$

$$H_{13} = \frac{24}{h_1^3} x_1 + \frac{12}{h_1^2} x_2 \quad (3.52)$$

$$H_{14} = \frac{24}{h_2^3} x_1 - \frac{12}{h_2^2} x_2 - \frac{24}{h_2^3} x_3 - \frac{12}{h_2^2} x_4 \quad (3.53)$$

$$Z_1 = f_1 - m_{11} \ddot{x}_1 - m_{12} \ddot{x}_2 - m_{13} \ddot{x}_3 - m_{14} \ddot{x}_4 \quad (3.54)$$

在已知框架结构的各层层高、质量矩阵、所受外激励以及各节点的平动时程响应和转动时程响应的前提下，首先将以上信息代入式(3.45)~(3.54)，然后将式(3.45)~(3.54)代入式(3.44)，建立参数识别标准方程进行最小二乘递推

法参数识别，即可求得结构的物理参数。有转角测量信息时，识别结构物理参数的过程中可省去采用广义逆方法重构转角信息的过程，更为方便。

### 3.2.4 算例分析

以一个 4 层弯剪型框架结构为例，在结构左侧顶点水平施加一个幅值为 100N 的脉冲力  $F$ ，采样频率设为 200Hz，共采集 12000 个数据点。使用 matlab 编程计算，计算模型如图 3.2 所示，假设参数如表 3.1 所示。采用 Newmark- $\beta$  时程分析方法进行正问题计算得到结构的动力响应。动力方程中采用与刚度相关的比例阻尼矩阵和协调质量矩阵。采用忽略轴向变形和剪切变形的  $4 \times 4$  阶的杆系单元刚度矩阵，组装成  $16 \times 16$  阶的总刚度矩阵。模型共 16 个自由度，由于结构完全对称，可简化为含 4 个平动自由度和 4 个转动自由度的框架模型。则总刚度矩阵变为  $8 \times 8$  阶的矩阵。为了验证算法的抗噪性能，在结构响应的分析中分别加入 1%、5% 的白噪声，加入白噪声的水平由结构响应的均方根值和噪声均方根值的百分比确定。接着使用最小二乘递推算法对 1~4 层的层间抗弯刚度  $K_1$ 、 $K_2$ 、 $K_3$ 、 $K_4$  和各层的刚度阻尼参数  $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$ 、 $C_4$  进行识别。

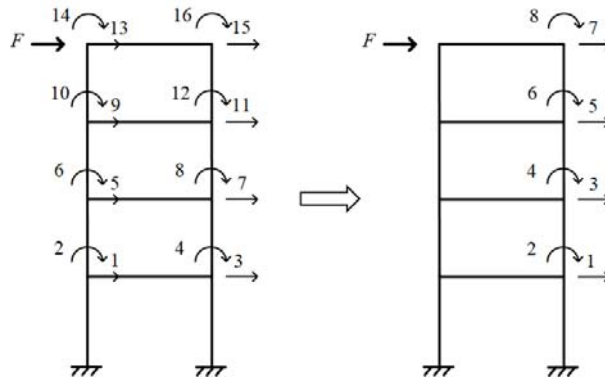


图 3.2 弯剪型框架结构模型

表 3.1 四层框架结构参数真实值

层号	层间抗弯刚度 (N/m)	层刚度阻尼参数 (N·s/m)	层高 (m)
1	23.1750	0.0487	3.6
2	23.1750	0.0487	3.0
3	23.1750	0.0487	3.0
4	23.1750	0.0487	3.0

根据实际观测输出信息，设置通过广义逆方法重构转角的工况 1 和采用转角真实值的工况 2。其中输出的加速度响应和角度、角速度响应都采用真实值。

工况 1：采用 Newmark- $\beta$  积分法计算结构上 4 个平动自由度的加速度响应，对加速度响应进行傅里叶变换，将信号从时域转换到频域，再通过将时域内的积分转换为频域计算，在频域内进行运算后再通过傅立叶逆变换将信号从频域还

原到时域，并取其实部就可以得到信号在时域的速度和位移响应<sup>[124]</sup>，采用 3.2.3 节所述广义逆方法，根据式 (3.41)、(3.42) 和 (3.43) 由位移响应重构角度，角速度，角加速度响应。

工况 2：基于图 3.2 的计算模型，采用 Newmark- $\beta$  积分法计算结构上 4 个平动自由度的加速度响应，4 个转动自由度的角度、角速度响应。然后，同工况 1 的方法由频域积分法获得速度和位移响应。对角速度响应利用向前差分的数值微分法重构角加速度的响应，初始角速度为 0。

获得完备的输入和输出响应信息后，假设结构的待识别参数初值，将以上数据和结构的已知参数代入公式 (3.44) 构造结构参数识别方程，根据式 (3.32) 运用最小二乘递推算法可求出结构物理参数的识别值，参数识别结果列入表 3.2，图 3.3 为不考虑噪声下，工况 1 和工况 2 识别结构物理参数的收敛过程。

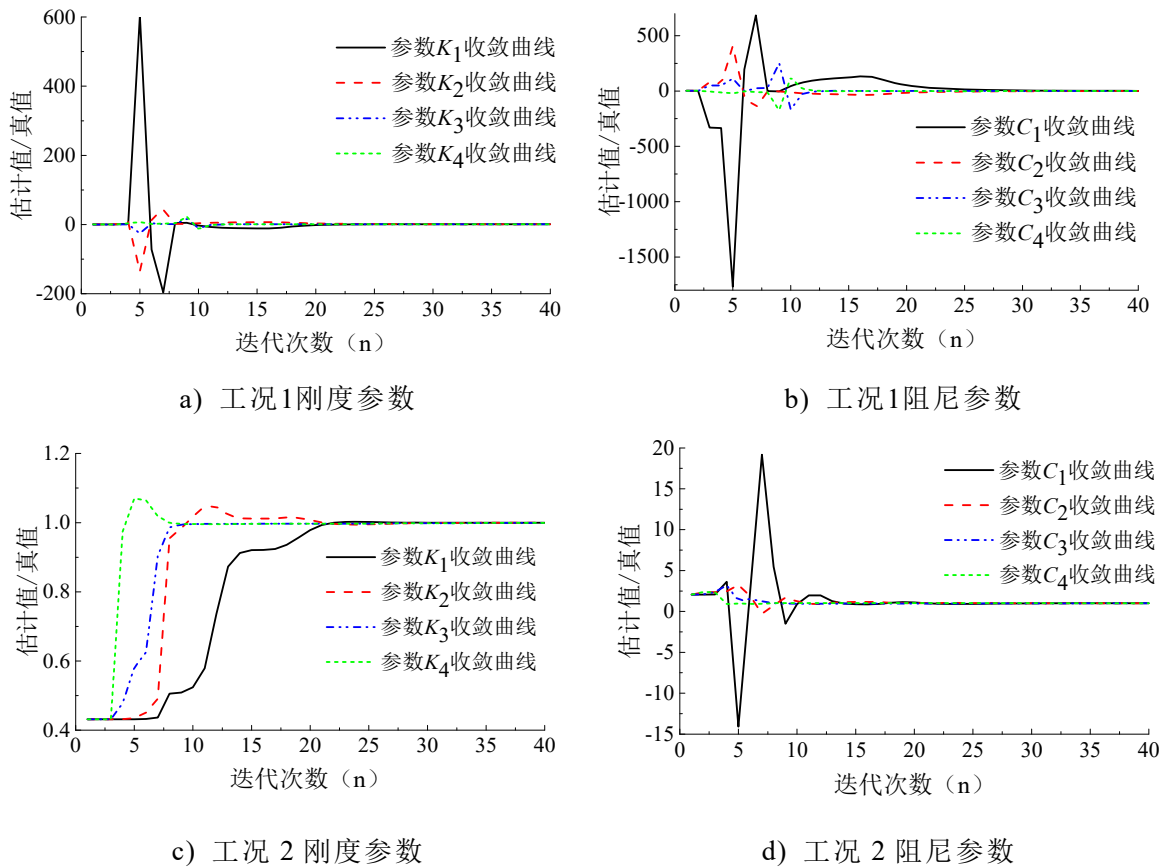


图 3.3 工况 1 与工况 2 的刚度参数与阻尼参数估计收敛过程

比较工况 1 和工况 2 在无噪声时的结构参数识别结果，可以发现工况 1 重构转角响应时刚度参数识别的最大误差为 13.04%；而工况 2 将转角信息作为重要信息补充，识别得到的刚度参数最大误差为 0.06%，提高了识别的参数精度。说明通过广义逆方法由平动响应重构出的角度、角速度和角加速度响应准确度不高，基于最小二乘递推算法进一步进行识别的刚度参数结果也不够理想。从识别的物

理量来看，阻尼的识别效果整体要差于刚度参数，考虑噪声后误差更大，阻尼真值很容易被测试噪声所湮没。

考虑 1%噪声时，阻尼参数识别结果受到的影响明显大于刚度参数，重构转角的工况 1 整体受到的影响大于采用转角真实值的工况 2。

考虑 5%的噪声存在时，对转角进行重构的工况 1 的刚度参数识别最大误差达到 21.13%，分析其原因，主要是因为加速度积分成速度和位移产生的误差和广义逆方法本身的误差累积，使得误差进一步放大。考虑 5%噪声时，采用角度、角速度真实值的工况 2 刚度参数识别的最大误差为 2.94%，比采用重构转角值的工况 1 所识别的参数误差减少了 18.19%，结果表明了转角信息是否准确对弯剪型框架结构的识别精度影响较大，在广义逆重构方法的识别效果不够理想的情况下，我们可以考虑通过传感器直接测量转动响应，获得更为准确的转角信息。

表 3.2 工况 1 与工况 2 结构物理参数识别结果对比

参数		$K_1$	$K_2$	$K_3$	$K_4$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$
参数初值		10.0	10.0	10.0	10.0	0.1	0.1	0.1	0.1
工况 1	无 识别值	21.7482	20.4456	22.2206	26.1961	0.0406	0.0374	0.0437	0.0409
	噪声 误差/%	-6.16	-11.78	-4.12	13.04	-16.62	-23.22	-10.17	-15.96
	1% 识别值	21.305	19.946	20.1954	22.3107	0.0303	0.0261	0.0076	0.0203
	噪声 误差/%	-8.07	-13.93	-12.86	-3.73	-37.68	-46.44	-84.48	-58.23
	5% 识别值	21.0354	19.641	18.2782	18.5594	0.0298	0.026	-0.0095	0.028
	噪声 误差/%	-9.23	-15.25	-21.13	-19.92	-38.79	-46.55	-119.51	-42.43
工况 2	无 识别值	23.1689	23.1667	23.1674	23.1616	0.0487	0.0487	0.0486	0.0487
	噪声 误差/%	-0.03	-0.04	-0.03	-0.06	-0.06	0.06	-0.13	0.1
	1% 识别值	23.1907	23.1827	22.9173	22.5568	0.0474	0.0473	0.044	0.0433
	噪声 误差/%	0.07	0.03	-1.11	-2.67	-2.74	-2.8	-9.65	-11.09
	5% 识别值	22.8595	22.792	22.8115	22.4941	0.04485	0.0399	0.04186	0.0285
	噪声 误差/%	-1.36	-1.65	-1.57	-2.94	-7.86	-18.02	-14	-41.52

注：误差=（识别值-真实值）/真实值×100%。

### 3.2.5 实验室的试验研究

为将理论研究应用于实际工程中，在 3.2.3 节的理论公式推导和 3.2.4 节的算例分析的基础上，对梁柱刚度相差不大的平面钢框架结构进行了动力试验，以验证结构物理参数时域识别方法的有效性及其实用性。综合考虑试验的目的、实验室的场地条件和试验模型的加工及试验费用等，选择了合适的模型尺寸，设计了一个 3 层 2 跨的钢框架结构模型。

### 3.2.5.1 试验模型

试验研究开展于湖南大学风洞实验室，试验结构模型如图 3.4 所示，框架模型整体尺寸为  $1\text{m} \times 1.6\text{m}$ ，首层层高为  $0.6\text{m}$ ，二、三层层高为  $0.5\text{m}$ ，框架柱的间距  $0.5\text{m}$ ，梁、柱均采用  $50\text{mm} \times 3\text{mm}$  的截面尺寸的钢薄板。梁柱节点处采用尺寸为  $\text{L} 18\text{mm} \times 18\text{mm} \times 3\text{mm}$  的角钢加  $\text{M}6$  (螺纹直径  $6\text{mm}$ )  $\times 16$  (螺纹长度  $16\text{mm}$ ) 的螺栓连接，如图 3.5 所示。框架模型焊接在厚度为  $5\text{mm}$  的钢底板上，再用 4 个直径为  $12\text{mm}$  的膨胀螺丝固定于平整地面，保证钢框架模型固结于地面。

钢框架模型构件采用 Q235 钢，取  $0.5\text{m}$  长的钢梁构件做测试，实测质量密度为  $7832.60\text{ kg/m}^3$ ，用脉冲锤击法识别梁的固有频率，然后利用固有频率识别梁的弹性模量，经过十次测试平均得到钢梁的弹性模量为  $2.072 \times 10^{11}\text{ N/m}^2$ ，基于弯剪型结构计算模型，可得钢框架结构的层间抗弯刚度参数  $EI$  的计算值为  $22.6221\text{ N/m}$ 。

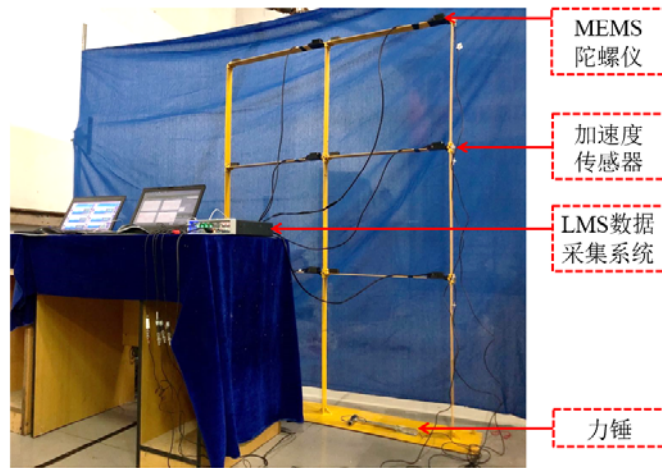


图 3.4 钢框架试验的结构模型

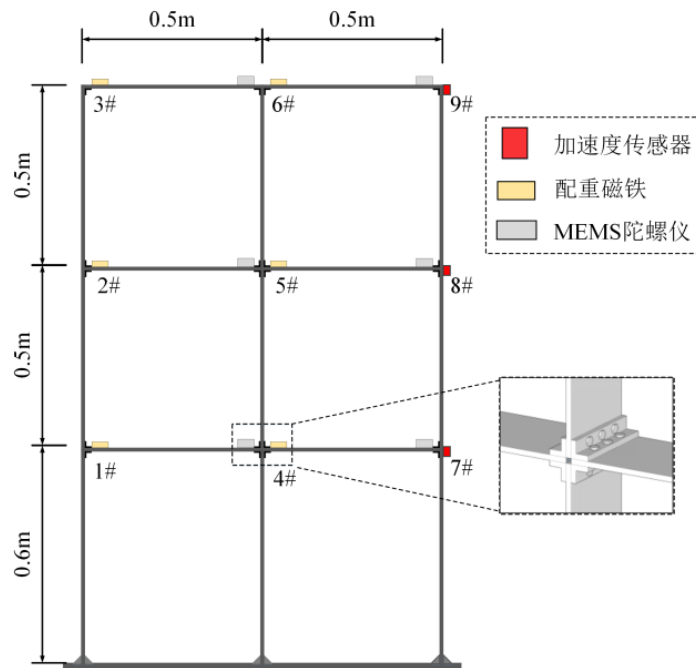


图 3.5 传感器布置示意图及节点详图

### 3.2.5.2 试验设备与仪器

平面钢框架结构的动力试验使用的仪器设备如下图所示：

(1) 激励力锤与力传感器，PCB公司的模态力锤与力传感器208A03，灵敏度： $2.247\text{mV/N}$ ，如图3.6(a)–(b)所示；

(2) 加速度传感器，PCB公司的压电式加速度传感器333B40，如图3.6(c)所示，灵敏度约为 $512\text{mV/g}$ ；

(3) MEMS陀螺仪传感器，深圳维特智能科技公司的HWT901B姿态测量传感器，静态角度测量的精度为 $0.05^\circ$ （结构初位移 $\leq 100\text{mm}$ ），动态角度测量的精度为 $0.1^\circ$ （结构初位移 $\leq 10\text{mm}$ ）；

(4) 数字信号采集设备，LMS Cadax-8便携式动态信号分析仪，如图3.6(d)所示；

(5) 计算机工作站，内置LMS Test Lab 9A模态测试软分析件以及Matlab R2017a，如图3.6(d)所示。



a) PCB模态力锤



b) PCB力传感器



c) PCB加速度传感器



d) LMS 数采设备及计算机工作站

图 3.6 平面钢框架结构动力试验的仪器设备

### 3.2.5.3 测试方法及试验结果分析

使用脉冲锤击法对框架结构进行动力测试，冲击激励使用美国 PCB 力锤，加速度信号由 PCB 系列压电式加速度传感器 333B40 采集，角度及角速度信号由维特智能 HWT901B 陀螺仪传感器采集，使用 LMS Cadax - 8 动态信号分析仪进行试验数据结果的采集。

试验中采用力锤在钢框架的 3#节点位置水平方向上激励一次，力锤的锤击力测量结果经放大后如图 3.7 所示，采样频率为 100Hz，采样点数为 12000 个。

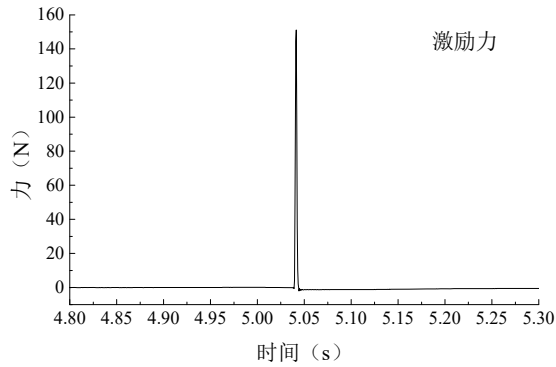


图 3.7 力锤的激励力信号

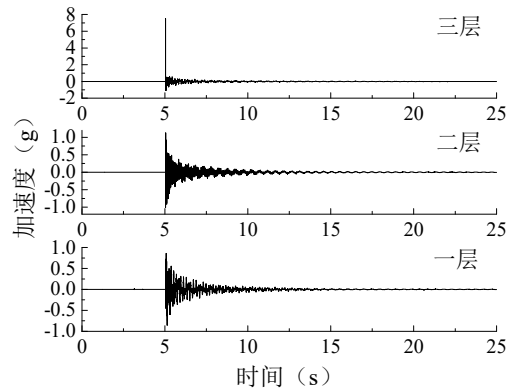


图 3.8 测点 7#、8#、9#的实测加速度时程曲线

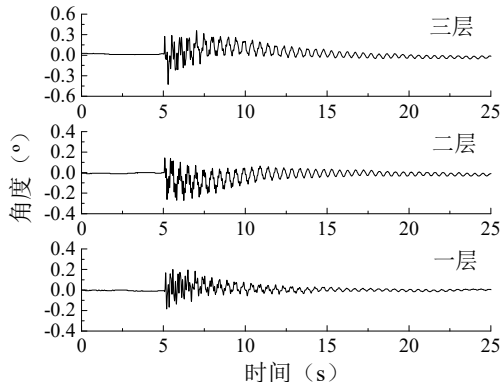


图 3.9 测点 4#、5#、6#的实测角度时程曲线

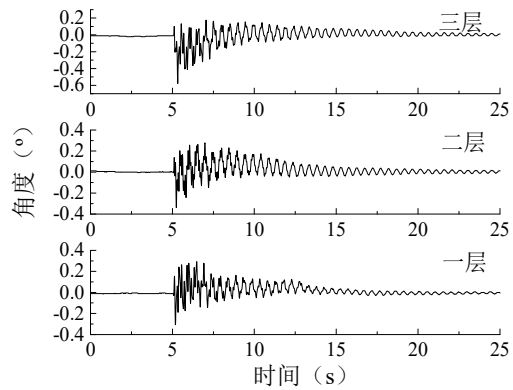


图 3.10 测点 7#、8#、9#的实测角度时程曲线

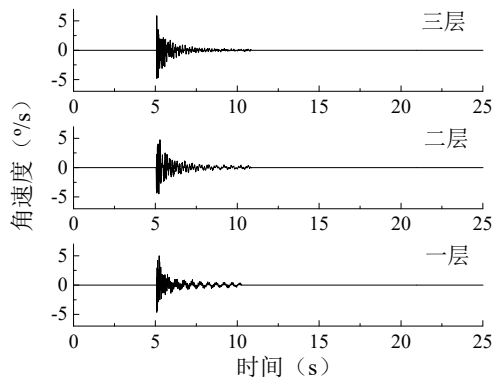


图 3.11 测点 4#、5#、6#的实测角速度时程曲线

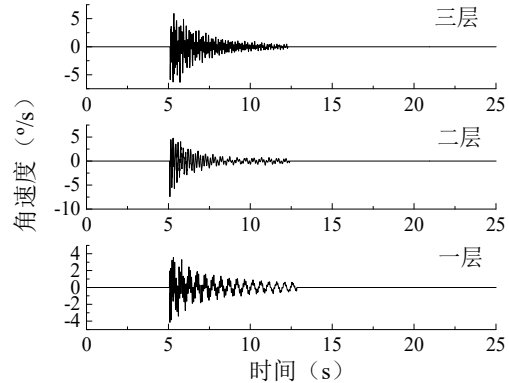


图 3.12 测点 7#、8#、9#的实测角速度时程曲线

由于结构完全对称，可将框架左侧与右侧梁柱连接节点的转动响应视为相等，仅在一侧布置 MEMS 陀螺仪传感器。为保证框架结构质量对称，在每根梁上未布置 MEMS 陀螺仪传感器的一侧，均放置了 100g 的配重磁铁用于模拟 MEMS 陀螺仪传感器的质量。传感器测点布置如图 3.5 所示，加速度传感器布置于 7#、8#、9#测点，采集得到的加速度响应信号如图 3.8 所示。MEMS 陀螺仪传感器布置在

4#至 9#测点，采集的框架中间 4#、5#、6#测点的角度和角速度响应信号分别如图 3.9 和图 3.11 所示，采集的框架右边 7#、8#、9#测点的角度和角速度响应信号分别如图 3.10 和图 3.12 所示。

以上为试验实测数据，为进行参数识别，需要对试验数据进一步处理，以提高参数识别结果的准确度。试验数据处理工作包括：由加速度积分得到速度、位移，由角速度求导得到角加速度，由位移响应重构角位移响应，消除趋势项和噪声等。

加速度积分成速度、位移采用 3.2.4 节的 FFT 变换方法，由于受到环境噪声及仪器自身引起的噪声的影响，在积分过程中会遇到响应信号偏离基线的现象。需要消除趋势项，修正响应信号的基线。利用 MATLAB 的最小二乘多项式拟合函数 `polyfit` 和多项式求值函数 `polyval` 消除趋势项，程序如下：

多项式系数： $a=polyfit(t,x,m);$

消除趋势项： $y=x-polyval(a,t)。$

其中， $x$  为响应信号， $t$  为采样的时间点， $m$  为给定的多项式阶次，通常取  $m=1\sim 3$ ， $a$  为多项式的系数， $y$  为消除趋势项后的信号数据。

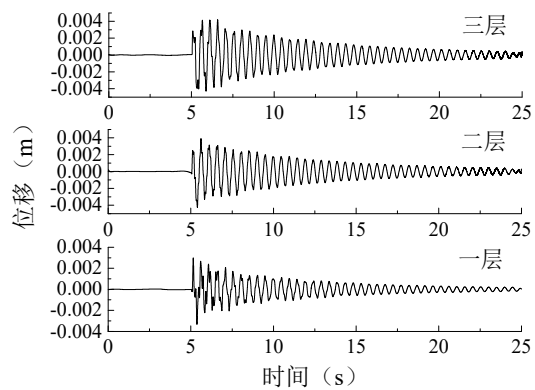
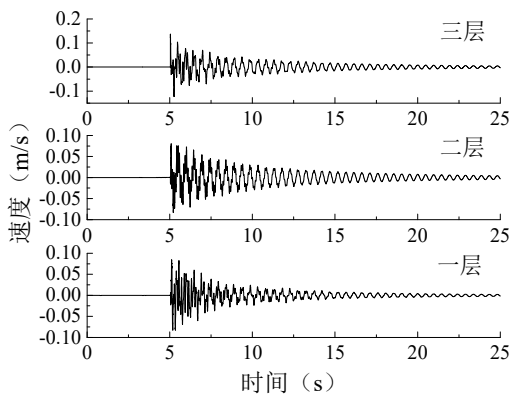


图 3.13 测点 7#、8#、9#的重构速度时程曲线 图 3.14 测点 7#、8#、9#的重构位移时程曲线

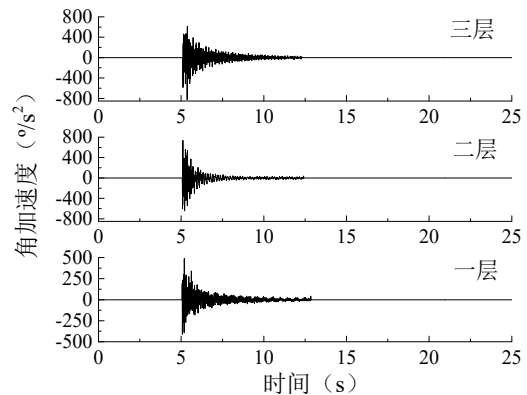
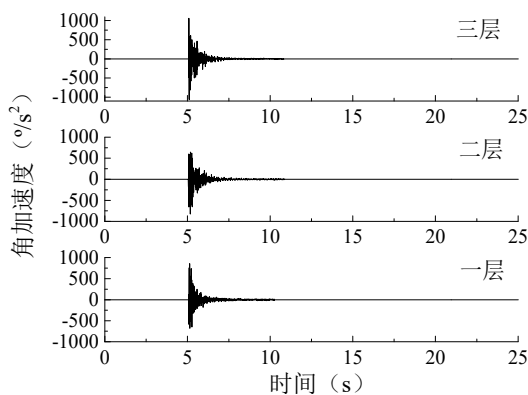


图 3.15 测点 4#、5#、6#的重构角加速度时程曲线

图 3.16 测点 7#、8#、9#的重构角加速度时程曲线

对实测加速度响应进行积分并消除趋势项后的 7#、8#、9#测点的速度响应和位移响应分别如图 3.13 和图 3.14 所示。

对实测角速度响应利用向前差分的数值微分法重构的 4#~9#测点的角加速度响应如图 3.15 和图 3.16 所示。

为对比使用广义逆方法重构转角和使用 MEMS 陀螺仪传感器测量转角，两种情况下的结构物理参数识别效果，设置转角重构为工况 1，转角实测为工况 2。为进行工况 1 下的结构物理参数识别，先利用 7#、8#、9#测点的实测的加速度响应，重构速度和位移响应。然后由 3.2.3 节所述广义逆方法，重构 7#、8#、9#测点的角加速度、角速度、角度响应。7#、8#、9#测点的实测的加速度、重构的速度、重构的位移、重构的角加速度、重构的角速度和重构的角度响应分别如图 3.8、图 3.13、图 3.14、图 3.17、图 3.18 和图 3.19 所示。

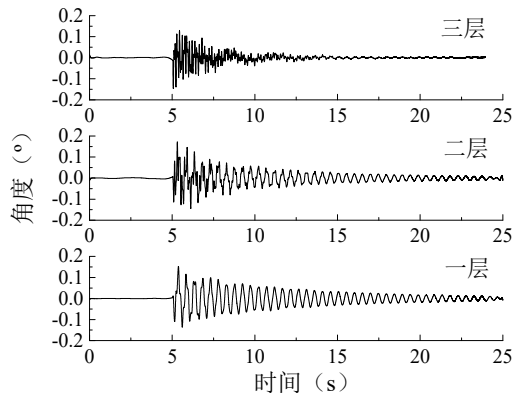


图 3.17 测点 7#、8#、9#的重构  
角度时程曲线

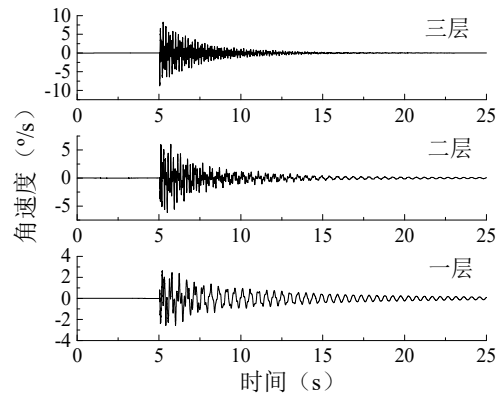


图 3.18 测点 7#、8#、9#的重构  
角速度时程曲线

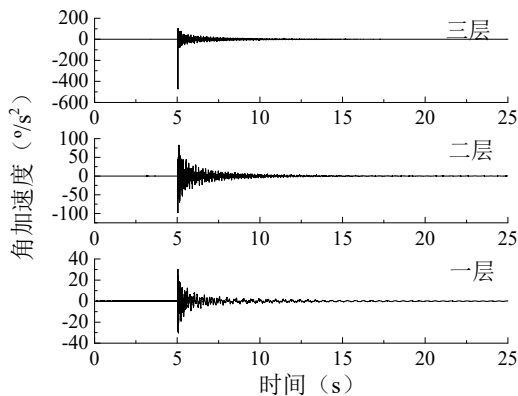


图 3.19 测点 7#、8#、9#的重构  
角加速度时程曲线

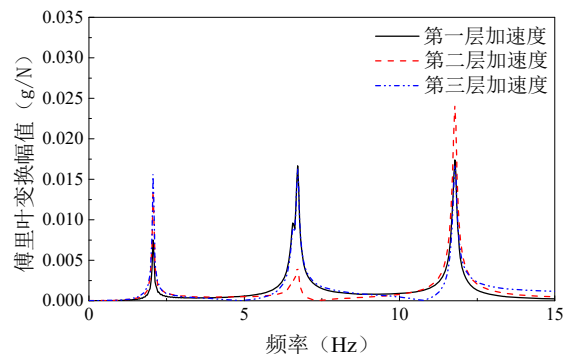


图 3.20 钢框架结构加速度频谱

为进行工况 2 下的结构物理参数识别，先利用 7#、8#、9#测点的实测的加速度响应，重构速度和位移响应。然后利用 4#至 9#测点的实测的角速度响应，重构 4#至 9#测点的角加速度响应。7#、8#、9#测点的实测的加速度、重构的速度和重

构的位移分别如图 3.8、图 3.13 和图 3.14 所示。4#、5#、6#测点的实测角度、实测角速度和重构的角加速度响应分别如图 3.9、图 3.11 和图 3.15 所示。

对测试得到的各层加速度响应分别进行傅里叶变换，获得加速度响应频谱如图 3.20 所示，对相应的各阶频率取平均值得到结构的前三阶模态频率，分别为 2.073Hz、6.704Hz、11.773Hz。利用采集得到的结构自由振动时的加速度时程曲线峰值的对数衰减率求得阻尼比，并根据第 1 和第 2 阶振型的频率，可以得到刚度阻尼系数  $b$ ，乘以刚度参数  $EI$  可以得到阻尼参数的计算值为  $0.0244\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}$ 。

#### 3.2.5.4 结构参数时域识别

框架模型的梁与柱构件等刚度，因此可视为弯剪型框架结构。模型中所有梁柱构件具有相同的截面尺寸和材料特性，梁的跨度相等，整体结构对称，基于以下假定对其进行参数识别：（1）框架模型的材料为线弹性；（2）梁与柱连接节点处采用角钢加螺栓连接，假设梁与柱的连接具有足够的刚度，如图 3.21 所示，当框架发生弹性变形时，能保持相交的梁柱杆件之间原有的角度不变<sup>[125]</sup>。即梁柱连接节点整体转动，但杆件间夹角不变。（3）框架底部用膨胀螺丝固定于地面，可视为底部与地面刚接，在结构分析中忽略框架的平面外变形。（4）梁与柱的轴向变形和剪切变形较之转动变形可以忽略，因此假设框架同一层内的各梁柱连接节点的水平位移均相等。

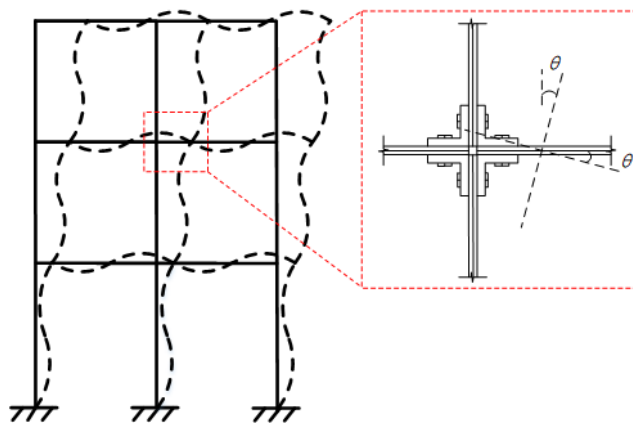


图 3.21 考虑梁柱弯曲变形的框架结构模型

在不考虑单元轴向变形时，试验结构模型共 18 个自由度，包含 9 个平动自由度和 9 个转动自由度，如图 3.22 (a) 所示。

基于同一层内节点的水平位移均相等的假设，可将上部结构的平动自由度简化成 3 个。对于转角重构的工况 1 和转角实测的工况 2，由于工况 1 将由平动响应重构转动响应，所以将 9 个转动自由度简化为 3 个；工况 2 则考虑所有的转动自由度。最终转角重构工况 1 和转角实测工况 2 的计算模型分别如图 3.22(b)和图 3.22(c)所示。

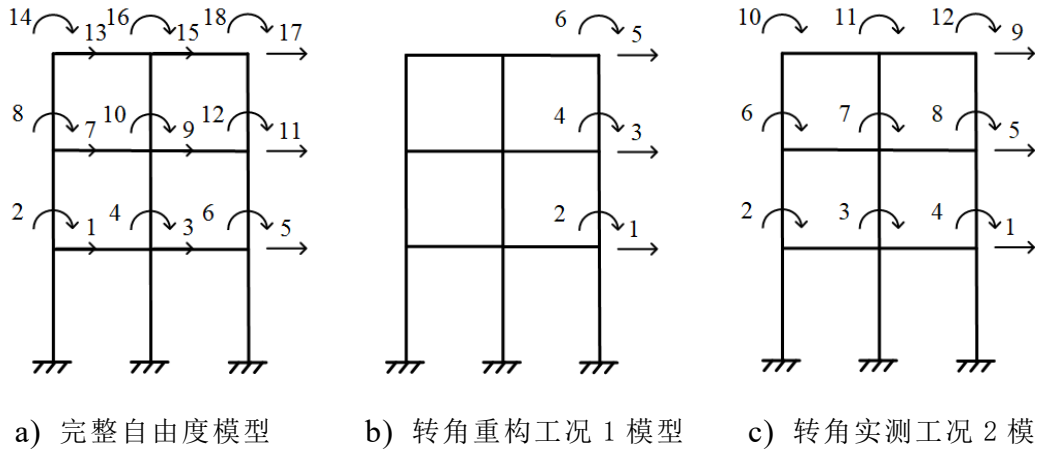


图 3.22 框架试验的结构计算模型

已知 MEMS 陀螺仪传感器和配重磁铁的质量均为 100g，根据钢梁构件的尺寸和质量密度，可求出梁单元的质量，同理可求出柱单元的质量，进而可求得  $4 \times 4$  阶的单元质量矩阵。将单元质量矩阵组装后可获得框架结构总协调质量矩阵，转角重构和转角实测工况分别采用  $6 \times 6$  阶和  $12 \times 12$  阶的协调质量矩阵。根据第 3.2.3 节所述方法，可以构造参数识别的方程式 (3.44)，转角重构工况下直接采用 3.2.3.1 节的公式，转角实测工况下，当识别第 1、2 层时，式 (3.44) 中：

$$H_{11} = \frac{36}{h_1^3} \dot{x}_1 + \frac{6}{h_1^2} \dot{x}_2 + \frac{6}{h_1^2} \dot{x}_3 + \frac{6}{h_1^2} \dot{x}_4 \quad (3.55)$$

$$H_{12} = \frac{36}{h_2^3} \dot{x}_1 - \frac{6}{h_2^2} \dot{x}_2 - \frac{6}{h_2^2} \dot{x}_3 - \frac{6}{h_2^2} \dot{x}_4 - \frac{36}{h_2^3} \dot{x}_5 - \frac{6}{h_2^2} \dot{x}_6 - \frac{6}{h_2^2} \dot{x}_7 - \frac{6}{h_2^2} \dot{x}_8 \quad (3.56)$$

$$H_{13} = \frac{36}{h_1^3} x_1 + \frac{6}{h_1^2} x_2 + \frac{6}{h_1^2} x_3 + \frac{6}{h_1^2} x_4 \quad (3.57)$$

$$H_{14} = \frac{36}{h_2^3} x_1 - \frac{6}{h_2^2} x_2 - \frac{6}{h_2^2} x_3 - \frac{6}{h_2^2} x_4 - \frac{36}{h_2^3} x_5 - \frac{6}{h_2^2} x_6 - \frac{6}{h_2^2} x_7 - \frac{6}{h_2^2} x_8 \quad (3.58)$$

$$Z = f_1 - m_{11} \ddot{x}_1 - m_{12} \ddot{x}_2 - m_{13} \ddot{x}_3 - m_{14} \ddot{x}_4 - m_{15} \ddot{x}_5 - m_{16} \ddot{x}_6 - m_{17} \ddot{x}_7 - m_{18} \ddot{x}_8 \quad (3.59)$$

当识别第 3 层时：

$$H_{31} = -\frac{36}{h_3^3} \dot{x}_5 + \frac{6}{h_3^2} \dot{x}_6 + \frac{6}{h_3^2} \dot{x}_7 + \frac{6}{h_3^2} \dot{x}_8 + \frac{36}{h_3^3} \dot{x}_9 + \frac{6}{h_3^2} \dot{x}_{10} + \frac{6}{h_3^2} \dot{x}_{11} + \frac{6}{h_3^2} \dot{x}_{12} \quad (3.60)$$

$$H_{32} = -\frac{36}{h_3^3} x_5 + \frac{6}{h_3^2} x_6 + \frac{6}{h_3^2} x_7 + \frac{6}{h_3^2} x_8 + \frac{36}{h_3^3} x_9 + \frac{6}{h_3^2} x_{10} + \frac{6}{h_3^2} x_{11} + \frac{6}{h_3^2} x_{12} \quad (3.61)$$

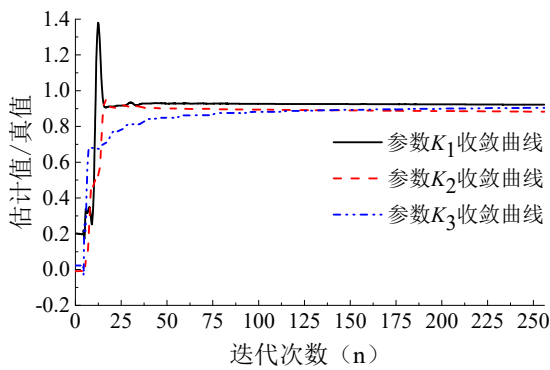
$$Z_9 = f_9 - [M]_{(第9行)} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \vdots \\ \ddot{x}_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.62)$$

将响应信息、外激励、质量矩阵和层高代入上式，由最小二乘递推算法识别出结构的刚度和阻尼参数如表 3.3 所示，刚度参数与阻尼参数的收敛曲线如图 3.23 所示。

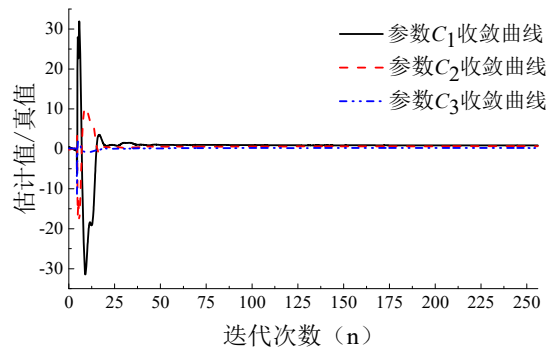
表 3.3 转角重构与转角实测工况下刚度、阻尼参数的识别结果对比

楼层	转角重构				转角实测			
	识别刚度 (N/m)	相对误差 (%)	识别阻尼 (N·s/m)	相对误差 (%)	识别刚度 (N/m)	相对误差 (%)	识别阻尼 (N·s/m)	相对误差 (%)
1层	19.3696	-14.38	0.0188	-23.25	20.848	-7.84	0.0233	-4.58
2层	18.0162	-20.36	0.0155	-36.79	19.9909	-11.63	0.0184	-24.69
3层	18.8956	-16.47	0.0054	-77.74	19.4725	-13.92	0.0116	-52.46

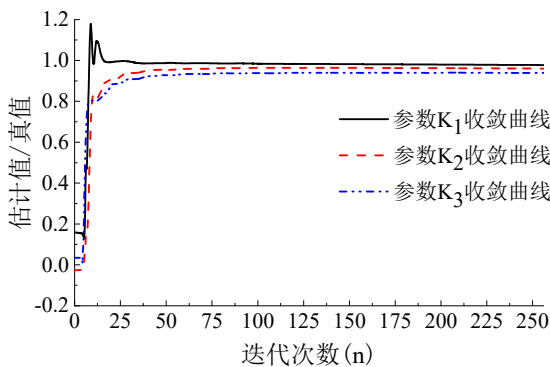
注：相对误差 = (识别值 - 真实值) / 真实值 × 100%。



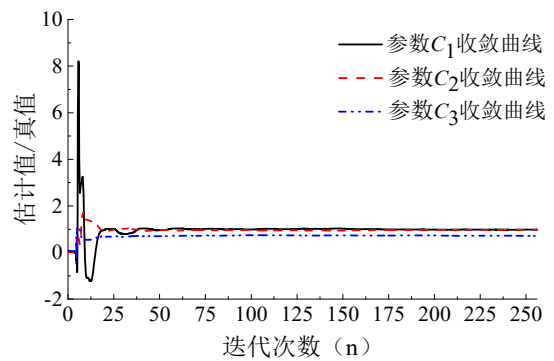
a) 转角重构工况的刚度参数



b) 转角重构工况的阻尼参数



c) 转角实测工况的刚度参数



d) 转角实测工况的阻尼参数

图 3.23 转角重构与转角实测工况下刚度参数与阻尼参数估计收敛过程

从识别结果可看出，转角实测工况下的刚度参数识别效果明显优于转角重构工况，转角重构工况下的最大和最小误差分别为 20.36%和 16.47%，转角实测工况下的最大和最小误差分别为 13.92%和 7.84%。由结构的质量矩阵和转角实测工况下识别得到的刚度矩阵可以计算出结构的前三阶频率分别为 1.928Hz、

6.402Hz、11.840Hz，与实测的结构频率 2.073Hz、6.704Hz、11.773Hz 相比，误差分别为 6.99%、4.50%和 0.57%，频率基本符合，说明通过实测角度，角速度和加速度响应，由最小二乘递推算法识别结构刚度参数的方法可行。阻尼参数的识别结果受噪声影响较大，失去参考价值。

分析转角实测工况下刚度参数识别的误差产生的主要原因如下：

(1) 由加速度响应重构速度、位移响应的过程中，由于存在趋势项和噪声，会使得积分结果产生误差。

(2) 由于该框架结构的转动变形较小，而 MEMS 陀螺仪传感器的动态测量精度仅为  $0.1^\circ$ ，因此识别效果不够理想。

(3) 受实验条件限制，由于 MEMS 陀螺仪传感器为接触式传感器，不能完全测得节点连接处的实际转动变形，只能以节点附近的转动变形近似替代。但使用 MEMS 陀螺仪传感器测量的转角精度仍然高于用广义逆方法重构出的转角，这为转动信息的准确测量提供了新的思路。

### 3.3 钢框架结构的结构损伤识别试验研究

结构识别可以基于结构动力测试数据有效地识别出结构当前的状态信息，最终对结构进行监测、控制或损伤诊断。本节在 3.2 节使用最小二乘递推算法能够有效识别框架结构物理参数的前提下，通过钢框架在损伤工况下的动力试验实测数据，计算结构损伤后的刚度参数，并与 3.2.5 节和 3.3.1 节试验获取的损伤前的刚度参数分别对比，研究使用最小二乘递推算法获得的刚度参数识别弯剪型结构损伤的可行性。

#### 3.3.1 钢框架损伤试验

钢框架结构的相关情况在 3.2.5 节已进行详细介绍，本节将在前文的钢框架结构参数识别的研究基础上进一步进行损伤识别研究。如图 3.24 所示，试验损伤位置为框架结构第二层中柱，框架柱的刚度损伤通过切割部分杆件实现，见图 3.25。切割后框架柱构件的刚度与未切割时的刚度比为  $(b-2a)/b$ ，其中  $a$  为 10mm， $b$  为 50mm。

使用脉冲锤击法对框架结构进行动力测试。试验过程基本同 3.2.5 节，采用力锤在钢框架的 3#节点位置沿水平方向激励一次，使用 LMS Cadax - 8 动态信号分析仪采集力脉冲信号和加速度响应；使用 HWT901B 陀螺仪传感器采集角度及角速度信号。采样频率为 100Hz，采样点数为 12000 个，FFT 点数为 8192。

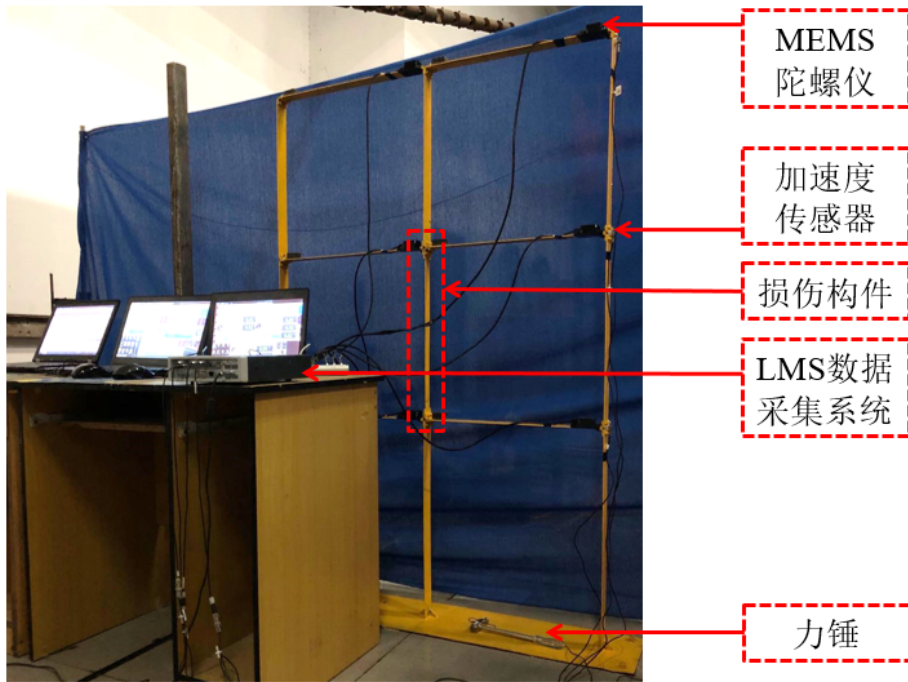
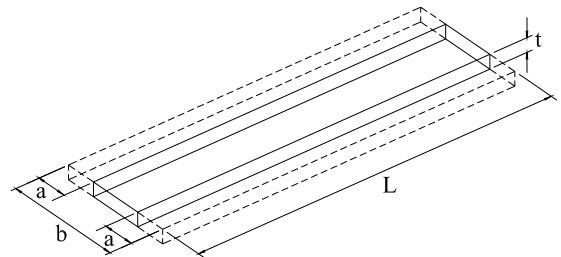


图 3.24 钢框架损伤识试验



a) 柱构件损伤实物图



b) 柱构件切割示意图

图 3.25 框架柱构件的刚度损伤

### 3.3.2 损伤工况下的参数识别

使用最小二乘递推算法识别时，对损伤工况下采集的加速度响应使用 FFT 变换方法积分得到位移、速度响应，并消除积分过程中的趋势项和噪声，角速度响应利用向前差分的数值微分法重构角加速度响应。根据损伤工况下切割后柱构件的尺寸和质量密度，计算受损柱单元的单元质量矩阵，将钢框架的各个单元的单元质量矩阵进行组装得到损伤工况下的最终协调质量矩阵。按照 3.2.5.3 节中转角实测工况下的识别过程，将响应信息、外激励、质量矩阵和层高代入识别方程，由最小二乘递推算法识别出结构的刚度参数如表 3.4 所示，刚度参数的收敛曲线如图 3.26 所示。

表 3.4 钢框架损伤前后的刚度识别结果对比

楼层	未损伤工况识别刚度 (N/m)	损伤工况识别刚度 (N/m)	损伤诊断结果 (%)
1层	20.848	20.4897	1.72
2层	19.9909	18.9386	5.26
3层	19.4725	19.3312	0.73

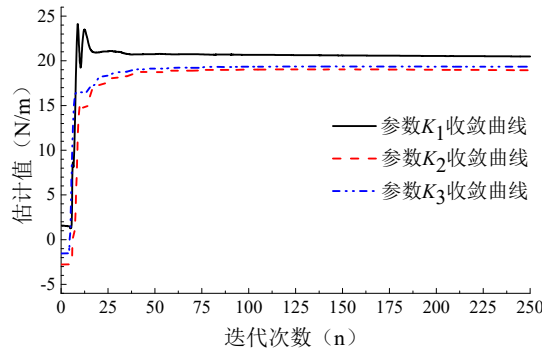


图 3.26 损伤工况下刚度参数估计收敛过程

将未损伤工况下的识别结果作为结构物理参数的原始情况，与损伤工况下的识别结果对比，可以得到以下结论：

损伤工况下，最小二乘递推算法识别的刚度参数都较好的指示了框架结构的损伤位置，但是，损伤诊断结果同时也说明了结构物理参数识别中存在不可避免的误差。由于识别的结构物理参数为层间抗弯刚度，因此只能识别出损伤位置为第二层，无法具体到构件。

### 3.4 本章小结

本章基于动转角测量技术即采用商业级的 MEMS 陀螺仪传感器测量角度和角速度响应，在传统的仅测试位移类响应的方法，对响应信息进行了直观补充，并基于最小二乘递推算法对结构物理参数识别方法进行了理论公式推导。然后以一座 4 层框架结构为算例进行分析，设置由广义逆方法重构转角和采用转角真实值两种工况，并对结构物理参数进行识别，从而验证了理论推导的正确性。同时，对两种工况下所识别的物理参数进行比较，结果表明重构转动响应时物理参数识别的效果不够理想。在第二章对 MEMS 陀螺仪传感器在受到冲击振动下的动态精度进行了试验验证的基础上，通过一个 3 层 2 跨的钢框架模型的动力试验实测数据和分析结果，验证了使用 MEMS 陀螺仪传感器直接测量转动响应相比于重构转动响应对弯剪型结构进行刚度参数时域识别的效果更好。并通过损伤识别试验，基于最小二乘递推算法有效识别了钢框架的损伤位置。

## 第4章 基于动转角测量技术的结构物理参数频域识别

第三章基于结构动力响应的时程测量信息来直接识别结构的物理参数，本章将利用结构动力响应测试得到的模态信息(即结构实测的自振频率和振型等信息)对结构物理参数进行识别。

结构物理参数识别的频域方法需要先将时域内的响应数据转化至频域内，求得结构固有频率、振型、频响函数等模态参数，再通过有限元模型修正或对特征值反问题进行求解来识别计算模型中的物理参数，其基本思想是使模型计算得到的结构模态与实测模态一致。灵敏度方法是模型修正的常用方法，它基于待识别参数对模态参数的灵敏度矩阵用迭代的原理进行反演<sup>[80]</sup>。

本章仍以 3.2.5 节的 3 层 2 跨的钢框架结构模型为研究对象，由于其为多跨平面框架结构，选取的计算模型为 3.2.1 节的模型三。对于平面钢框架结构的梁柱连接节点，节点的轴向变形和剪切变形与节点的转动变形相比，可以忽略不计，因此平面框架结构计算模型采用的梁单元刚度矩阵为  $4 \times 4$  阶矩阵。具体表示如下：

$$K = \begin{bmatrix} 12EI/l^3 & 6EI/l^2 & -12EI/l^3 & 6EI/l^2 \\ 6EI/l^2 & 4EI/l & -6EI/l^2 & 2EI/l \\ -12EI/l^3 & -6EI/l^2 & 12EI/l^3 & -6EI/l^2 \\ 6EI/l^2 & 2EI/l & -6EI/l^2 & 4EI/l \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

上式中， $E$  为单元材料的弹性模量， $A$  为单元的横截面面积， $I$  为单元横截面对主轴  $Z$  的惯性矩， $l$  为单元的长度。

如图 4.1 所示，基于同一层内节点的水平位移均相等的假设，可将上部结构的平动自由度简化成 3 个，保留框架结构的 9 个转动自由度，则计算模型共 12 个自由度。选取的待识别物理参数为 1~3 层的层间抗弯刚度  $EI_1$ 、 $EI_2$ 、 $EI_3$ 。考虑梁柱连接节点转动的影响，选取的质量矩阵为协调质量矩阵。

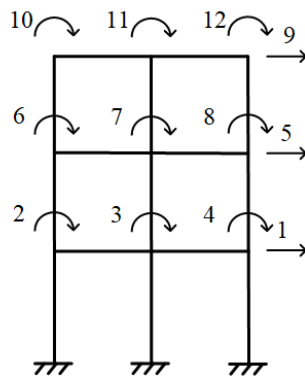


图 4.1 框架试验的结构计算模型

### 4.1 灵敏度分析方法

基于结构动态特性的物理参数识别属于结构动力学的反问题研究，最早应用领域为结构动力设计中的有限元模型修正<sup>[126]</sup>。通过结构动态特性参数可以对结构物理参数进行灵敏度分析，选择对结构动态性能指标影响较大的结构参数（弹性模量、质量密度、截面几何特性等）进行修改，修正有限元模型。

无阻尼自由振动的特征方程可表示为：

$$(K - \lambda_i(P)M)\{\phi(P)\}_i = 0 \tag{4.2}$$

将特征对组成的向量用  $\{P\}$  的一阶泰勒级数展开后，有：

$$\begin{pmatrix} \lambda(P) \\ \phi(P) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda(P) \\ \phi(P) \end{pmatrix}_{\{P\}=\{P\}_a} + [S]\left(\{P\} - \{P\}_a\right) \tag{4.3}$$

式 (4.2) 中， $\lambda(P)$ ， $\phi(P)$  为实验实测数据中展开得到的频率和振型， $\{P\}$  为结构物理参数， $\{P\}_a$  为待识别参数在未修正时的初始值。 $[S]$  为灵敏度矩阵：

$$[S] = \begin{bmatrix} S_\lambda \\ S_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial\lambda/\partial P \\ \partial\phi/\partial P \end{bmatrix} \tag{4.4}$$

式 (4.3) 中，

$$[S_\lambda] = \begin{bmatrix} \frac{\partial\lambda_1}{\partial P_1} & \frac{\partial\lambda_1}{\partial P_2} & \dots & \frac{\partial\lambda_1}{\partial P_s} \\ \frac{\partial\lambda_2}{\partial P_1} & \frac{\partial\lambda_2}{\partial P_2} & \dots & \frac{\partial\lambda_2}{\partial P_s} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial\lambda_m}{\partial P_1} & \frac{\partial\lambda_m}{\partial P_2} & \dots & \frac{\partial\lambda_m}{\partial P_s} \end{bmatrix}, \quad [S_\phi] = \begin{bmatrix} \frac{\partial\phi_{11}}{\partial P_1} & \frac{\partial\phi_{11}}{\partial P_2} & \dots & \frac{\partial\phi_{11}}{\partial P_s} \\ \frac{\partial\phi_{12}}{\partial P_1} & \frac{\partial\phi_{12}}{\partial P_2} & \dots & \frac{\partial\phi_{12}}{\partial P_s} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial\phi_{nm}}{\partial P_1} & \frac{\partial\phi_{nm}}{\partial P_2} & \dots & \frac{\partial\phi_{nm}}{\partial P_s} \end{bmatrix} \tag{4.5}$$

式 (4.5) 中， $m$  为特征频率阶数， $n$  为测点个数。将式 (4.2) 改写为

$$\begin{aligned} \{\Delta P\} = \{P\} - \{P\}_a &= [W] \left( \begin{pmatrix} \lambda(P) \\ \phi(P) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \lambda(P) \\ \phi(P) \end{pmatrix}_{\{P\}=\{P\}_a} \right) \\ &= [W] \begin{pmatrix} \Delta\lambda(P) \\ \Delta\phi(P) \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{4.6}$$

设灵敏度矩阵的行数为  $C$ ，即式 (4.6) 特征对方程组的个数。有  $C = m + n \times k$ ，其中  $k$  为振型阶数。根据未知参数的个数  $X$  与特征对方程组的个数  $C$ ，可以判断式 (4.6) 为亚定、适定或超定方程。然后通过广义逆方法根据实测特征值的改变量求得结构参数的改变量  $\{\Delta P\}$ 。 $[W]$  为估计矩阵，可通过下式求得：

$$[W] = \begin{cases} [S]^{-1} & X = C \\ ([S]^T [S])^{-1} [S]^T & X > C \\ [S]^T ([S]^T [S])^{-1} & X < C \end{cases} \quad (4.7)$$

通过数值计算方法可以获得灵敏度矩阵，其具体步骤如下：

(1) 将待识别的1~3层的层间抗弯刚度 $EI_1$ 、 $EI_2$ 、 $EI_3$ 的设计值代入计算模型，计算结构前 $m$ 阶特征对 $(\{\lambda(EI)\}^T \ \{\phi(EI)\}^T)^T$

(2) 设置第 $i$ 层刚度的变化范围 $\Delta EI$ ，可取待识别参数的1%~2%，保持其余层刚度不变，计算特征对。

(3) 由下式计算灵敏度矩阵 $[S]$ 的第 $i$ 列：

$$\begin{pmatrix} \{\Delta\lambda(EI)\} \\ \{\Delta\phi(EI)\} \end{pmatrix} = \Delta K_i \begin{bmatrix} \frac{\partial \lambda_1}{\partial EI_i} & \dots & \frac{\partial \lambda_m}{\partial EI_i} & \frac{\partial \phi_{11}}{\partial EI_i} & \dots & \frac{\partial \phi_{mm}}{\partial EI_i} \end{bmatrix}^T \quad (4.8)$$

(4) 令各层刚度依次改变，可得到灵敏度矩阵 $[S]$ 的各个元素。

对于图 4.1 所示的计算模型，其待识别的参数为 3 个，则灵敏度矩阵为 3 列。利用前 3 阶频率和 3 阶位移振型及 3 阶转角振型作为测试值。则灵敏度矩阵有 $3+9 \times 6=57$ 行，方程(4.6)为超定方程，使用广义逆方法求解，得到刚度参数的改变量 $\{\Delta P\}$ ，进而得到修正后的刚度参数，根据修正后的刚度参数形成修正后的刚度矩阵。然后求解特征值问题，计算特征对，将计算值与测试值比较，不断修正计算值，直至两者之差小于容许误差<sup>[80]</sup>。

在对刚度参数识别时，振型数据需经过质量归一法进行标准化。当单独运用频率或振型数据式，可用(4.8)式计算灵敏度矩阵。由于本节中测试的频率与振型信息均被利用于计算灵敏度矩阵，而两种数据的量级不匹配将会使得灵敏度矩阵病态，因此需使用频率和振型的相对变化值构造灵敏度矩阵，如式(4.9)所示：

$$\begin{pmatrix} \{\Delta\lambda(EI)\} / \{\lambda(EI)\} \\ \{\Delta\phi(EI)\} / \{\phi(EI)\} \end{pmatrix} = \Delta K_i \begin{bmatrix} \frac{\partial \lambda_1 / \lambda_1}{\partial EI_i} & \dots & \frac{\partial \lambda_m / \lambda_m}{\partial EI_i} & \frac{\partial \phi_{11} / \phi_{11}}{\partial EI_i} & \dots & \frac{\partial \phi_{mm} / \phi_{mm}}{\partial EI_i} \end{bmatrix}^T \quad (4.9)$$

同时，需将(4.6)式替换为：

$$\{\Delta P\} = [S]^{-1} \begin{pmatrix} \{\Delta\lambda(EI)\} / \{\lambda(EI)\} \\ \{\Delta\phi(EI)\} / \{\phi(EI)\} \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

其余计算保持不变。

## 4.2 基于灵敏度方法的结构物理参数识别

将 3.2.5 节试验测得的钢框架结构前 3 阶自振频率与模态分析得到的前 3 阶位移振型和前 3 阶转角振型作为已知测量信息，为考虑转角振型测试信息对识别结果的影响，设置两种不同的测试信息组合。以钢框架的 3 个层间刚度参数作为待识别参数，按照上述灵敏度参数识别方法，使用 Matlab 编程进行求解。待识别的层刚度参数  $EI$  初始值设为 23.175N/m，其为 Q235 钢的弹性模量与梁截面转动惯量的乘积。

钢框架结构的模型尺寸见 3.2.5 节，其协调质量矩阵为（单位为 kg）：

$$[M] = \begin{bmatrix} 3.2832 & 0.0085 & 0.0085 & 0.0085 & 0.2845 & 0.0114 & 0.0114 & 0.0114 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0085 & 0.0065 & -0.0013 & 0 & -0.0114 & -0.0013 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0085 & -0.0013 & 0.0083 & -0.0013 & -0.0114 & 0 & -0.0013 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0085 & 0 & -0.0013 & 0.0065 & -0.0114 & 0 & 0 & -0.0013 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2845 & -0.0114 & -0.0114 & -0.0114 & 3.1188 & 0 & 0 & 0 & 0.2845 & 0.0114 & 0.0114 & 0.0114 \\ 0.0114 & -0.0013 & 0 & 0 & 0 & 0.0053 & -0.0013 & 0 & -0.0114 & -0.0013 & 0 & 0 \\ 0.0114 & 0 & -0.0013 & 0 & 0 & -0.0013 & 0.0070 & -0.0013 & -0.0114 & 0 & -0.0013 & 0 \\ 0.0114 & 0 & 0 & -0.0013 & 0 & 0 & -0.0013 & 0.0053 & -0.0114 & 0 & 0 & -0.0013 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.2845 & -0.0114 & -0.0114 & -0.0114 & 2.2969 & 0.0193 & 0.0193 & 0.0193 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0114 & -0.0013 & 0 & 0 & 0.0193 & 0.0035 & -0.0013 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0114 & 0 & -0.0013 & 0 & 0.0193 & -0.0013 & 0.0053 & -0.0013 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0114 & 0 & 0 & -0.0013 & 0.0193 & 0 & -0.0013 & 0.0035 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

利用灵敏度方法计算识别得到的层刚度参数结果与测试的层刚度参数的比较列于表 4.1 中，从表中可以看出利用灵敏度方法能有效识别结构的物理参数，在增加了转角振型实测数据后，对使用频率和位移振型的计算模型进行了进一步修正，使识别得到的刚度参数更加准确。

表 4.1 不同测试信息组合下钢框架模型层刚度参数结果与真实值对比

测试信息组合	组合 1		组合 2		
	3 阶频率+ 3 阶位移振型		3 阶频率 +3 阶位移振型 +3 阶转角振型		
已知测试信息	测试值	识别值	误差	识别值	误差
参数	(N/m)	(N/m)	(%)	(N/m)	(%)
$EI_1$	22.6221	21.2761	-5.95	21.8349	-3.44
$EI_2$	22.6221	21.0340	-7.02	21.0861	-6.79
$EI_3$	22.6221	20.3441	-10.07	20.6019	-8.93

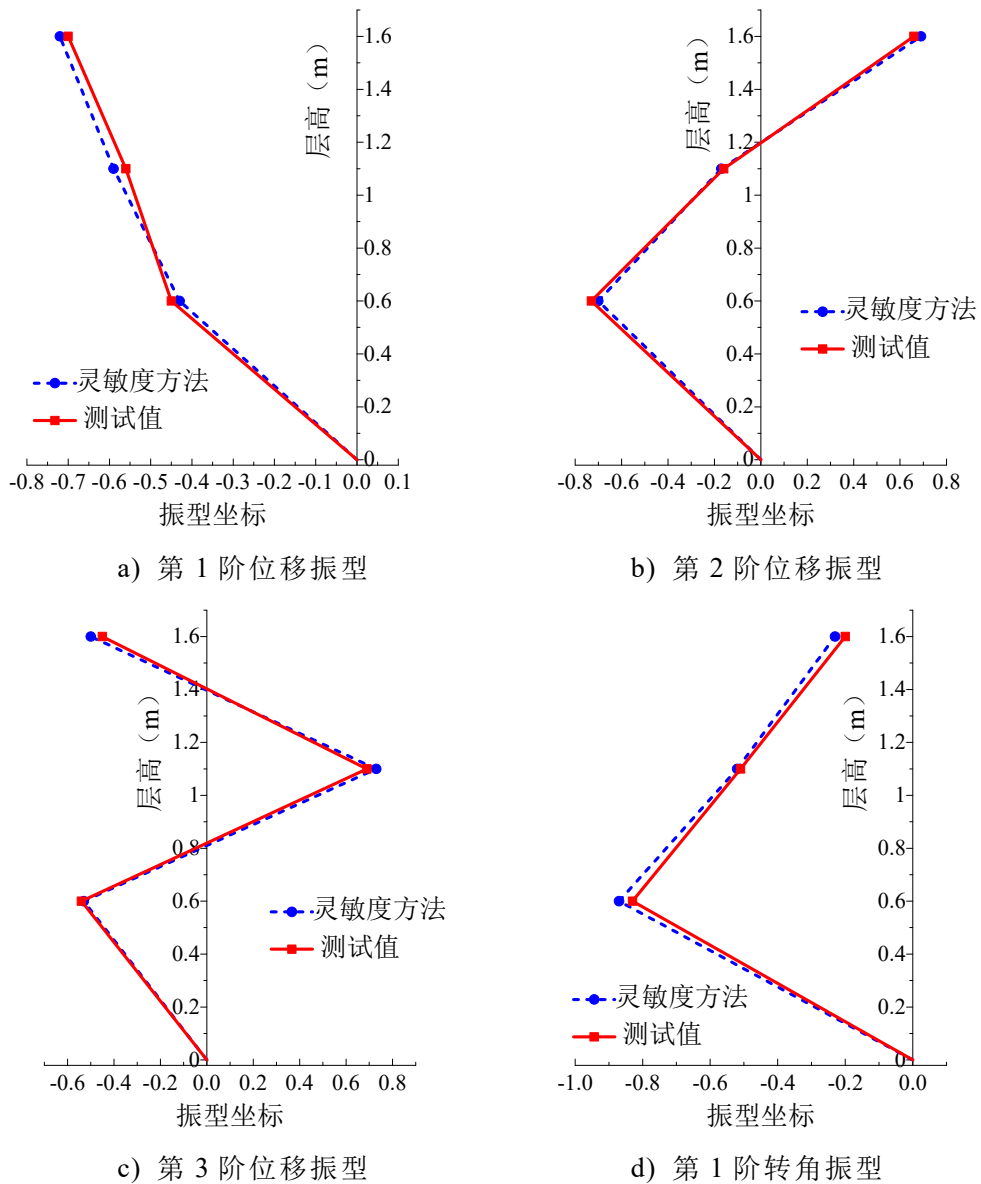
注：误差 = (识别值 - 测试值) / 测试值 × 100%。

基于组合 2 的测试信息，利用灵敏度方法反演得到的层刚度参数计算结构的各阶频率，并对得到的各阶模态与测试值进行比较。计算频率与测试频率的结果比较见表 4.2，计算的位移、转角模态振型分别与测试的位移、转角模态振型的比较见图 4.2。

表 4.2 钢框架模型模态试验结果与计算结果对比

频率阶数	测试频率 (Hz)	灵敏度方法识别频率 (Hz)	误差 (%)
1 阶	2.073	2.051	-1.09
2 阶	6.704	6.615	-1.35
3 阶	11.773	11.190	-5.21

注：误差 = (识别值 - 测试值) / 测试值 × 100%。



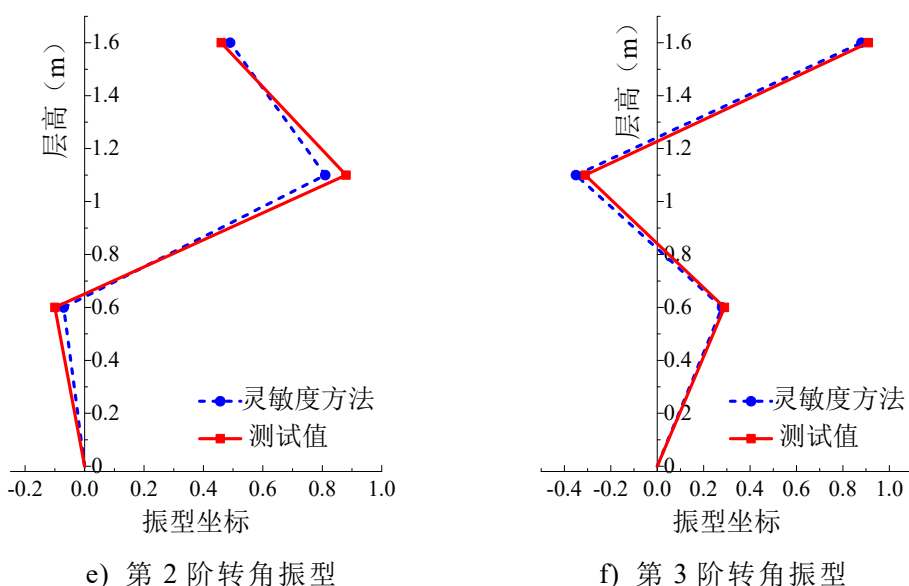


图 4.2 位移、转角振型测试值与灵敏度方法计算值的比较

由以上图和表可以看出，利用灵敏度算法反演计算得到的频率值和振型值均接近于测试结果。对于需要考虑节点转动影响的钢框架模型，补充转角振型测试信息，可以提高使用灵敏度方法识别的结构物理参数的精度。

### 4.3 基于灵敏度方法的钢框架结构损伤工况下的参数识别

使用灵敏度方法识别时，将损伤试验测得的钢框架结构前 3 阶自振频率与模态分析得到的前 3 阶位移振型和前 3 阶转角振型作为已知测量信息，按照 4.1 节的方法计算灵敏度矩阵，使用迭代方法识别钢框架的 3 个层刚度参数。最小二乘递推法和灵敏度方法的刚度识别结果如表 4.3 所示。

表 4.3 钢框架损伤前后的刚度识别结果对比

楼层	最小二乘递推法			灵敏度方法		
	未损伤工况	损伤工况	损伤诊断	未损伤工况	损伤工况	损伤诊断
	识别刚度 (N/m)	识别刚度 (N/m)	结果 (%)	识别刚度 (N/m)	识别刚度 (N/m)	结果 (%)
1层	20.848	20.4897	1.72	21.8349	21.6339	0.92
2层	19.9909	18.9386	5.26	21.0861	19.5654	7.21
3层	19.4725	19.3312	0.73	20.6019	20.5699	0.16

将未损伤工况下的识别结果作为结构物理参数的原始情况，与损伤工况下的识别结果对比，可以得到以下结论：

损伤工况下，最小二乘递推算法和灵敏度方法识别的刚度参数都较好的指示了框架结构的损伤位置，但是，损伤诊断结果同时也说明了结构物理参数识别中存在不可避免的误差。比较最小二乘递推算法和灵敏度方法的损伤诊断结果，灵

敏度方法相对而言损伤识别结果更加准确。由于识别的结构物理参数为层间抗弯刚度，因此只能识别出损伤位置为第二层，无法具体到构件。

#### 4.4 本章小结

本章基于动转角测量技术使用灵敏度方法对钢框架结构的刚度参数进行了频域识别，参数识别结果表明实测转动信息的补充有效提高了参数识别的精度。

比较使用最小二乘递推算法和使用灵敏度方法进行损伤诊断的结果，结论表明，两种方法识别的刚度参数都较好的指示了框架结构的损伤位置，相对而言，灵敏度方法识别的损伤结果更为准确。

## 第5章 基于动态转角测量的广义模态柔度识别

### 5.1 引言

柔度的物理意义是指单位力作用下的位移，是结构重要的力学特征参数。模态柔度矩阵可以通过多参考点脉冲锤击法模态试验或动力模态分析获得。如果已知结构的柔度矩阵和荷载作用的大小，可依据其计算在该荷载作用下结构各点的位移。将结构受静载作用下的位移与模态柔度计算所得的位移进行比较，可以评估结构的静动力性能。本章将对基于多参考点脉冲锤击法的模态柔度识别理论进行介绍，并在位移模态柔度的基础上提出广义模态柔度的概念，基于动转角测量技术对一个钢框架模型进行试验研究，识别其模态柔度。

### 5.2 模态分析的基本理论

在工程振动领域，研究结构的动力特性常采用模态分析方法。模态分析是根据结构的固有特性，包括频率、阻尼和振型这些模态参数去描述结构的过程。根据模态分析得到的模态参数，我们可以进一步求得结构的模态柔度矩阵，进而为结构系统的振动特性分析和损伤诊断提供依据。模态分析分为计算模态分析和试验模态分析两种。如果模态参数是由有限元计算方法获得，则称为计算模态分析。如果是通过传感器和数据采集设备获得原始响应信号，然后通过参数识别获得模态参数，则称为试验模态分析。

实验模态分析通常可选择力锤或激振器作为激励设备，本文采用锤击法进行模态测试，移动力锤，加速度传感器固定不动，使用传感器所在的测点作为参考点，可以得到频响函数矩阵的一行或多行（行数由传感器所在测点的个数决定）。在模态测试中，这种利用锤击激振的方式拾取沿测试结构整体布设传感器的动力测试方法被称为多参考点脉冲锤击法。

#### 5.2.1 频响函数

##### 5.2.1.1 频响函数的定义

在模态测试中，我们经常需要测量频响函数。频响函数（Frequency Response Function, FRF）是指结构的输出响应和输入激励力之比。

对多自由度振动系统，有如下所示平衡方程：

$$[M]\{\ddot{x}(t)\}+[C]\{\dot{x}(t)\}+[K]\{x(t)\}=\{f(t)\} \quad (5.1)$$

其中，惯性力为 $[M]\{\ddot{x}(t)\}$ ，阻尼力为 $[C]\{\dot{x}(t)\}$ ，弹性恢复力为 $[K]\{x(t)\}$ ，外加荷载为 $\{f(t)\}$ 。对方程（5.1）两边同时进行傅里叶变换，时域转换到频域内，设 $x(t) \rightarrow X(\omega)$ ， $f(t) \rightarrow F(\omega)$ ，利用傅里叶变换的微分性质可以得到在频域内的结构振动方程为：

$$(-\omega^2[M] + j\omega[C] + [K])\{X(\omega)\} = \{F(\omega)\} \quad (5.2)$$

结构的频响函数矩阵 $[H(\omega)]$ 定义为：

$$[H(\omega)] = (-\omega^2[M] + j\omega[C] + [K])^{-1} \quad (5.3)$$

由互易性可知，频响函数矩阵为对称矩阵， $H_{ij}(\omega) = H_{ji}(\omega)$ ， $H_{ij}(\omega)$ 表示 $i$ 点锤击 $j$ 点拾振的频响函数， $\omega$ 为频率变量。结构输出响应的傅里叶变换 $\{X(\omega)\}$ 和输入力的傅里叶变换 $\{F(\omega)\}$ 之间的关系可用频响函数矩阵表示：

$$\{X(\omega)\} = [H(\omega)]\{F(\omega)\} \quad (5.4)$$

其对频域内结构的响应和激励力之间的映射关系进行了描述。

### 5.2.1.2 频响函数的计算

当我们获得结构的激励力和由该激励引起的结构响应后，可通过傅里叶变换，将时域转化到频域内。然后计算输入自谱 $G_{FF}$ 、输出自谱 $G_{XX}$ 、输入-输出的互谱 $G_{XF}$ ，进而可计算频响函数和相干函数。

频响函数的计算涉及到自功率谱密度函数和互功率谱密度函数。自功率谱密度函数为实函数，是描述随机振动的一个重要参数；互功率谱密度函数为复函数。

在多次重复测试中，通过平均计算的输入-自功率谱密度函数 $G_{FF}$ 定义为：

$$G_{FF} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i F_i^* \quad (5.5)$$

式中， $F_i$ 为第 $i$ 次测试采集的输入信号的傅里叶谱， $N$ 为采集总次数， $*$ 表示复数共轭。

通过平均计算的输出-自功率谱密度函数 $G_{XX}$ 的定义为：

$$G_{XX} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i X_i^* \quad (5.6)$$

式中， $X_i$ 为第 $i$ 次测试采集的输出信号的傅里叶谱。同理可得输入-输出互功率谱密度函数：

$$G_{XF} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i F_i^* \quad (5.7)$$

由于输入与输出中含有噪声，为减少噪声影响，可采用估计方法从实际测量的输入、输出信号中估计出频响函数。频响函数估计类型有以下三种：

#### 1. $H_1$ 估计

其假设输入没有噪声、输出有噪声，计算公式为：

$$H_1 = \frac{G_{XF}}{G_{XX}} \quad (5.8)$$

### 2. $H_2$ 估计

其假设输入有噪声、输出无噪声，计算公式为：

$$H_1 = \frac{G_{XX}}{G_{FX}} \quad (5.9)$$

### 3. $H_v$ 估计

其假设输入、输出都有噪声。设：

$$[GFFX_p(\omega)] = \begin{bmatrix} [GFF_p(\omega)] & [GXF_p(\omega)]^H \\ [GXF_p(\omega)] & [GXX_p(\omega)] \end{bmatrix}_{(Ni+1) \times (Ni+1)} \quad (5.10)$$

对  $[GFFX_p(\omega)]$  在每个频率点  $\omega$  处进行特征值分解：

$$[GFFX_p(\omega)] = [V_p(\omega)][\Lambda_p(\omega)][V_p(\omega)]^H \quad (5.11)$$

如下式所示，取最小特征值对应的特征向量，进行归一化处理，可得频响函数：

$$\{V_p(\omega)\}_{\lambda_{\min}} = \begin{Bmatrix} H_{p1}(\omega) \\ H_{p2}(\omega) \\ \vdots \\ H_{pNi}(\omega) \\ -1 \end{Bmatrix} \quad (p = 1, 2, \dots, N_0) \quad (5.12)$$

## 5.2.2 模态柔度

1984 年，Maxwell 提出了“位移影响系数”，并逐渐被演化为柔度的概念。1975 年，Clough 和 Penzien 提出模态柔度的概念，通过多参考点脉冲锤击测试方法，可获得结构的频响函数，从而可以提取结构的模态柔度矩阵。当参与计算的模态阶数足够多，即可无限逼近柔度的精确解。

在对中小型结构进行动力测试时，一般采集的是力锤的力脉冲信号和结构的加速度响应，我们可以将这种基于位移、速度或加速度响应信号获得的模态柔度称为力-位移模态柔度，但是广义力和广义位移还应包括力矩和角位移。将输入的力矩和输出的转动响应信息引入模态柔度的概念中，我们可以扩展传统的模态柔度的概念，得到广义模态柔度。广义模态柔度对脉冲激励的方式和输出的响应不再局限，只要测试的物理量符合需求，都可以称为广义模态柔度<sup>[127]</sup>。

对于空间内的任意测点，其含有  $x$ 、 $y$ 、 $z$  三个方向的位移和分别绕  $x$ 、 $y$ 、 $z$  的三个转角，共六个自由度。以单个节点的广义模态柔度矩阵为例：

$$f = \begin{bmatrix} f_{XF} & f_{XM} \\ f_{\theta F} & f_{\theta M} \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

其中，下标  $X$ 、 $\theta$  分别对应该节点的位移自由度和转角自由度响应， $F$ 、 $M$  分别代表施加在节点的力与力矩激励。因此，上述广义模态柔度矩阵可分成四块，每块为 3 阶的方阵。目前，一般只进行  $F$  的激励和  $X$  的测量，仅仅能得到  $f_{XF}$ ，即整个广义模态柔度矩阵四分之一的信息。假如在试验中可以施加力矩激励或拾取转角响应，将完善节点的模态柔度信息。

根据输入脉冲和输出响应的信息不同，可将提取的模态柔度划分如表 5.1 所示的力-位移、力-转角、力矩-位移、力矩-转角四类模态柔度。其中，位移类响应是指位移、速度或加速度时程响应，转角类响应是角位移、角速度或角加速度时程响应。由于测量平动自由度的传感器技术已经非常成熟，因此，力-位移模态柔度已有大量学者进行研究，本文基于动转角测量技术，将提出通过 MEMS 陀螺仪传感器精确测量转动自由度的振动响应，然后通过模态分析提取力-转角模态柔度，以下简称为转角模态柔度。

表 5.1 模态柔度的分类

信息	模态柔度			
	力-位移	力-转角	力矩-位移	力矩-转角
输入脉冲	力	力	力矩	力矩
输出响应	位移类	转角类	位移类	转角类
单位	mm-N	°-N	mm-N•mm	°- N•mm

### 5.2.3 模态柔度的推导方法

模态柔度的计算依赖于多参考点脉冲锤击法试验获取的动力模态参数，有两种方法可以计算模态柔度：(1) 方法一：基于圆频率和质量归一化振型计算模态柔度；(2) 方法二：基于频率响应函数拟合曲线的截距之和提取模态柔度。

#### 5.2.3.1 方法一：基于圆频率和质量归一化振型的模态柔度计算方法

把自然频率和模态振型变换为单位载荷下的柔度矩阵用以下的公式来表达，

$$f = \Phi \Omega \Phi^T \quad (5.14)$$

$$\begin{bmatrix} f_{1,1} & \cdots & f_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{n,1} & \cdots & f_{n,n} \end{bmatrix}_{n \times n} = \begin{bmatrix} \varphi^1(1) & \cdots & \varphi^m(1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi^1(n) & \cdots & \varphi^m(n) \end{bmatrix}_{n \times m} \times \begin{bmatrix} \frac{1}{\omega_1^2} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \frac{1}{\omega_m^2} \end{bmatrix}_{m \times m} \times \begin{bmatrix} \varphi^1(1) & \cdots & \varphi^m(1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi^1(n) & \cdots & \varphi^m(n) \end{bmatrix}_{m \times n}^T \quad (5.15)$$

其中,

$$f_{ij} = \sum_{r=1}^m \frac{\varphi^k(i)\varphi^k(j)}{\omega_k^2} \quad (5.16)$$

式中,  $[f]_{n \times n}$  为  $n \times n$  阶的柔度矩阵; 下标  $n$  代表结构的自由度数, 下标  $m$  代表模态阶数;  $\Phi$  为质量归一的振型矩阵; 而  $\Omega$  为模态圆频率平方的倒数按照降序排列的对角矩阵;  $\varphi^m(n)$  为振型矩阵中第  $m$  阶模态第  $n$  点的振型模态分量;  $f_{i,j}$  为柔度矩阵中第  $i$  行第  $j$  列的模态柔度系数,  $i=1, 2, \dots, n, j=1, 2, \dots, n$ ;  $\omega_k$  第  $k$  阶模态的圆频率,  $k=1, 2, \dots, m$ 。

在实践中对于复杂的结构很难获得较为精确的质量矩阵, 因此难以获得质量归一的振型, 从而限制了该方法的应用。

### 5.2.3.2 方法二: 基于频率响应函数的截距计算模态柔度

模态柔度的推导基于对结构的固有频率、阻尼比、模态振型、模态质量系数等动力模态参数的识别。通常我们采用多参考点脉冲锤击法对结构进行模态测试, 利用输入输出的数据估算频响函数矩阵。频响函数可根据输出响应的不同划分为三种表达形式, 位移、速度、加速度输出响应分别对应位移、速度、加速度导纳频响函数。提取位移导纳频响函数  $y$  轴的截距可以获得模态柔度系数。但是通常不会直接测试位移响应, 为获得模态柔度系数, 需对速度、加速度导纳频响函数在频域内分别除以  $j\omega$  和  $(j\omega)^2$ , 将其转化为位移导纳频响函数, 然后提取模态柔度系数。该方法存在一个问题, 当频率  $\omega$  趋近于 0Hz 时,  $j\omega$  和  $(j\omega)^2$  也将趋近于 0, 使得速度或加速度导纳频响函数除以  $j\omega$  和  $(j\omega)^2$  后趋于无穷大, 这显然是病态的。为解决上述问题, 可使用频率响应函数拟合方法对多自由度体系的频率响应函数进行拟合, 分别提取每个单自由度体系的拟合曲线在 0Hz 处的截距, 对其进行叠加, 从而获得多自由度体系的模态柔度。部分分式 (5.17) 所示的频率响应函数可用来拟合试验频率响应函数<sup>[128]</sup>:

$$H_{pq}(\omega) = \sum_{r=1}^N \left[ \frac{A_{pqr}}{(j\omega - \lambda_r)} + \frac{A_{pqr}^*}{(j\omega - \lambda_r^*)} \right] \quad (5.17)$$

$$\lambda_r = \sigma_r + j\omega_r, \lambda_r^* = \sigma_r - j\omega_r \quad (5.18)$$

式中,  $H_{pq}(\omega)$  为在  $q$  点敲击  $p$  点拾振的频率响应函数,  $j$  为虚数符号,  $\omega$  为频率,  $\lambda_r$  表示系统的第  $r$  阶极点,  $\sigma_r$  和  $\omega_r$  分别为第  $r$  阶模态的阻尼和频率。  $A_{pqr}$  表示  $q$  点敲击  $p$  点拾振时第  $r$  阶模态的留数,  $A_{pqr} = Q_r \psi_{pr} \psi_{qr}$ , 其中  $Q_r$  为第  $r$  阶模态的模态比例因子,  $\psi_{pr}$  和  $\psi_{qr}$  分别为  $p$  点和  $q$  点第  $r$  阶模态的模态振型系数, \*表示复数共轭。

将式 (5.18) 代入式 (5.17)，利用复模态指示函数的模态参数估计法<sup>[129]</sup>，在  $\omega=0$  处，计算  $p$  和  $q$  点的频响函数，可得：

$$H_{pq}(\omega) = \sum_{r=1}^m \left[ \frac{\Psi_{pr}\Psi_{qr}}{M_{Ar}(-\lambda_r)} + \frac{\Psi_{pr}^*\Psi_{qr}^*}{M_{Ar}^*(-\lambda_r^*)} \right] \quad (5.19)$$

$M_{Ar}$  为第  $r$  阶模态的质量比例系数，可直接从多参考点脉冲锤击法模态测试的频响函数中提取出来， $M_{Ar}=1/Q_r$ 。

最终的模态柔度矩阵表达式如下：

$$f = \begin{bmatrix} f_{11} = H_{11}(\omega=0) & \cdots & f_{1q} = H_{1q}(\omega=0) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{p1} = H_{p1}(\omega=0) & \cdots & f_{pq} = H_{pq}(\omega=0) \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

上述方法被称为基于频响函数的截距提取模态柔度，其结果近似于结构的真实模态柔度，且低阶模态对模态柔度贡献更大，当模态识别的阶数越多，模态柔度越趋近于真实值。该方法无需获得结构的精确质量矩阵，适用于模态测试。

### 5.2.4 试验模态分析

试验模态分析主要是通过综合运用线性振动理论、动力测试技术、数字信号处理方法和参数识别等手段，进行系统识别的过程，重点是识别结构的模态参数。本文主要采用复模态指示函数法（Complex Mode Indicator Function, CMIF）进行试验模态分析，其流程图如下：

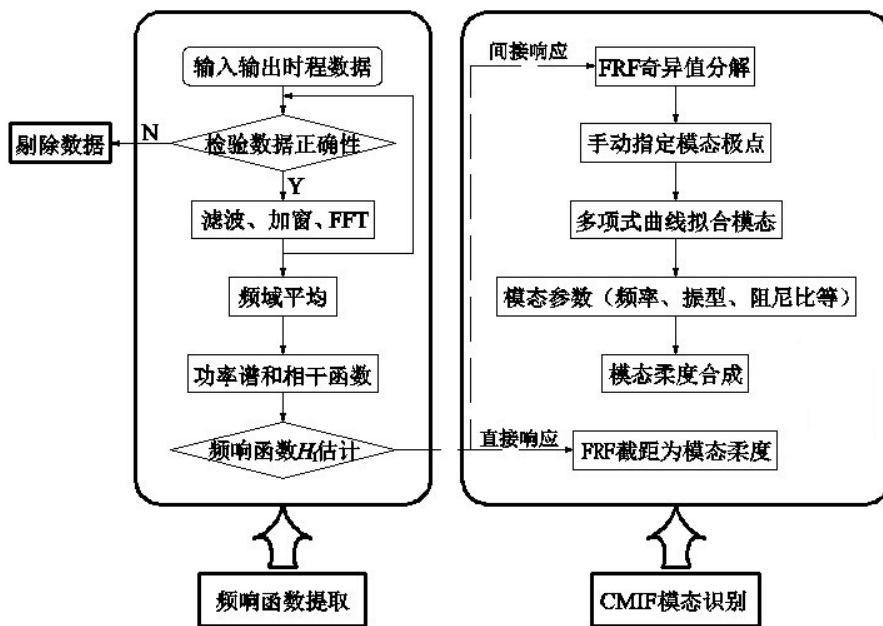


图 5.1 CMIF 法实验模态分析流程图

在获得动力测试的响应信号后，首先要对数据进行预处理，剔除掉明显错误的响应信号，接着使用低通滤波器滤除高频噪声信号，并对信号进行加窗处理。加窗主要是为了减少原始信号进行截断后所引起的误差。一般对脉冲信号加矩形窗，响应信号加指数窗。然后对信号进行快速傅里叶变换（FFT）和频域平均，将信号从时域转换到频域，通过增加每个测点的锤击次数来实现频域平均，以减少随机噪声对测试信号产生的干扰。接着对提取的频响函数进行估计，最后利用 CMIF 方法进行模态识别。

CMIF 方法是对频响函数进行奇异值分解确定频响函数中观察到的所有模态。在对频响函数矩阵进行奇异值分解时，奇异值曲线在固有频率处的奇异值会有峰值点，因此，频响函数的奇异值图可以帮助识别系统极点。CMIF 计算主要分为两个步骤，首先是对频响函数进行奇异值分解，然后是对求得的奇异值求极值。每个参考点都存在一条奇异值权，对所有奇异值分别求极大值、第二极大值，直到第 N 极大值，N 为参考点数。最后得到的各条奇异值曲线就是 CMIF 曲线，其条数与参考点的数目相等。

为获得精确的模态参数，通过多项式曲线进行模态拟合，可以得到每阶模态的极点和留数信息，而极点包含频率、阻尼信息，留数与振型直接相关。因此，我们可以得到频率、阻尼和振型这些模态参数，还能利用识别的极点获取结构的模态质量比例系数，从而合成模态柔度。上述试验模态分析步骤均在软件中编程完成。

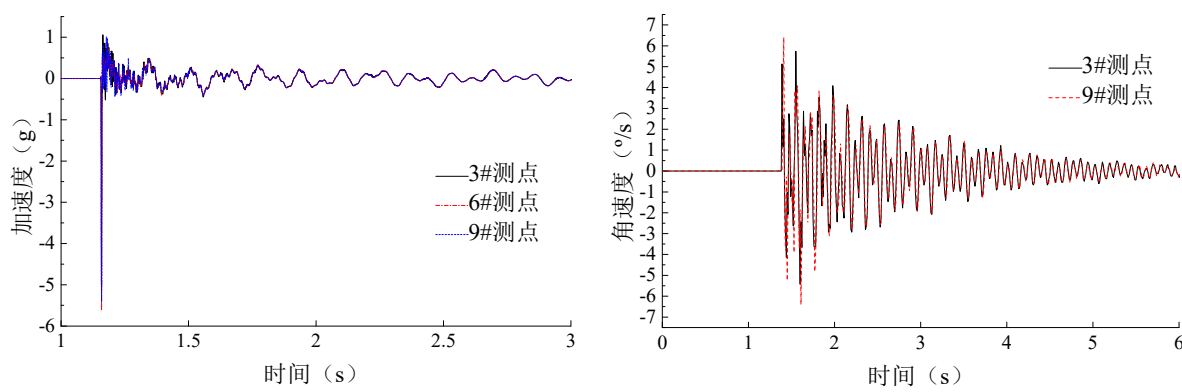
### 5.3 钢框架模型试验

采用 3.2.5.1 节的钢框架结构模型进行静动力试验研究，使用识别得到的结构位移柔度矩阵和转角柔度矩阵，预测结构在静力荷载作用下的位移和转角，并与静载试验的位移和转角测量值进行对比，以验证 5.2 节的模态柔度识别方法。



图 5.2 钢框架模型的传感器布置测点

如图 5.2 所示，该框架结构完全对称，可将框架左侧 1#、2#、3#测点分别与右侧对应的 7#、8#、9#测点的转动响应视为相等，仅在一侧布置 MEMS 陀螺仪传感器。梁与柱的轴向变形和剪切变形较之转动变形可以忽略，因此假设框架同一层内的各梁柱连接节点的水平位移均相等。为验证上述假定，如图 5.2 所示，在 3#和 9#测点分别布置了两个 MEMS 陀螺仪传感器，3#、6#、9#测点分别布置了三个加速度传感器。用力锤敲击 9#测点，采集到的角速度响应如图 5.3(a)所示，加速度响应如图 5.3(b)所示。对称的测点的角速度响应基本一致、同一层测点的加速度响应也基本一致，因此可以仅在钢框架的中间和左（右）侧柱布置 MEMS 陀螺仪传感器、钢框架的左（右）侧柱布置加速度传感器，就可以获得所有梁柱连接节点的水平位移和转角。



a) 3#、6#、9#测点的加速度响应

b) 3#、9#测点的角速度响应

图 5.3 钢框架模型的输出响应信号

### 5.3.1 静载试验



图 5.4 钢框架模型静载试验测点布置

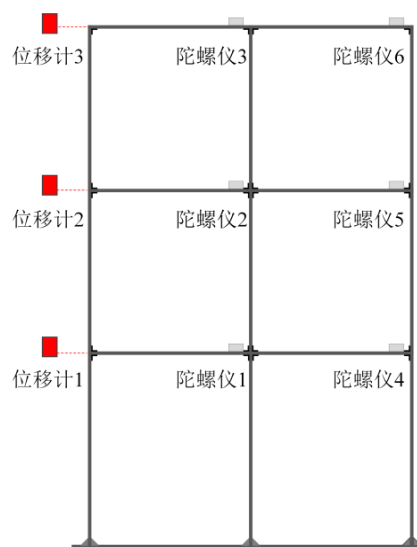


图 5.5 钢框架模型静载试验

静载试验主要测试钢框架模型在线弹性范围内的侧向变形得到荷载位移曲线。如图 5.4 所示，使用 S 型拉压式力传感器顶住墙体来获得反作用力，并通过调节

螺杆的长度控制力的大小。图 5.5 为静载试验的测点布置，3 个位移计分别用来测量 1~3 层的侧向变形，6 个 MEMS 陀螺仪传感器分别用来测量 1~3 层梁柱连接节点的转角。试验使用日本基恩士 IL300+IL1000 激光位移计，其量程为 280mm，精度为 0.7mm；维特智能 HWT901B 陀螺仪传感器，其在结构初位移为 100mm 以内，可以基本保证静态角度测量的精度为 0.05°；宇航科技实业有限公司的 BLR-SQA 拉压式传感器量程为 300N，精度为满量程的 0.05%。力传感器、激光位移计的数据由 LMS Cadax - 8 动态信号分析仪进行采集。角度信号通过 TTL 电平串口与 PC 机连接，由 PC 端的上位机采集。

### 5.3.2 静载试验结果

分别对钢框架的 1~3 层进行加载，每层的加载过程分为 4 次，4 次加载对应的最大荷载分别为 25N、50N、75N 和 100N。钢筋框架第 3 层加载时的层侧移和节点转角均为最大。图 5.6 为第 1~3 层加载时，钢框架各层的荷载位移曲线。图 5.7 为第 1~3 层加载时，钢框架各层梁柱连接节点的荷载转角曲线。

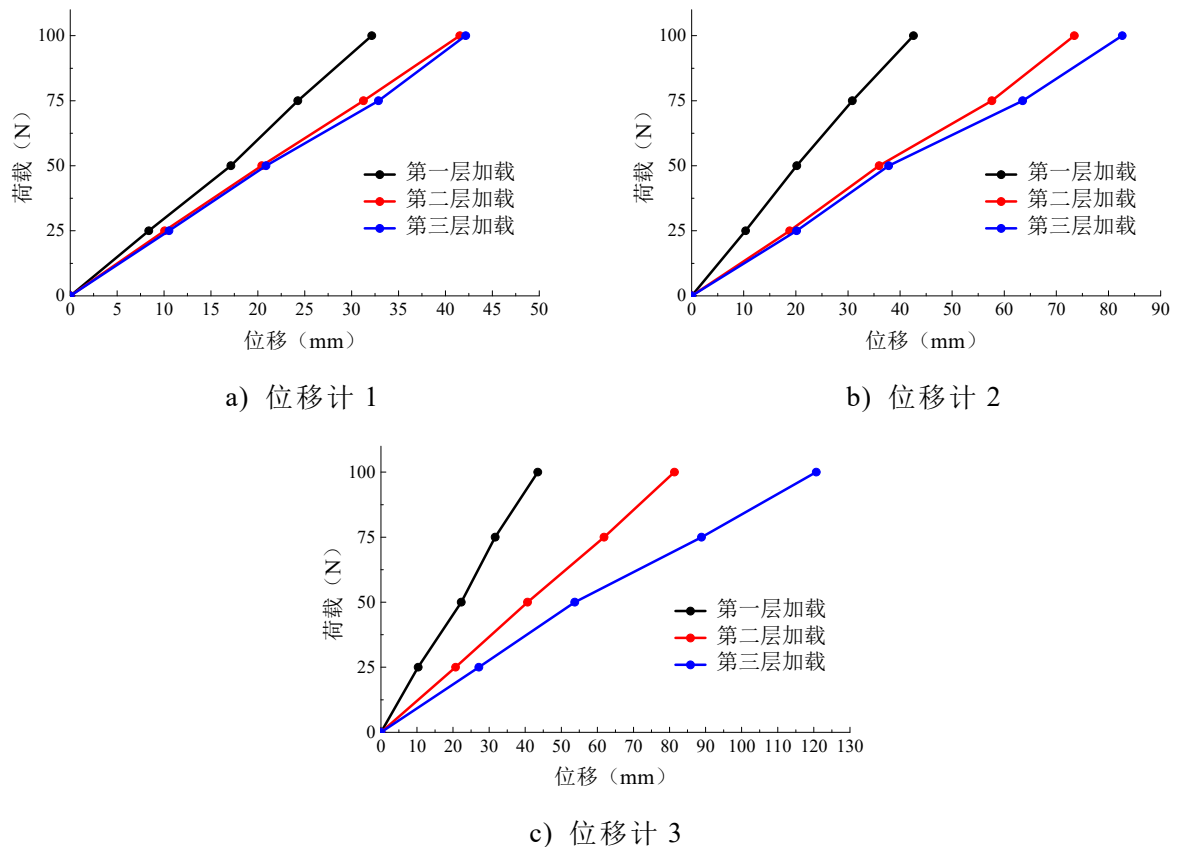


图 5.6 钢框架结构各层加载的侧移

表 5.2 钢框架静载试验获得的静力位移柔度系数

静力位移 柔度系数	位移 (mm)			测点
	0.3215	0.4259	0.4349	7
力 (N)	0.4154	0.7344	0.8136	8
	0.4216	0.8264	1.2067	9

静载试验获得的静力位移柔度系数见表 5.2，静力转角柔度系数见表 5.3。其中测点的位置如图 5.8 所示。

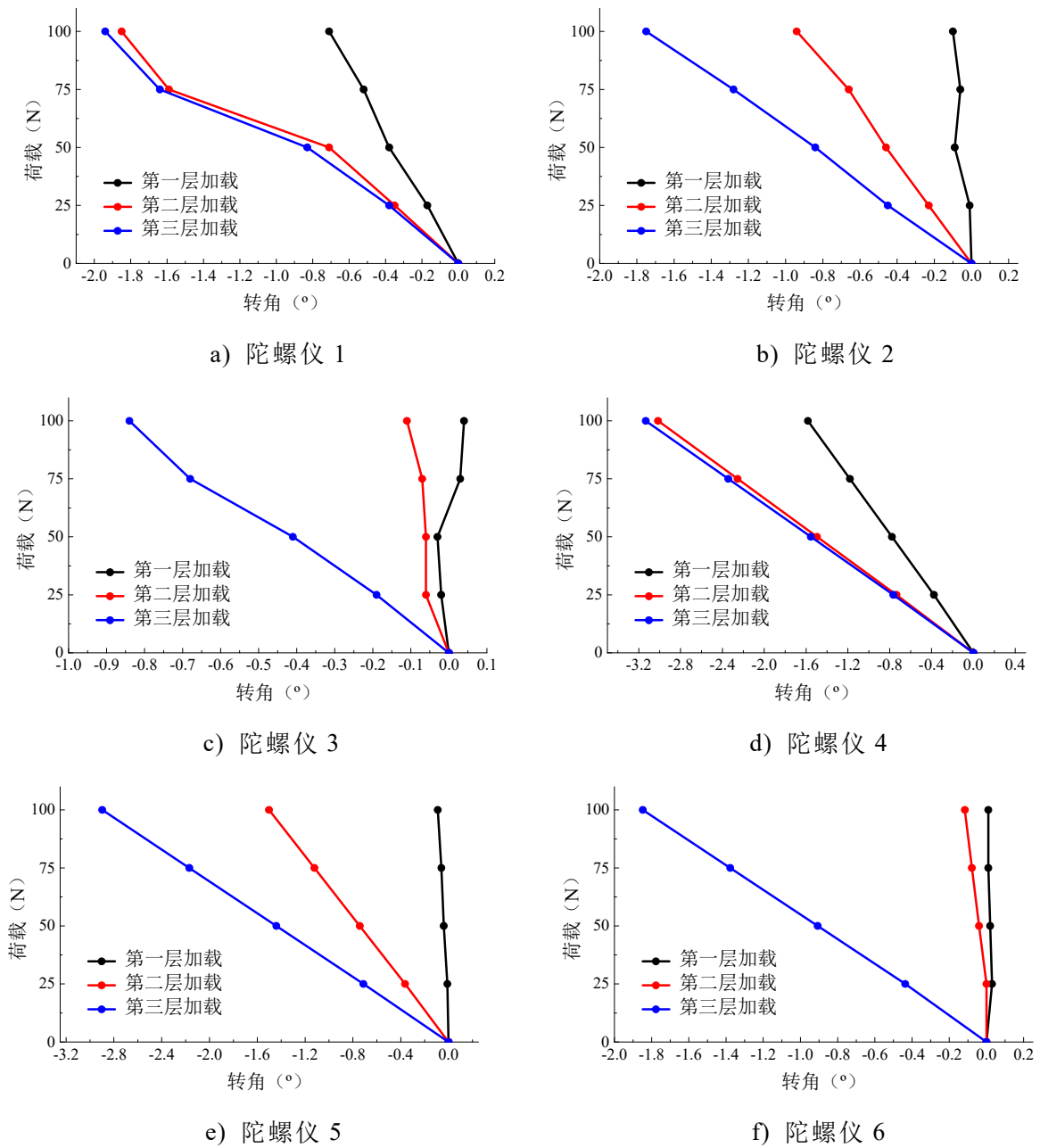


图 5.7 钢框架结构各层加载的转角

表 5.3 钢框架静载试验获得的静力转角柔度系数

静力转角 柔度系数	转角 (°)			测点
力 (N)	-7.10E-03	-1.00E-03	4.00E-04	4
	-1.85E-02	-9.40E-03	-1.10E-03	5
	-1.94E-02	-1.75E-02	-8.40E-03	6
	-1.43E-02	-8.00E-04	2.00E-04	7
	-2.98E-02	-1.31E-02	-9.00E-04	8
	-2.95E-02	-2.57E-02	-1.99E-02	9

### 5.3.3 模态试验

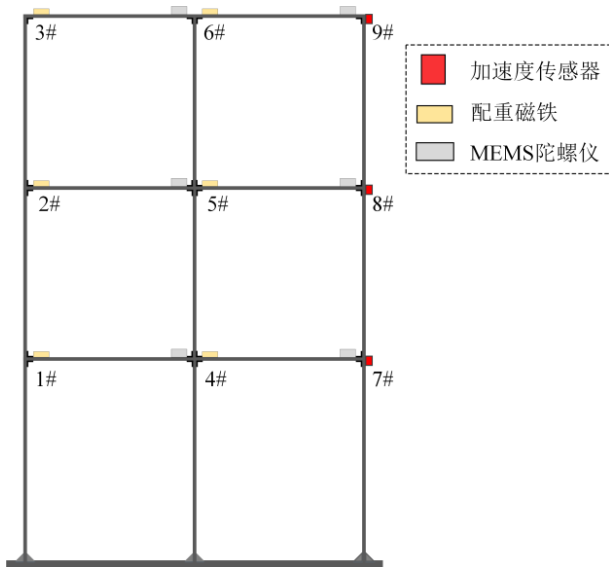


图 5.8 钢框架模型模态试验测点



图 5.9 钢框架模型模态试验

表 5.4 钢框架模型模态试验测试工况

测试工况	响应点信息	锤击点
工况 1	7#、8#、9#加速度，	9#
	4#、5#、6#、7#、8#、9#角速度	
工况 2	7#、8#、9#加速度，	8#
	4#、5#、6#、7#、8#、9#角速度	
工况 3	7#、8#、9#加速度，	7#
	4#、5#、6#、7#、8#、9#角速度	

多参考点脉冲锤击法模态试验的传感器测点布置如图 5.8 所示。为保证框架结构质量对称，在每根梁上未布置 MEMS 陀螺仪传感器的一侧，均放置了 100g 的配重磁铁用于模拟 MEMS 陀螺仪传感器的质量。力锤使用 PCB 公司的模态力锤与力传感器 208A03，锤头选择频响范围较小的橡胶锤头。加速度信号由 PCB

系列压电式加速度传感器 333B40 采集,角速度信号由维特智能 HWT901B 陀螺仪传感器采集,使用 LMS Cadax - 8 动态信号分析仪进行试验数据结果的采集。采样频率设置为 100Hz,分别锤击 1~3 层的楼层测点,每个测点平均敲击 6 次,测试工况如表 5.4 所示。试验现场照片如图 5.9 所示。

### 5.3.4 模态试验结果

对钢框架模态试验采集得到的加速度、角速度响应数据,利用 5.2.4 节论述的试验模态分析方法进行位移模态分析和转角模态分析。位移模态分析使用加速度响应为分析参数,转角模态分析使用角速度响应信号,理论上,两种模态分析方法识别的频率和阻尼比应当一致,识别的位移模态振型和转角模态振型不同。

首先考虑到试验时由于环境干扰或操作不当,可能造成激励或响应信号出现问题,因此需先检查信号,进行筛选。然后,分别对力脉冲和响应信号添加矩形窗和指数窗抑制信号泄露,对加窗后的信号进行点数为 8192 的快速傅里叶变换。最后,对采集的 6 次信号进行频域平均,计算输入自谱、输出自谱和输入-输出互谱,进而对频响函数进行  $H_1$  估计,使用 CMIF 方法识别结构的模态参数。

#### 5.3.4.1 位移模态分析

通过模态测试获得钢框架的脉冲力和加速度时程响应,进行位移模态分析。图 5.10 为提取的钢框架的前三阶位移模态,包括极点和 MAC 值。图 5.10(a)中第一条奇异值曲线(蓝色曲线)在 3 个峰值处的红圈为结构的 3 阶模态,由于力锤脉冲激励下的结构加速度响应信噪比较大,因此加速度导纳频响函数的峰值非常清晰。图 5.10(b)中对角线上的振型 MAC 值均接近于 1,验证了识别的 3 个模态的正确性。表 5.5 为利用加速度导纳频响函数识别的钢框架的前三阶位移自振频率、位移振型和阻尼比。图 5.11 为钢框架的前三阶位移模态振型。

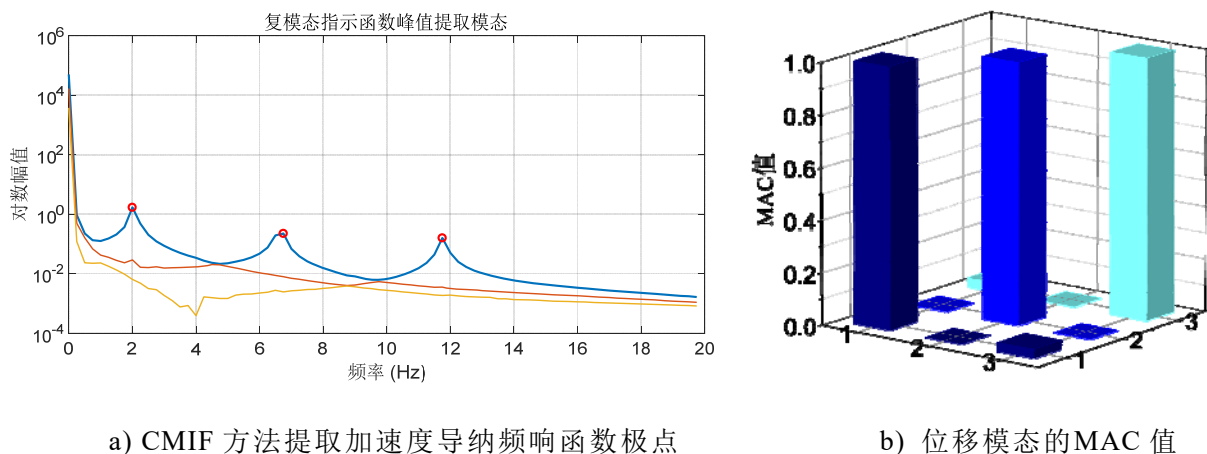


图 5.10 CMIF 方法提取钢框架前三阶位移模态

表 5.5 钢框架结构的位移模态参数

模态	频率 (Hz)	阻尼比 (%)	位移振型		
			节点 7	节点 8	节点 9
1 阶	2.00	1.07	-0.44	-0.56	-0.70
2 阶	6.75	1.26	-0.73	-0.16	0.66
3 阶	11.75	0.63	-0.54	0.69	-0.48

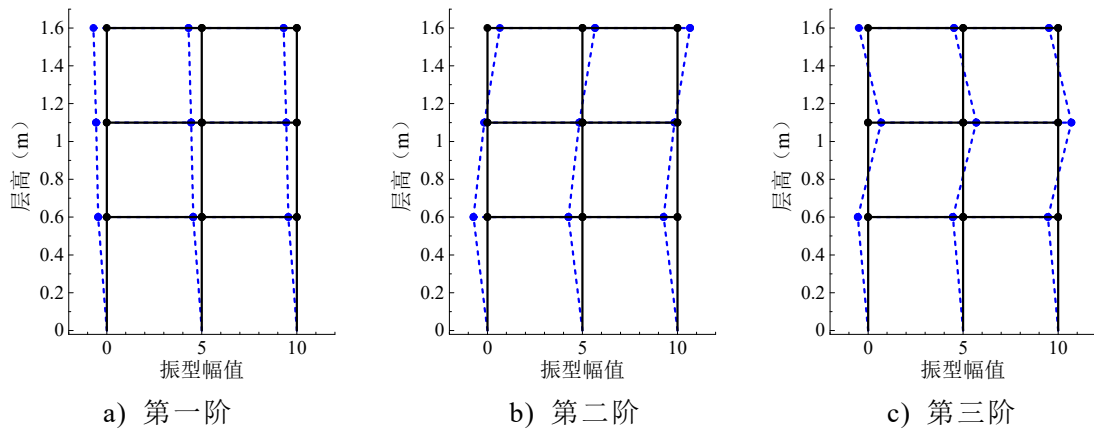


图 5.11 钢框架结构的前三阶位移模态振型

### 5.3.4.2 转角模态分析

通过模态测试获得的钢框架的脉冲力和角速度的时程响应，进行转角模态分析。图 5.12 为提取的钢框架的前三阶转角模态。由图 5.12(a)可看出角速度响应的信噪比没有加速度响应大。图 5.12(b)中对角线上的振型 MAC 值均接近于 1，验证了识别的 3 个模态的正确性。表 5.6 为角速度导纳频响函数识别的钢框架的前三阶转动固有频率和阻尼比。对比表 4.3 的结果，可以看出两者识别的前三阶固有频域和阻尼比非常接近。图 5.13 为钢框架的前三阶转角模态振型。

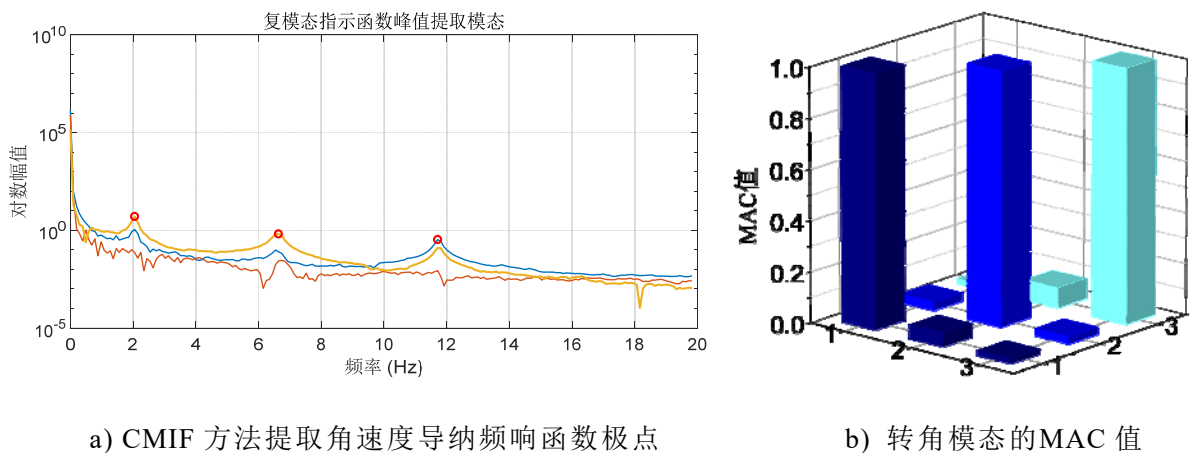


图 5.12 CMIF 方法提取钢框架前三阶转角模态

表 5.6 钢框架结构的转角模态参数

模态	频率 (Hz)	阻尼比 (%)	转角振型					
			节点 4	节点 5	节点 6	节点 7	节点 8	节点 9
1 阶	2.05	1.23	-0.83	-0.51	-0.20	-0.83	-0.52	-0.18
2 阶	6.54	1.54	-0.10	0.88	0.46	-0.11	0.82	0.57
3 阶	11.72	0.72	0.29	-0.31	0.91	0.27	-0.11	0.96

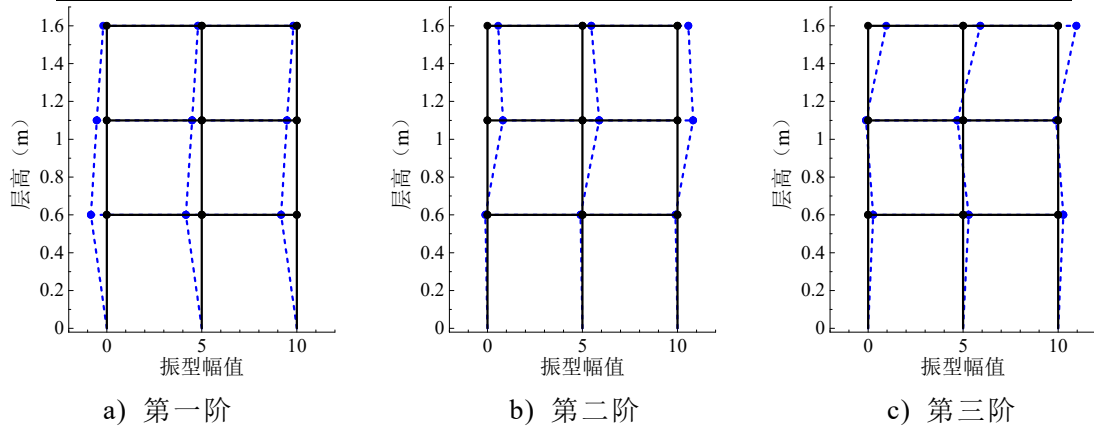
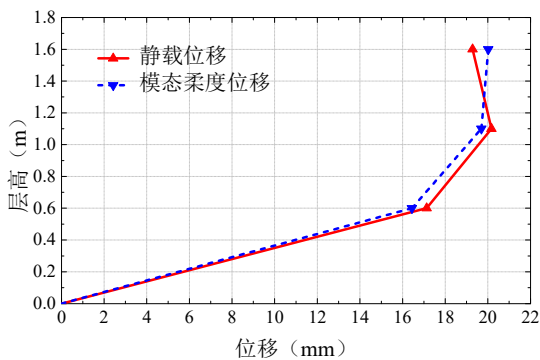


图 5.12 钢框架结构的前三阶转角模态振型

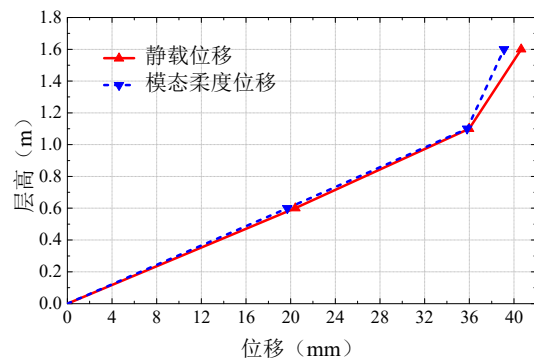
### 5.4 静载位移与模态柔度位移

表 5.7 基于频率响应函数的截距计算的位移模态柔度系数

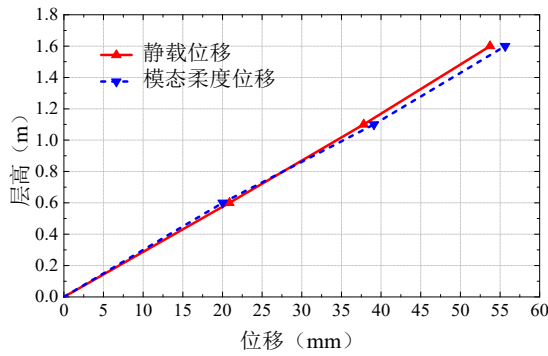
位移模态 柔度系数	位移 (mm)			测点
	0.3288	0.3939	0.4004	7
力 (N)	0.3939	0.7160	0.7820	8
	0.4004	0.7820	1.1130	9



a) 第 1 层加载 50N



b) 第 2 层加载 50N



c) 第 3 层加载 50N

图 5.14 钢框架结构的静载位移与模态柔度位移

根据 5.2.3.2 节的方法计算钢框架结构的位移模态柔度如表 5.7 所示，为检验其准确性，利用模态分析得到的位移模态柔度来计算结构在集中荷载作用下的位移，与静载试验实测值对比如图 5.14 所示。（篇幅所限，仅展示第 1~3 层加载 50N 的对比结果图）

表 5.8 钢框架结构静载位移与模态柔度位移的误差

荷载 (N)	加载 位置	第 1 层位移			第 2 层位移			第 3 层位移		
		模态 柔度 位移 (mm)	静载 位移 (mm)	误差	模态 柔度 位移 (mm)	静载 位移 (mm)	误差	模态 柔度 位移 (mm)	静载 位移 (mm)	误差
25	第 1 层	8.22	8.38	1.92%	9.85	10.37	5.04%	10.01	10.32	3.01%
	第 2 层	9.85	10.07	2.21%	17.90	18.83	4.94%	19.55	20.69	5.51%
	第 3 层	10.01	10.54	5.04%	19.55	20.15	2.97%	27.82	27.15	-2.48%
50	第 1 层	16.44	17.13	4.04%	19.69	20.17	2.36%	20.02	19.28	-3.83%
	第 2 层	19.69	20.42	3.56%	35.80	35.98	0.50%	39.10	40.64	3.78%
	第 3 层	20.02	20.87	4.08%	39.10	37.82	-3.39%	55.65	53.73	-3.57%
75	第 1 层	24.66	24.27	-1.59%	29.54	30.84	4.21%	30.03	31.67	5.19%
	第 2 层	29.54	31.27	5.53%	53.70	57.62	6.80%	58.65	61.85	5.17%
	第 3 层	30.03	32.86	8.62%	58.65	63.53	7.68%	83.47	88.87	6.07%
100	第 1 层	32.88	32.15	-2.26%	39.39	42.59	7.52%	40.04	43.49	7.94%
	第 2 层	39.39	41.54	5.18%	71.60	73.44	2.51%	78.20	81.36	3.88%
	第 3 层	40.04	42.16	5.04%	78.20	82.64	5.37%	111.3	120.7	7.77%

注：误差=（模态柔度位移-静载位移）/静载位移×100%。

表 5.8 为钢框架的静载位移与模态柔度位移的误差。由图表可知，静载位移与模态柔度位移非常接近，平均误差为 3.51%，最大误差为 8.62%。该结果验证

了位移模态柔度识别方法的有效性，说明利用识别的位移模态柔度矩阵可以预测结构在某个节点的静载作用下的位移。

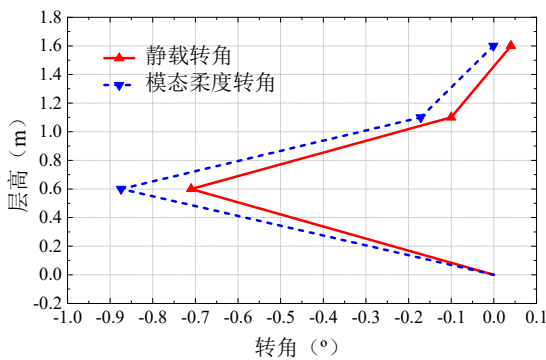
分析静载位移与模态柔度位移的误差产生的原因，主要来自以下两个方面：

(1) 由于试验测量只能得到有限阶的模态，而且为低阶模态，不能得到结构的所有模态，因此存在模态截断。在试验测量时，只获得了钢框架的前三阶模态，因此合成的位移模态柔度存在误差。(2) 多项式曲线拟合模态及测量过程中受到噪声影响都会带来误差。

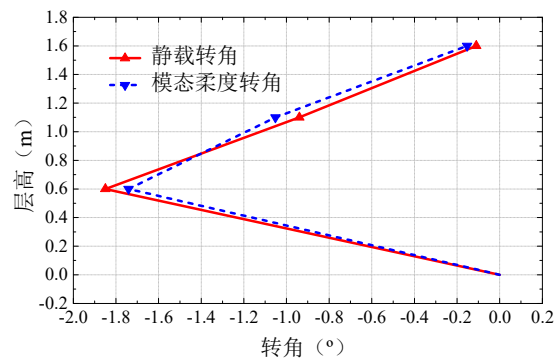
### 5.5 静载转角与模态柔度转角

表 5.9 基于频率响应函数的截距计算的转角模态柔度系数

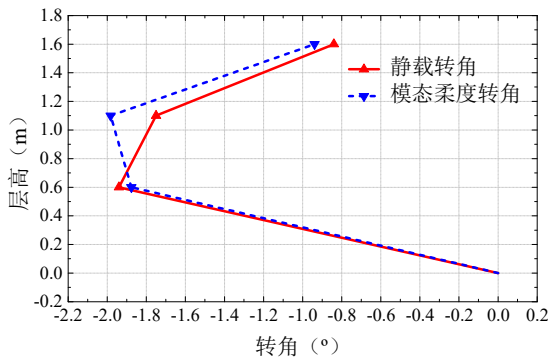
转角模态 柔度系数	转角 (°)			测点
	-8.74E-03	-1.71E-03	-1.15E-05	4
	-1.74E-02	-1.05E-02	-1.53E-03	5
力 (N)	-1.88E-02	-1.98E-02	-9.39E-03	6
	-1.58E-02	-9.00E-04	1.00E-04	7
	-3.01E-02	-1.50E-02	-1.16E-03	8
	-3.13E-02	-2.90E-02	-1.85E-02	9



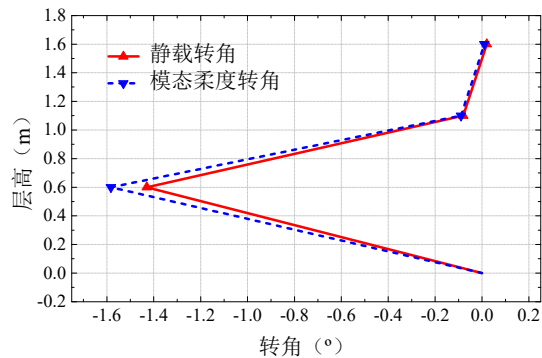
a) 第 1 层加载 100N 时钢框架中间转角



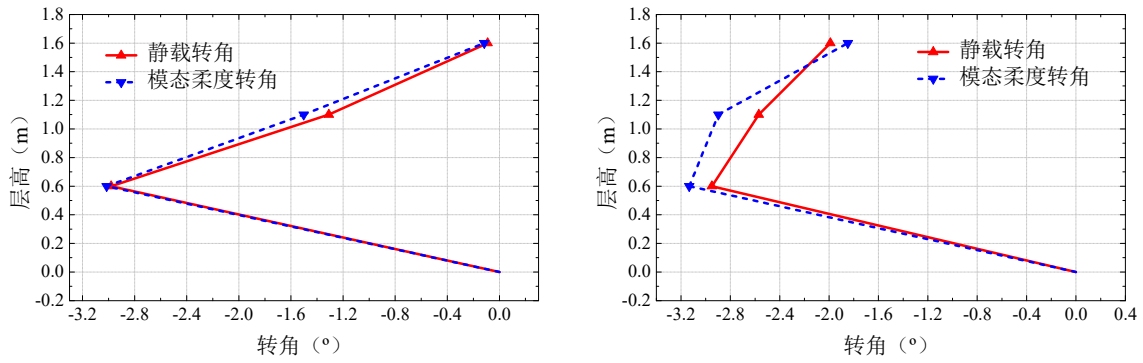
b) 第 2 层加载 100N 时钢框架中间转角



c) 第 3 层加载 100N 时钢框架中间转角



d) 第 1 层加载 100N 时钢框架右侧转角



e) 第 2 层加载 100N 时钢框架右侧转角

f) 第 3 层加载 100N 时钢框架右侧转角

图 5.15 钢框架结构的静载转角与模态柔度转角

表 5.10 钢框架结构右侧 7#、8#、9#测点的静载转角与模态柔度转角的误差

荷载 (N)	加载 位置	第 1 层转角			第 2 层转角			第 3 层转角		
		模态 柔度 转角 (°)	静载 转角 (°)	误差	模态 柔度 转角 (°)	静载 转角 (°)	误差	模态 柔度 转角 (°)	静载 转角 (°)	误差
25	第 1 层	-0.38	-0.37	-2.05%	-0.01	0.01	200.00%	0.03	0.05	40.00%
	第 2 层	-0.74	-0.61	-20.60%	-1.50	-1.31	-14.63%	0.00	0.01	100.00%
	第 3 层	-0.77	-0.65	-17.76%	-2.90	-2.57	-12.74%	-0.44	-0.52	16.04%
50	第 1 层	-0.78	-0.66	-18.06%	-0.04	-0.01	-300.00%	0.02	-0.01	300.00%
	第 2 层	-1.50	-1.31	-14.15%	-0.74	-0.58	-28.12%	-0.04	-0.03	-33.33%
	第 3 层	-1.55	-1.41	-10.24%	-1.44	-1.04	-38.56%	-0.91	-1.03	11.94%
75	第 1 层	-1.18	-1.04	-13.54%	-0.06	-0.05	-20.00%	0.01	-0.01	200.00%
	第 2 层	-2.26	-1.92	-17.46%	-1.12	-0.96	-16.92%	-0.08	-0.05	-56.99%
	第 3 层	-2.34	-2.71	13.51%	-2.17	-1.89	-14.77%	-1.38	-1.42	3.00%
100	第 1 层	-1.58	-1.43	-10.66%	-0.09	-0.08	-12.50%	0.01	0.02	50.00%
	第 2 层	-3.01	-2.98	-1.17%	-1.50	-1.31	-14.63%	-0.12	-0.09	-29.23%
	第 3 层	-3.13	-2.95	-6.22%	-2.90	-2.57	-12.74%	-1.85	-1.99	7.15%

注：误差=（模态柔度转角-静载转角）/静载转角×100%。

同 5.4 节，可根据 5.2.3.2 节的方法计算钢框架结构的转角模态柔度，其结果如表 5.9 所示。为检验其准确性，利用模态分析得到的转角模态柔度去计算结构在集中荷载作用下的转角，与静载试验实测值对比如图 5.15 所示。（篇幅所限，仅展示第 1~3 层加载 100N 的对比结果图）可以从图中看出静载转角与模态柔度转角较为吻合。表 5.10 和表 5.11 为钢框架的静载转角与模态柔度转角的误差。

表 5.11 钢框架结构中间 4#、5#、6#测点的静载转角与模态柔度转角的误差

荷载 (N)	加载 位置	第 1 层转角			第 2 层转角			第 3 层转角		
		模态 柔度 转角 (°)	静载 转角 (°)	误差	模态 柔度 转角 (°)	静载 转角 (°)	误差	模态 柔度 转角 (°)	静载 转角 (°)	误差
25	第 1 层	-0.22	-0.17	-28.75%	-0.04	-0.01	-329.72%	0.00	-0.02	98.92%
	第 2 层	-0.44	-0.35	-24.41%	-0.26	-0.23	-14.34%	-0.08	-0.06	-27.96%
	第 3 层	-0.47	-0.38	-23.49%	-0.50	-0.45	-10.14%	-0.47	-0.41	-14.45%
50	第 1 层	-0.44	-0.38	-15.04%	-0.09	-0.09	5.14%	0.00	-0.03	98.57%
	第 2 层	-0.87	-0.71	-22.58%	-0.53	-0.46	-14.34%	-0.08	-0.06	-27.96%
	第 3 层	-0.94	-0.83	-13.00%	-0.99	-0.84	-18.00%	-0.47	-0.41	-14.45%
75	第 1 层	-0.66	-0.52	-26.16%	-0.13	-0.06	-113.90%	0.00	0.03	101.91%
	第 2 层	-1.31	-1.59	17.88%	-0.79	-0.66	-19.54%	-0.12	-0.07	-64.52%
	第 3 层	-1.41	-1.64	14.20%	-1.49	-1.28	-16.16%	-0.70	-0.68	-3.55%
100	第 1 层	-0.87	-0.71	-23.15%	-0.17	-0.10	-71.31%	0.00	0.04	102.86%
	第 2 层	-1.74	-1.85	5.88%	-1.05	-0.94	-11.91%	-0.15	-0.11	-39.07%
	第 3 层	-1.88	-1.94	3.28%	-1.98	-1.75	-13.28%	-0.94	-0.84	-11.79%

注：误差=（模态柔度转角-静载转角）/静载转角×100%。

整体来说，转角模态柔度不如位移模态柔度准确，除受到模态截断、模态拟合和噪声的影响，还有以下几个方面的误差来源。首先，MEMS 陀螺仪传感器的精度有限，在试验时，静止状态下也会有零漂产生，上下浮动  $0.01^\circ$  左右属于正常的现象。所以静载试验时，节点转角非常小时误差会非常大。然后，由于受传感器固定位置的影响，测得的转角是近似替代节点的转角。误差较大的主要原因是因为模态阶数参与不足，而受到传感器采样频率的限制，难以获得高阶转角模态。前三阶位移模态对整体位移模态柔度的贡献大于前三阶转角模态对整体转角模态柔度的贡献。

## 5.6 本章小结

本章在以往结构识别研究仅基于结构的位移响应的基础上，提出将转角信息引入模态柔度中，从而获得广义的模态柔度概念。首先，介绍了一种基于频响函数截距提取模态柔度的方法，该方法基于多参考点脉冲锤击法拾取结构的位移或转角响应时程，获得的频响函数截距即为模态柔度系数。然后通过对钢框架模型进行静载试验和模态试验研究，将结构受静载作用下的位移（转角）与模态柔度

计算所得的位移（转角）进行比较，验证了模态柔度算法的准确性。研究结果显示位移模态柔度比转角模态柔度的精度高，分析其原因，除受到模态截断、模态拟合和噪声的影响外，主要误差来源于模态阶数参与不足，前三阶位移模态对整体位移模态柔度的贡献大于前三阶转角模态对整体转角模态柔度的贡献。

## 结论与展望

基于广义逆方法重构转角信息和采用挠曲线拟合的方式重构转角信息，本文提出采用商业级的 MEMS 陀螺仪传感器测量角度和角速度响应，改变了传统的仅测试位移类响应的方法，对响应信息进行了直观补充。理论方面，介绍了结构物理参数识别的时域法和频域法和模态柔度的计算方法。试验方面，通过对 3 层 2 跨的钢框架模型的静动力试验研究，基于最小二乘递推算法和灵敏度方法对该框架结构进行参数识别和损伤识别、基于频响函数的截距提取其力一位移模态柔度和力一转角模态柔度。研究的主要结论归纳如下：

(1) 基于挠曲线拟合方法对 MEMS 陀螺仪传感器的角度测量精度校验试验，主要用来验证动力试验条件下测量的角度是否准确。试验结果表明在结构初位移为 100mm 以内，可以基本保证 MEMS 陀螺仪传感器静态角度测量的精度为  $0.05^\circ$ ；在结构初位移为 10mm 以内，可以基本保证动态角度测量的精度为  $0.1^\circ$ 。静载试验时，钢框架结构的位移基本控制在 100mm 以内，最大角位移为  $2.98^\circ$ ，精度误差约为 1.68%。模态试验时，钢框架结构的最大位移测试值为 4mm 左右，受到力锤激励后的最大角位移为  $0.3^\circ$  左右，其动态角度精度约为  $0.02^\circ$ ，精度误差约为 6.67%，该传感器基本可以满足实验要求。

(2) 根据算例分析和试验研究发现基于广义逆理论重构转动信息的方法，由于需要使用位移、速度、加速度响应分别来重构角位移、角速度、角加速度响应。而我们通常做试验时只测试加速度响应，然后重构速度、位移响应的做法，会将所有在位移类响应中累积的误差带入转角类响应。而广义逆方法本身在重构过程中也存在误差，以上原因导致重构转角下的刚度参数识别效果不如直接测量转角理想。

(3) 采用 MEMS 陀螺仪传感器直接测量转动响应在实测框架中的刚度识别平均误差相比于由广义逆方法重构转动响应的平均误差减少了 5.94%。说明使用最小二乘递推算法对弯剪型结构进行刚度参数时域识别时，使用转角响应测量值的方法更好，而且与广义逆重构转动响应的方法相比，无需进行复杂计算也不受平动响应的影响。

(4) 使用灵敏度方法对考虑节点转动的钢框架模型进行层间抗弯刚度参数识别时，转角振型测试信息的补充使刚度参数识别平均误差减少了 1.29%，对结构物理参数的识别精度有一定提高。此外，损伤识别试验的结果表明灵敏度方法和最小二乘递推算法都能较好的指示框架结构的损伤位置，相对而言灵敏度方法损伤识别的结果更为准确。

(5) 通过对钢框架结构进行试验模态分析, 比较该结构受静载作用下的位移(转角)与模态柔度计算所得的位移(转角), 发现位移模态柔度比转角模态柔度的精度高, 分析其原因, 除受到模态截断、模态拟合和噪声的影响外, 主要误差来源于模态阶数参与不足, 前三阶位移模态对整体位移模态柔度的贡献大于前三阶转角模态对整体转角模态柔度的贡献。

基于动力学的结构识别研究在实际应用中, 由于实际结构形式复杂及受到测试过程中各种不确定性的影响, 涉及到多个学科的交叉。由于时间和学术水平有限, 本人的研究仍然存在以下不足与有待进一步研究的问题:

(1) 实际工程中的结构形式相比本文的试验模型更为复杂, 对于刚度大于本文试验模型刚度的结构, 其相应的转动响应的振幅更小, 因此对使用的传感器灵敏度要求更高, 花费也相对较高。部分位置如节点连接处的转角如何准确测量、如何采用信号处理算法及误差补偿技术提高 MEMS 陀螺仪的性能, 从而提高其精度仍是值得进一步研究的课题。

(2) 本文所使用的 MEMS 陀螺仪传感器的采样频率最高为 200Hz, 模态试验时仅能采集试验模型的前三阶自振频率。对于转角模态阶数不足的问题, 可考虑采取信息重构的方法扩充振型, 或通过构造目标函数, 使用优化算法搜索与结构测试信息最接近的结构参数值。如何获得高阶转角模态值得进一步深入研究。

(3) 本文的试验设计中, 是通过测量获得的加速度响应重构速度、位移响应, 由于存在趋势项和噪声, 会使得积分结果产生误差。如果考虑使用位移传感器直接测量位移响应, 参数识别的精度应该会有所提高。

(4) 在损伤识别试验设计时, 本文仅设置了结构的单元损伤工况, 没有考虑梁柱节点的损伤。节点连接处损伤后的单元刚度矩阵如何表示, 如何建立参数识别模型, 及如何拾取节点损伤后的转角响应将是研究的重点与难点。

## 参考文献

- [1] Chan T, Yu L, Tam H, et al. Fiber Bragg Grating Sensors for Structural Health Monitoring of Tsing Ma bridge: Background and Experimental Observation. *Engineering Structures*, 2006, 28(5): 648–659
- [2] Su J Z, Xia Y, Zhao X, et al. Long-term Structural Performance Monitoring System for the Shanghai Tower. *Journal of Civil Structural Health Monitoring*, 2013, 3(1): 49–61
- [3] 罗尧治, 梅宇佳, 沈雁彬. 国家体育场钢结构温度与应力实测及分析. *建筑结构学报*, 2013, 34(11): 24–32
- [4] 戴会超, 蔡德所. 温度分布式及裂缝监测的光纤传感技术在三峡工程中的应用. *水力发电*, 2003, 29(12): 59–61
- [5] 陈秋霞. 高精度动态测角仪. *红外*, 2006, 27(8): 33–38
- [6] 刘彤, 周进. 多齿分度台原理分析. *中国科技信息*, 2018, 592(20):16–66
- [7] 侯新宇, 金龙旭. 感应同步器测角系统的实现. *精密工程学术研讨会*, 2004
- [8] Jing F S, Lin Y C, Zhou Y F, et al. Angular Measurement by Means of Rotation of Linear Gratings. *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, 1992, 41(1): 585–587
- [9] Zhang G X, Wang C H, Li Z. Improving the Accuracy of Angle Measurement System with Optical Grating. *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, 1994, 43(1): 457–460
- [10] Masuda T, Kajitani M. An Automatic Calibration System for Angular Encoders. *Precision Engineering*, 1989, 11(2): 95–100
- [11] Machtovo I A. High-precision Real-time Measurement of Large Angular Displacements of Structures. *Sov J Opt Technol*, 1993, 60(1): 73–74
- [12] Lulu M A, Yan B, Naiguang L U. A Digital Optical Autocollimation Method for Measuring 2D Small Angle, 2008, 16(4): 93–102
- [13] Torroba R, Tagliaferri A A. Precision Small Angle Measurements with a Digital Moiré Technique. *Optics Communications*, 1998, 149(4–6): 213–216
- [14] Shang H M, Toh S L, Fu Y, et al. Measurement of Angle of Rotation using Circular Optical Grating. *Proceedings of SPIE-The International Society for Optical Engineering*, 2001, 43(17): 72–78
- [15] Ikram M, Hussain G. Michelson Interferometer for Precision Angle Measurement. *Applied Optics*, 1999, 38(1): 113–20

- [16] Zhao S W H, Li Y. Laser Heterodyne Interferometer for the Simultaneous Measurement of Displacement and Angle using a Single Reference Retroreflector. *Optical Engineering*, 2015, 54(8): 84–112
- [17] Privalov V E, Filatov Y V. Use of a Ring Laser for Angle Measurements. *Measurement Techniques*, 1977, 20(2): 198–203
- [18] Filatov Y V, Loukianov D P, Probst R. Dynamic Angle Measurement by Means of a Ring Laser. *Metrologia*, 1997, 34(4):343–351
- [19] 浦昭邦, 陶卫, 张琢. 角度测量的光学方法. *光学技术*, 2002, 28(2): 168–171
- [20] 殷延鹤, 乔彦峰, 蔡盛等. 大型结构角度变形测量中的光学方法. *光电技术应用*, 2014, 29(4): 69–75
- [21] Jabconaki R. Processing of the International Symposium on Metrology for Quality Control in Production Tokyo. Angle interference measurement, 1984
- [22] Shi P, Stijns E. Improving the Linearity of the Michelson Interferometric Angular Measurement by a Parameter Compensation Method. *Appl Opt*, 1993, 32(1): 44–51
- [23] Maluf N. An Introduction to Microelectromechanical Systems Engineering. *Measurement Science & Technology*, 2013, 13(13): 229
- [24] 付梦印. 神奇的惯性世界. 北京理工大学出版社, 2015
- [25] 翟羽婧, 杨开勇, 潘瑶等. 陀螺仪的历史、现状与展望. *飞航导弹*, 2018, 408(12):92–96
- [26] 无锡北微传感科技有限公司: 惯性姿态测量建筑施工解决方案. <http://www.bewis.com.cn/jzsg>, 2013-04-11
- [27] 杨业飞, 申文涛. 惯性稳定平台中陀螺技术的发展现状和应用研究. *飞航导弹*, 2011, (2): 72–79
- [28] Tang W C. MEMS Program at DARPA. *Nanotribology*, Springer US, 2003
- [29] 王喆垚. 微系统设计与制造. 清华大学出版社, 2008
- [30] Armenise M N. MEMS Gyroscopes. *Advances in Gyroscope Technologies*, Springer Berlin Heidelberg, 2010
- [31] 申双琴. 基于陀螺的坦克炮塔转角动态高精度测量:[西安工业大学硕士论文]. 西安:西安工业大学, 2013
- [32] 李杨. 具有位置瞬时识别功能的炮塔转角测量系统:[南京理工大学硕士论文]. 南京:南京理工大学, 2014
- [33] Guo Z, Cheng F, Li B, et al. Research Development of Silicon MEMS Gyroscopes: a Review. *Microsystem Technologies*, 2015, 21(10): 2053–2066
- [34] 谷庆红. 微机械陀螺仪的研制现状. *中国惯性技术学报*, 2003, 11(5): 67–72

- [35] 陈宝毅. MEMS 惯性器件的数据采集与误差分析技术研究:[哈尔滨工程大学硕士学位论文]. 哈尔滨:哈尔滨工程大学, 2009
- [36] Greiff B B P. A Vibratory Micromechanical Gyroscope. AIAA Guidance and Control Conference, Minneapolis, MN, USA, 1988: 1033–1040
- [37] Bernstein J C S, King A. A Micromachined Combdrive Tuning Fork Rate Gyroscope. Micro Electro Mechanical Systems, Proceedings an Investigation of Micro Structures, Sensors, Actuators, Machines and Systems IEEE. 1993: 143–148
- [38] Greiff P A B, Campbell J, Petrovich A. Vibrating Wheel Micromechanical Gyro: Position location and navigation symposium. IEEE. 1996: 31–37
- [39] CiteSeerX. Surface Micromachined Z-Axis Vibratory Rate Gyroscope. Tech Dig Solid-state Sensor & Actuator Workshop, 1996
- [40] Mochida Y, Tamura M, Ohwada K. A Micromachined Vibrating Rate Gyroscope with Independent Beams for the Drive and Detection Modes. Sensors & Actuators, 2000, 80(2): 170–178
- [41] Geen J A. Progress in integrated gyroscopes. Position Location & Navigation Symposium, 2004
- [42] Lapadatu D B B, Holm R, et al. SAR500-A High-Precision High-Stability Butterfly Gyroscope with North Seeking Capability. Position Location and Navigation Symposium (PLANS), 2010 IEEE/ION. IEEE, 2010: 6–13
- [43] 权海洋, 陈效真. 高端MEMS固体波动陀螺的发展与应用. 导航与控制, 2017, 6: 76–85
- [44] Chen L X, Song Z. A. Micromachined Gyroscope with Piezoresistance for Both High Performance Coriolis-effect Detection and Torsional Vibration Monitoring. International Conference on Solid-state Sensors, IEEE, 2005
- [45] Liu J, Chen D, Wang J. Regulating Parameters of Electromagnetic Micromachined Vibrating Ring Gyroscope by Feedback Control. Micro & Nano Letters Iet, 2012, 7(12): 1234–1236
- [46] Dimsdale, JerryS. System Identification of Structures with Joint Rotation. Univ. of Calif, 1983
- [47] Ewins D J, Sainsbury M G. Mobility measurements for the vibration analysis of connected structures. Shock and Vibration Bulletin, 1972, 44: 105–122
- [48] Mottershead J E, Kyprianou A, Ouyang H. Estimation of Rotational Frequency Responses. Key Engineering Materials, 2003, 157–166

- [49] Ratcliffe M J, Lieven N. Measuring Rotational Degrees of Freedom Using a Laser Doppler Vibrometer. *Journal of Vibration and Acoustics, Transactions of the ASME*, 1997, 122(1): 12–20
- [50] Junhua S, Jie Z, Zhen L, et al. High-dynamic Angle Measurement based on Laser Displacement Sensors. *Applied Optics*, 2013, 52(23): 5676–5685
- [51] Lee J J, Ho H N, Lee J H. A Vision-Based Dynamic Rotational Angle Measurement System for Large Civil Structures. *Sensors*, 2012, 12(6): 7326–7336
- [52] Yong X, Peng Z, Ni Y Q, et al. Deformation Monitoring of a Super-tall Structure using Real-time Strain Data. *Engineering Structures*, 2014, 67(10): 29–38
- [53] Hou S, Zhang H B, Ou J P. Monitoring Interstory Drift in Buildings under Seismic Loading using MEMS Inclinometers. *Construction and Building Materials*, 2018, 185: 453–467
- [54] Teisseyre R. Rotation and Strain Seismology. *Journal of Seismology*, 2012, 16(4): 683–694
- [55] William H. K, Lee. *Rotational Seismology*. U.S. Geological Survey, 2013
- [56] Nigbor R L, Hutt C R. Laboratory and Field Testing of Commercial Rotational Seismometers. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 2009, 99(28): 1215–1227
- [57] Jun Z. Review of the Application of Rotational Motions in Seismology. *中国地震研究:英文版*, 2018, 4: 456–469
- [58] 梁枢果, 张亮亮. 矩形高层建筑扭转动力风荷载解析模型. *地震工程与工程振动*, 2003, 23(2)
- [59] 徐培福, 韦承基. 高层建筑结构在地震作用下的扭转振动效应. *建筑科学*, 2000, 16(1)
- [60] 孙伟, 梁书亭. 基于 DICM 的钢管混凝土框架梁柱连接的转角测量与分析研究. *工程力学*, 2008, 8: 169–174
- [61] 杨学山, 廖振鹏. 桥梁挠度测量的一种新方法. *土木工程学报*, 2002, 35(2): 92–96
- [62] 徐良. 用 GPS 和随机减量技术对悬索桥实时监测. *清华大学学报: 自然科学版*, 2002, 42(6): 822–824
- [63] 王祥建. 弯剪型结构物理参数时域识别及地震动反演研究. *地震工程与工程振动*, 2014, 34: 193–201
- [64] C. H G, P. Y J T. System identification in structural dynamics. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 1977, 103(6): 1089–1104

- [65] 李国强, 李杰. 工程结构动力检测理论与应用. 北京: 科学出版社, 2002
- [66] Ling X, Haldar A. Element Level System Identification with Unknown Input with Rayleigh Damping. *Journal of Engineering Mechanics*, 2004, 130(8): 877–885
- [67] Jun L J C. A Statistical Average Algorithm for the Dynamic Compound Inverse Problem. *Computational Mechanics*, 2003, 30(2): 88–95
- [68] H. J A. *Stochastic Processes and Filtering Theory*. New York: Academic Press, 1970
- [69] Hoshiya M S E. Structural identification by extended kalman filter. *Journal of Mechanics, ASCE*, 1984, 110(12): 1757–1772
- [70] 宝志雯, 史文月. 基于推广卡尔曼滤波算法的结构模型的参数识别. *振动与冲击*, 1990, (1): 11–21
- [71] 尚久铨. 卡尔曼滤波法在结构动态参数估计中的应用. *地震工程与工程振动*, 1991, (2): 62–72
- [72] 李杰. 基于微分算子变换的广义卡尔曼估计方法. *计算结构力学及其应用*, 1995, 12(4): 394–400
- [73] 赵昕, 李杰. 一类加权全局迭代参数卡尔曼滤波算法. *计算力学学报*, 2002, 19(4): 403–408
- [74] Yang J S, Huang H. An Adaptive Extended Kalman Filter for Structural Damage Identification. *Structural Control & Health Monitoring*, 2010, 13(4): 849–867
- [75] Sen S, Bhattacharya B. Online Structural Damage Identification Technique using Constrained Dual Extended Kalman Filter. *Structural Control and Health Monitoring*, 2016
- [76] 谢献忠. 结构动力学系统时域辨识理论与试验研究:[湖南大学硕士论文]. 长沙:湖南大学, 2005
- [77] Berman A. Improvement of a Large Analytical Model using Test Data. *AIAA Journal*, 1983, 21(8): 1168–1173
- [78] Stetson K E. Inversion of First-order Perturbation Theory and its Application to Structural Design. *AIAA Journal*, 1976, 14(4): 454–460
- [79] Denoyer K. Method for Structural Model Update Using Dynamically Measured Static Flexibility Matrices. *AIAA Journal*, 1997, 35(2): 362–368
- [80] 周云. 地基板与混凝土框架结构参数识别的实验与研究:[湖南大学硕士论文]. 长沙:湖南大学, 2008
- [81] Newmark N M. *地震工程学原理*. 中国建筑工业出版社, 1986
- [82] 周传荣. *机械振动参数识别及其应用*. 科学出版社, 1989

- [83] Farhat C H. Updating Finite Element Dynamic Models Using an Element-by-Element Sensitivity Methodology. *AIAA Journal*, 1993, 31(9): 1702–1711
- [84] Torkamani M. Stiffness identification of two-and three-dimensional frames. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2010, 16(8): 1157–1176
- [85] Chen J. Analytical Model Improvement Using Modal Test Results. *AIAA Journal*, 1980, 18(6): 684–690
- [86] Messina A, Contursi T Structural Damage Detection by a Sensitivity and Statistical-Based Method. *Journal of Sound and Vibration*, 1998, 216(5): 791–808
- [87] Z.R. Lu. Features of Dynamic Response Sensitivity and Its Application in Damage Detection. *Journal of Sound and Vibration*, 2007, 303(1-2): 305–329
- [88] Castillo E, Bertha, Fontenla-Romero O. A Very Fast Learning Method for Neural Networks Based on Sensitivity Analysis. *Journal of Machine Learning Research*, 2006, 7(3): 1159–1182
- [89] Zhang W, Chang C. Finite-element model updating for the Kap Shui Muncable-stayed bridge. *Journal of Bridge Engineering, ASCE* 2001, 6(4): 285–293
- [90] 易伟建. 混凝土板的裂缝诊断. *振动工程学报*, 2002, 15(2): 224–227
- [91] 易伟建, 郭国会. 连续梁桥弹性支承识别研究. *中国公路学报*, 2002, 15(4): 28–31
- [92] 谢献忠, 王修勇. 基于虚拟响应信号的结构参数时域辨识研究. *计算力学学报*, 2007, 24(6): 859–864
- [93] N.E. Huang Z S, S.R. Long. The Empirical Mode Decomposition and Hilbert Spectrum for Nonlinear and Non-stationary Time Series Analysis. *Proceedings of the Royal Society of London Series A-Mathematical Physical and Engineering Sciences*, 1998, 454: 903–995
- [94] P C. Independent Component Analysis: A new concept. *Signal Processing*, 1994, 36(3): 287–314
- [95] 谢献忠, 王修勇. 结构损伤诊断与系统时域辨识研究综述. *中国安全科学学报*, 2008, 18(6): 110–115
- [96] Kozin F. Estimation of Parameter for System Driven by White Noise Excitation. *Proc. of IUTAM Symp. on random vibration and Reliability, Frankfurt loder, Germany, Henning Klaus, Ed*, 1985: 163–173

- [97] Toki K, Sato T. Identification of Structural Parameter and Input Ground Motion from Response Time History. *Journal of Structure Engineering*, 1989, 6(2): 413–421
- [98] D. Wang A H. Element-level System Identification with Unknown Input. *ASCE, Journal of Engineering Mechanics*, 1994, 120(1): 159–176
- [99] 陈隽. 部分输入未知条件下的结构系统识别研究. *地震工程与工程振动*, 1998, 18(4)
- [100] 李杰. 结构参数未知条件下的地震动反演研究. *地震工程与工程振动*, 1997, 3: 27–35
- [101] 李杰. 未知输入条件下的结构物理参数识别研究. *计算力学学报*, 1999, 16(1): 32–40
- [102] 赵昕. 工程结构时域系统识别研究:[同济大学博士论文]. 上海:同济大学, 2003
- [103] Hoshiya M. Structural identification by extended Kalman filter. *Journal of Engineering Mechanics*, 1984, 110(12): 1757–1770
- [104] Li J, Roberts J B. Stochastic Structural System Identification. *Computational Mechanics*, 1999, 24(3): 211–215
- [105] 陈隽. 高层建筑损伤检测中的复合反演理论与试验研究:[同济大学博士论文]. 上海:同济大学, 1999
- [106] 赵昕, 李杰. 转角信息未知条件下的结构参数识别方法研究. *工程力学*, 2003, 20(4): 55–59
- [107] 亚德诺半导体技术有限公司(ADI): ADXRS401: mems 陀螺仪: 亚德诺(ADI) 半导体. <https://www.analog.com/cn/products/adxrs646.html>, 2012–12–10
- [108] 亚德诺半导体技术有限公司(ADI): ADXRS646: mems 陀螺仪: 亚德诺(ADI) 半导体. <https://www.analog.com/cn/products/adxrs401.html#product-overview>, 2004–04–07
- [109] 罗伯特·博世有限公司: 博世传感器产品 BMI160. [https://www.bosch-sensortec.com/bst/products/all\\_products/bmi160](https://www.bosch-sensortec.com/bst/products/all_products/bmi160), 2018–10–16
- [110] 应美盛公司(Invensense): InvenSense 在线商店的 MPU6050. <https://store.invensense.com/search/keyword=mpu6050>, 2013–08–19
- [111] 应美盛公司(Invensense): InvenSense 在线商店的 MPU9250. <https://store.invensense.com/search/keyword=mpu9250>, 2016–06–20
- [112] 无锡迈凯传感科技有限公司: 惯导系统 ML7100 三轴陀螺转角仪数字输出型. [http://www.msensor.com.cn/products\\_search\\_result/keyword=ML7100&method=submit&searchType=1.html](http://www.msensor.com.cn/products_search_result/keyword=ML7100&method=submit&searchType=1.html), 2018–06–10

- [113] 深圳市瑞芬科技有限公司: MEMS 微机械数字型陀螺仪 TG632D. [http://www.rion-tech.net/download\\_detail/downloadsId=167.html](http://www.rion-tech.net/download_detail/downloadsId=167.html), 2017-08-18
- [114] 无锡北微传感科技有限公司: BW-IMU500 惯性测量单元. <http://www.bewis.-com.cn/product/276486140>, 2013-07-07
- [115] 深圳维特智能科技有限公司: HWT901B 姿态传感器. [http://www.wit-motion.com/index.php?m=goods&a=details&content\\_id=159](http://www.wit-motion.com/index.php?m=goods&a=details&content_id=159), 2017-09-18
- [116] 吉训生, 王寿荣, 许宜申. 自适应 Kalman 滤波在 MEMS 陀螺仪信号处理中的应用. 传感器与微系统, 2006, 25(9): 79-81
- [117] 张琳. 一种基于 MEMS 运动姿态传感器的研究与设计. 现代计算机: 上下旬, 2017, 4: 12-13
- [118] Xu B, Chen G, Wu Z S. Parametric Identification for a Truss Structure Using Axial Strain. Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, 2010, 22(3): 210-222
- [119] Serdar S. Instantaneous damage detection of bridge structures and experimental verification. Journal of Structural Control and Health Monitoring, 2008, 15(7): 958-973
- [120] 朱伯龙, 许哲明. 工程结构抗震设计原理. 上海科学技术出版社, 1982
- [121] Zadeh L A. From Circuit Theory to System Theory. Proceedings of the Ire, 1962, 50(5): 856-865
- [122] 刘金琨, 沈晓蓉, 赵龙. 系统辨识理论及 Matlab 仿真. 电子工业出版社, 2013
- [123] 陈隽. 高层建筑损伤检测中的复合反演理论与试验研究:[同济大学博士论文]. 上海:同济大学, 1999
- [124] 陈为真, 胡晓娅. 基于时域积分的加速度信号处理. 华中科技大学学报(自然科学版), 2010, 1: 1-4
- [125] Yushu L. Introduction to Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings. Progress in Steel Building Structures, 2002
- [126] 陈塑寰. 结构动态设计的矩阵摄动理论. 北京: 科学出版社, 1999
- [127] 谢利民. 基于模态柔度的钢筋混凝土结构损伤识别理论与试验研究:[湖南大学硕士论文]. 长沙:湖南大学, 2014
- [128] Catbas F N, Aktan A E. Use of Modal Flexibility for Damage Detection and Condition Assessment: Case Studies and Demonstrations on Large Structures. Journal of Structural Engineering, 2006, 132(11): 1699-1712
- [129] Allemang R. A unified matrix polynomial approach to modal identification. Journal of sound and vibration, 1998, 211(3): 301-322

## 致 谢

本文的研究在导师周云教授的殷切关怀和悉心指导下完成，三年来导师对我学习和生活上给予了无微不至的关怀。从课题的选择，到理论上的准备，直到最后的实验室试验和论文的撰写，在整个论文的进度和质量上周老师都进行了把控，期间给予了我耐心的指导以及多方面的支持，论文中的每一处都凝聚着他对我的付出和关心，周老师对学术严谨的态度和精益求精的工作风格，带给我深刻的影响，让我受益匪浅，终身难忘。在学习之外，也要感谢恩师在这几年里给予了我一个团结活泼、开放包容、张弛有度的团队氛围和环境，让我以及团队的每一位成员都能够充分发挥自己的特点，完成学业的同时合理规划自己的生活和未来，在此谨向老师致以衷心的感谢和崇高的敬意。

这三年感谢湖南大学提供的资源与平台。感谢实验室的罗宏老师、电气与信息工程学院的易威、苏杭同学对我在单片机研究方面的指导和帮助；感谢邓百川同学对我在参数识别方面的指导和帮助；感谢同济大学的赵一鸣、美国密西西比大学的曾创硕，两位博士对我课题研究提供的帮助；感谢课题组方亮、陈松柏、贾凡丁、周祎、刘蒙、胡翔、陈太平、奚树杭、张琴、李紫玮、王振生、彭涵钰、程依婷、周赛、裴熠麟、阳建波、赵瑜、胡健鑫的陪伴与帮助。

最后，谢谢我的父母一直以来的理解和关心，为我提供的一切。谢谢李超的鼓励和支持。

衷心感谢所有的评委老师抽出宝贵的时间参与本次评审和的答辩，祝各位老师身体健康，工作顺心！

曾雅丽思

2019年6月12日

## 附录 A （攻读学位期间发表的学术论文）

- [1] 李林瑾, 周云, 曾雅丽思等. 中国、美国和欧洲高校土木工程教学课程设置对比分析. 高等建筑教育, 2018, 27(2):41-47
- [2] 谈忠坤, 马克俭, 曾雅丽思. 正交斜放空间钢网格盒式结构动力特性试验研究及参数分析. 空间结构 (已录用)
- [3] 周云, 曾雅丽思, 赵瑜等. 基于陀螺仪转角传感器的动态信号测量及物理参数时域识别. 湖南大学学报 (已录用)