

理量来看，阻尼的识别效果整体要差于刚度参数，考虑噪声后误差更大，阻尼真值很容易被测试噪声所湮没。

考虑 1%噪声时，阻尼参数识别结果受到的影响明显大于刚度参数，重构转角的工况 1 整体受到的影响大于采用转角真实值的工况 2。

考虑 5%的噪声存在时，对转角进行重构的工况 1 的刚度参数识别最大误差达到 21.13%，分析其原因，主要是因为加速度积分成速度和位移产生的误差和广义逆方法本身的误差累积，使得误差进一步放大。考虑 5%噪声时，采用角度、角速度真实值的工况 2 刚度参数识别的最大误差为 2.94%，比采用重构转角值的工况 1 所识别的参数误差减少了 18.19%，结果表明了转角信息是否准确对弯剪型框架结构的识别精度影响较大，在广义逆重构方法的识别效果不够理想的情况下，我们可以考虑通过传感器直接测量转动响应，获得更为准确的转角信息。

表 3.2 工况 1 与工况 2 结构物理参数识别结果对比

参数		$K_1$	$K_2$	$K_3$	$K_4$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$
参数初值		10.0	10.0	10.0	10.0	0.1	0.1	0.1	0.1
工况 1	无 识别值	21.7482	20.4456	22.2206	26.1961	0.0406	0.0374	0.0437	0.0409
	噪声 误差/%	-6.16	-11.78	-4.12	13.04	-16.62	-23.22	-10.17	-15.96
	1% 识别值	21.305	19.946	20.1954	22.3107	0.0303	0.0261	0.0076	0.0203
	噪声 误差/%	-8.07	-13.93	-12.86	-3.73	-37.68	-46.44	-84.48	-58.23
	5% 识别值	21.0354	19.641	18.2782	18.5594	0.0298	0.026	-0.0095	0.028
	噪声 误差/%	-9.23	-15.25	-21.13	-19.92	-38.79	-46.55	-119.51	-42.43
工况 2	无 识别值	23.1689	23.1667	23.1674	23.1616	0.0487	0.0487	0.0486	0.0487
	噪声 误差/%	-0.03	-0.04	-0.03	-0.06	-0.06	0.06	-0.13	0.1
	1% 识别值	23.1907	23.1827	22.9173	22.5568	0.0474	0.0473	0.044	0.0433
	噪声 误差/%	0.07	0.03	-1.11	-2.67	-2.74	-2.8	-9.65	-11.09
	5% 识别值	22.8595	22.792	22.8115	22.4941	0.04485	0.0399	0.04186	0.0285
	噪声 误差/%	-1.36	-1.65	-1.57	-2.94	-7.86	-18.02	-14	-41.52

注：误差=（识别值-真实值）/真实值×100%。

### 3.2.5 实验室的试验研究

为将理论研究应用于实际工程中，在 3.2.3 节的理论公式推导和 3.2.4 节的算例分析的基础上，对梁柱刚度相差不大的平面钢框架结构进行了动力试验，以验证结构物理参数时域识别方法的有效性及其实用性。综合考虑试验的目的、实验室的场地条件和试验模型的加工及试验费用等，选择了合适的模型尺寸，设计了一个 3 层 2 跨的钢框架结构模型。

### 3.2.5.1 试验模型

试验研究开展于湖南大学风洞实验室，试验结构模型如图 3.4 所示，框架模型整体尺寸为  $1\text{m} \times 1.6\text{m}$ ，首层层高为  $0.6\text{m}$ ，二、三层层高为  $0.5\text{m}$ ，框架柱的间距  $0.5\text{m}$ ，梁、柱均采用  $50\text{mm} \times 3\text{mm}$  的截面尺寸的钢薄板。梁柱节点处采用尺寸为  $\text{L} 18\text{mm} \times 18\text{mm} \times 3\text{mm}$  的角钢加  $\text{M}6$  (螺纹直径  $6\text{mm}$ )  $\times 16$  (螺纹长度  $16\text{mm}$ ) 的螺栓连接，如图 3.5 所示。框架模型焊接在厚度为  $5\text{mm}$  的钢底板上，再用 4 个直径为  $12\text{mm}$  的膨胀螺丝固定于平整地面，保证钢框架模型固结于地面。

钢框架模型构件采用 Q235 钢，取  $0.5\text{m}$  长的钢梁构件做测试，实测质量密度为  $7832.60\text{ kg/m}^3$ ，用脉冲锤击法识别梁的固有频率，然后利用固有频率识别梁的弹性模量，经过十次测试平均得到钢梁的弹性模量为  $2.072 \times 10^{11}\text{ N/m}^2$ ，基于弯剪型结构计算模型，可得钢框架结构的层间抗弯刚度参数  $EI$  的计算值为  $22.6221\text{ N/m}$ 。

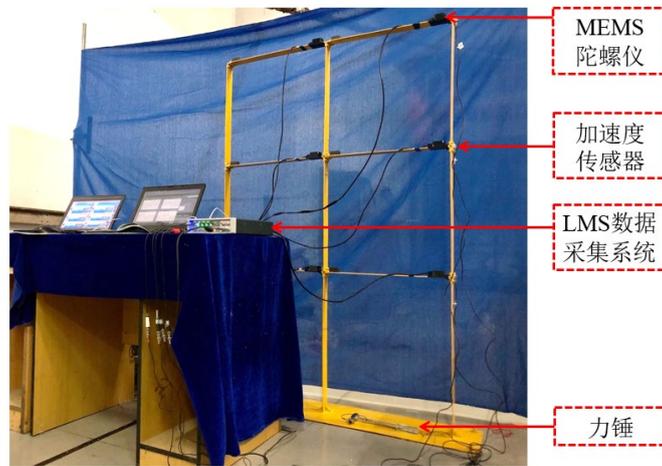


图 3.4 钢框架试验的结构模型

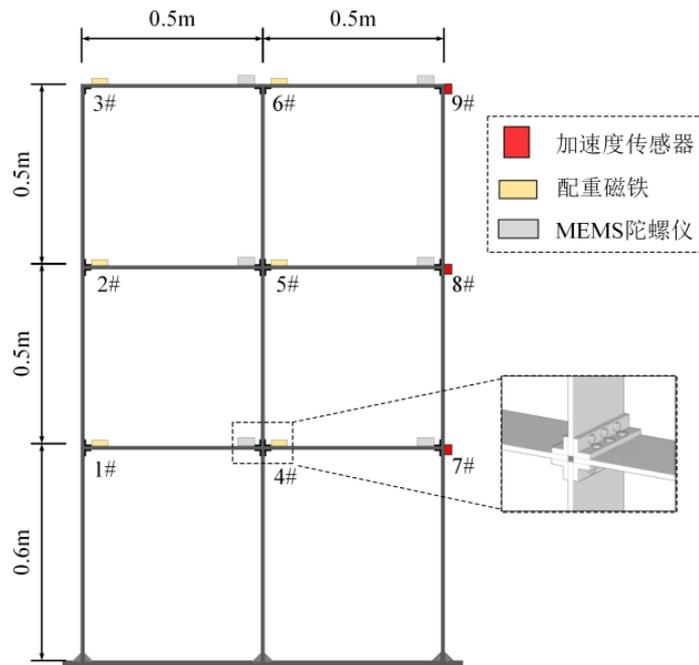


图 3.5 传感器布置示意图及节点详图

### 3.2.5.2 试验设备与仪器

平面钢框架结构的动力试验使用的仪器设备如下图所示：

(1) 激励力锤与力传感器，PCB公司的模态力锤与力传感器208A03，灵敏度： $2.247\text{mV/N}$ ，如图3.6(a)–(b)所示；

(2) 加速度传感器，PCB公司的压电式加速度传感器333B40，如图3.6(c)所示，灵敏度约为 $512\text{mV/g}$ ；

(3) MEMS陀螺仪传感器，深圳维特智能科技公司的HWT901B姿态测量传感器，静态角度测量的精度为 $0.05^\circ$ （结构初位移 $\leq 100\text{mm}$ ），动态角度测量的精度为 $0.1^\circ$ （结构初位移 $\leq 10\text{mm}$ ）；

(4) 数字信号采集设备，LMS Cadax-8便携式动态信号分析仪，如图3.6(d)所示；

(5) 计算机工作站，内置LMS Test Lab 9A模态测试软件分析件以及Matlab R2017a，如图3.6(d)所示。



a) PCB模态力锤



b) PCB力传感器



c) PCB加速度传感器



d) LMS 数采设备及计算机工作站

图 3.6 平面钢框架结构动力试验的仪器设备

### 3.2.5.3 测试方法及试验结果分析

使用脉冲锤击法对框架结构进行动力测试，冲击激励使用美国 PCB 力锤，加速度信号由 PCB 系列压电式加速度传感器 333B40 采集，角度及角速度信号由维特智能 HWT901B 陀螺仪传感器采集，使用 LMS Cadax - 8 动态信号分析仪进行试验数据结果的采集。

试验中采用力锤在钢框架的 3#节点位置水平方向上激励一次，力锤的锤击力测量结果经放大后如图 3.7 所示，采样频率为 100Hz，采样点数为 12000 个。

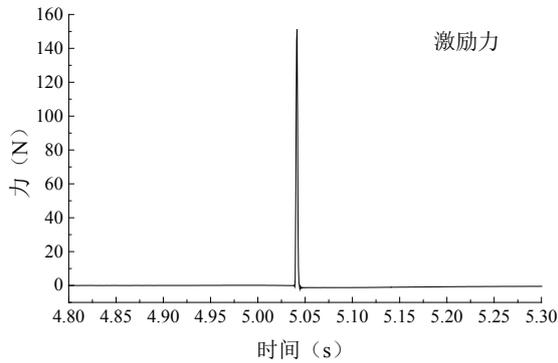


图 3.7 力锤的激励力信号

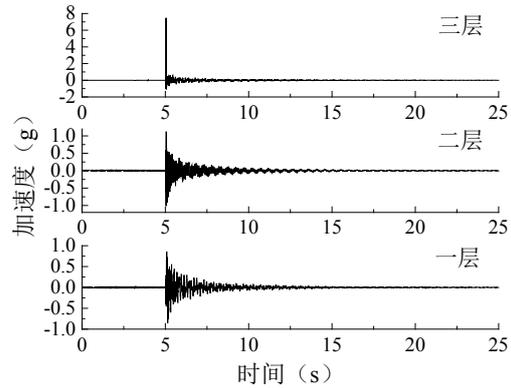


图 3.8 测点 7#、8#、9#的实测加速度时程曲线

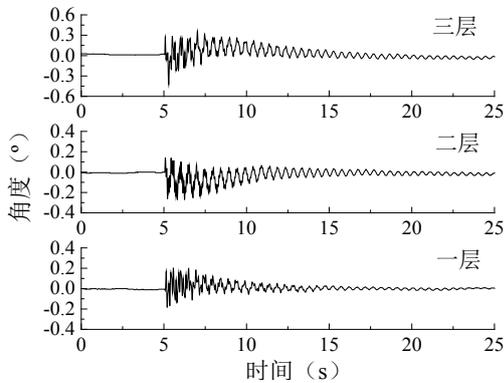


图 3.9 测点 4#、5#、6#的实测角度时程曲线

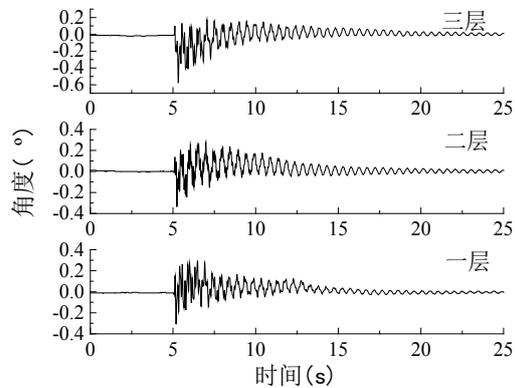


图 3.10 测点 7#、8#、9#的实测角度时程曲线

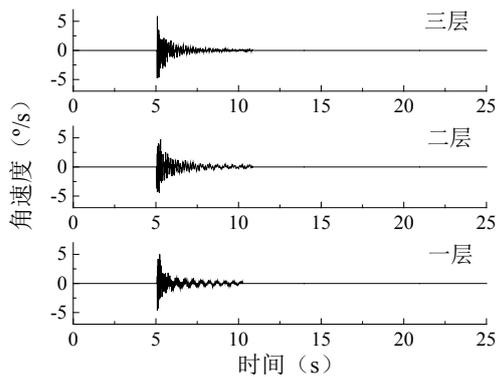


图 3.11 测点 4#、5#、6#的实测角速度时程曲线

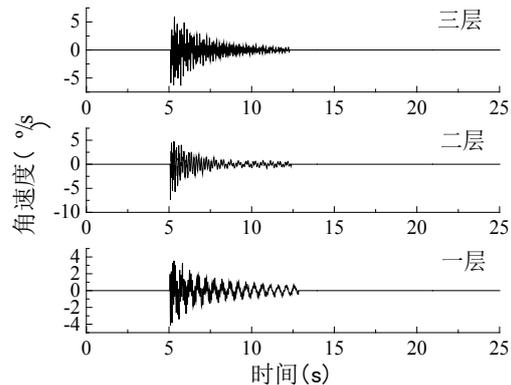


图 3.12 测点 7#、8#、9#的实测角速度时程曲线

由于结构完全对称，可将框架左侧与右侧梁柱连接节点的转动响应视为相等，仅在一侧布置 MEMS 陀螺仪传感器。为保证框架结构质量对称，在每根梁上未布置 MEMS 陀螺仪传感器的一侧，均放置了 100g 的配重磁铁用于模拟 MEMS 陀螺仪传感器的质量。传感器测点布置如图 3.5 所示，加速度传感器布置于 7#、8#、9#测点，采集得到的加速度响应信号如图 3.8 所示。MEMS 陀螺仪传感器布置在

4#至 9#测点，采集的框架中间 4#、5#、6#测点的角度和角速度响应信号分别如图 3.9 和图 3.11 所示，采集的框架右边 7#、8#、9#测点的角度和角速度响应信号分别如图 3.10 和图 3.12 所示。

以上为试验实测数据，为进行参数识别，需要对试验数据进一步处理，以提高参数识别结果的准确度。试验数据处理工作包括：由加速度积分得到速度、位移，由角速度求导得到角加速度，由位移响应重构角位移响应，消除趋势项和噪声等。

加速度积分成速度、位移采用 3.2.4 节的 FFT 变换方法，由于受到环境噪声及仪器自身引起的噪声的影响，在积分过程中会遇到响应信号偏离基线的现象。需要消除趋势项，修正响应信号的基线。利用 MATLAB 的最小二乘多项式拟合函数 `polyfit` 和多项式求值函数 `polyval` 消除趋势项，程序如下：

多项式系数： $a=polyfit(t,x,m);$

消除趋势项： $y=x-polyval(a,t)。$

其中， $x$  为响应信号， $t$  为采样的时间点， $m$  为给定的多项式阶次，通常取  $m=1\sim 3$ ， $a$  为多项式的系数， $y$  为消除趋势项后的信号数据。

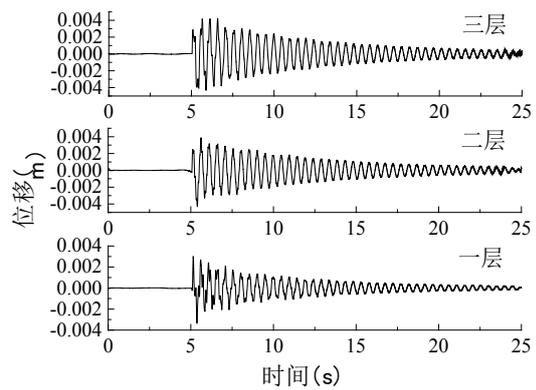
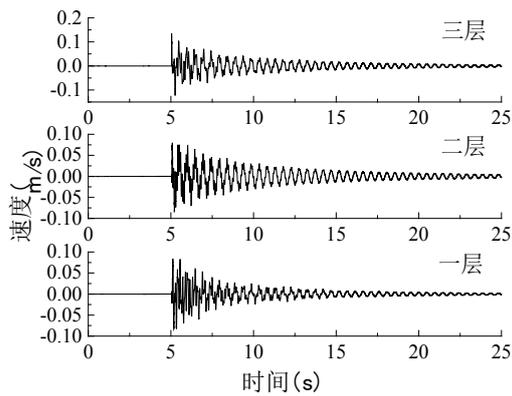


图 3.13 测点 7#、8#、9#的重构速度时程曲线 图 3.14 测点 7#、8#、9#的重构位移时程曲线

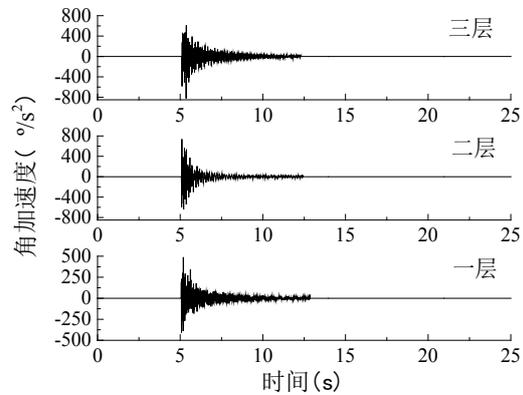
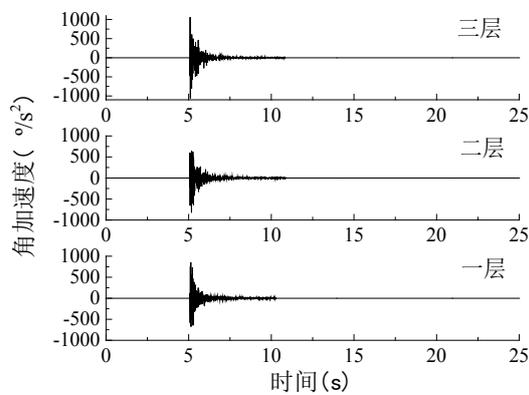


图 3.15 测点 4#、5#、6#的重构角加速度时程曲线

图 3.16 测点 7#、8#、9#的重构角加速度时程曲线

对实测加速度响应进行积分并消除趋势项后的 7#、8#、9#测点的速度响应和位移响应分别如图 3.13 和图 3.14 所示。

对实测角速度响应利用向前差分的数值微分法重构的 4#~9#测点的角加速度响应如图 3.15 和图 3.16 所示。

为对比使用广义逆方法重构转角和使用 MEMS 陀螺仪传感器测量转角，两种情况下的结构物理参数识别效果，设置转角重构为工况 1，转角实测为工况 2。为进行工况 1 下的结构物理参数识别，先利用 7#、8#、9#测点的实测的加速度响应，重构速度和位移响应。然后由 3.2.3 节所述广义逆方法，重构 7#、8#、9#测点的角加速度、角速度、角度响应。7#、8#、9#测点的实测的加速度、重构的速度、重构的位移、重构的角加速度、重构的角速度和重构的角度响应分别如图 3.8、图 3.13、图 3.14、图 3.17、图 3.18 和图 3.19 所示。

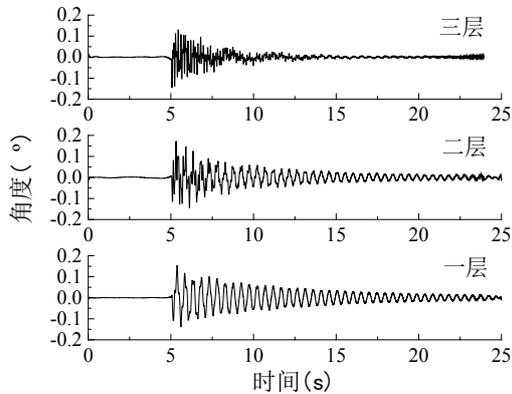


图 3.17 测点 7#、8#、9#的重构  
角度时程曲线

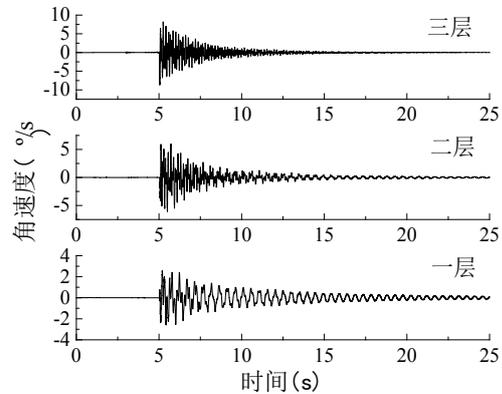


图 3.18 测点 7#、8#、9#的重构  
角速度时程曲线

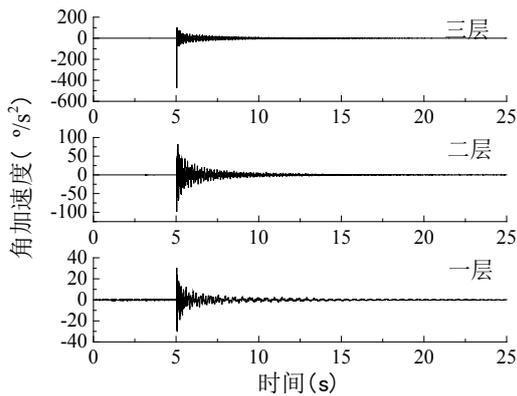


图 3.19 测点 7#、8#、9#的重构  
角加速度时程曲线

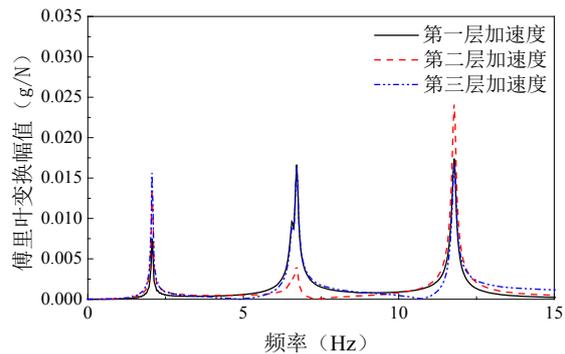


图 3.20 钢框架结构加速度频谱

为进行工况 2 下的结构物理参数识别，先利用 7#、8#、9#测点的实测的加速度响应，重构速度和位移响应。然后利用 4#至 9#测点的实测的角速度响应，重构 4#至 9#测点的角加速度响应。7#、8#、9#测点的实测的加速度、重构的速度和重

构的位移分别如图 3.8、图 3.13 和图 3.14 所示。4#、5#、6#测点的实测角度、实测角速度和重构的角加速度响应分别如图 3.9、图 3.11 和图 3.15 所示。

对测试得到的各层加速度响应分别进行傅里叶变换，获得加速度响应频谱如图 3.20 所示，对相应的各阶频率取平均值得到结构的前三阶模态频率，分别为 2.073Hz、6.704Hz、11.773Hz。利用采集得到的结构自由振动时的加速度时程曲线峰值的对数衰减率求得阻尼比，并根据第 1 和第 2 阶振型的频率，可以得到刚度阻尼系数  $b$ ，乘以刚度参数  $EI$  可以得到阻尼参数的计算值为  $0.0244\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}$ 。

#### 3.2.5.4 结构参数时域识别

框架模型的梁与柱构件等刚度，因此可视为弯剪型框架结构。模型中所有梁柱构件具有相同的截面尺寸和材料特性，梁的跨度相等，整体结构对称，基于以下假定对其进行参数识别：（1）框架模型的材料为线弹性；（2）梁与柱连接节点处采用角钢加螺栓连接，假设梁与柱的连接具有足够的刚度，如图 3.21 所示，当框架发生弹性变形时，能保持相交的梁柱杆件之间原有的角度不变<sup>[125]</sup>。即梁柱连接节点整体转动，但杆件间夹角不变。（3）框架底部用膨胀螺丝固定于地面，可视为底部与地面刚接，在结构分析中忽略框架的平面外变形。（4）梁与柱的轴向变形和剪切变形较之转动变形可以忽略，因此假设框架同一层内的各梁柱连接节点的水平位移均相等。

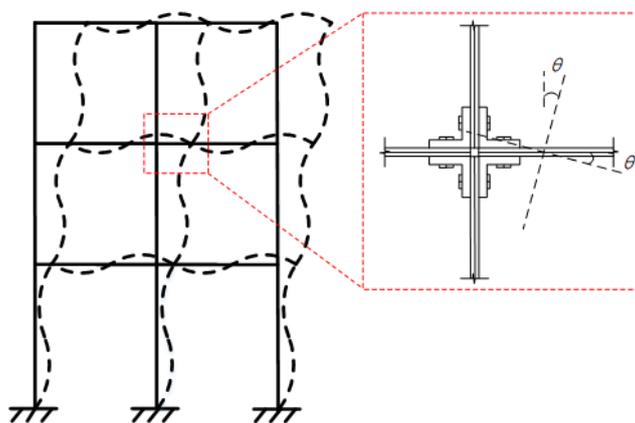


图 3.21 考虑梁柱弯曲变形的框架结构模型

在不考虑单元轴向变形时，试验结构模型共 18 个自由度，包含 9 个平动自由度和 9 个转动自由度，如图 3.22 (a) 所示。

基于同一层内节点的水平位移均相等的假设，可将上部结构的平动自由度简化成 3 个。对于转角重构的工况 1 和转角实测的工况 2，由于工况 1 将由平动响应重构转动响应，所以将 9 个转动自由度简化为 3 个；工况 2 则考虑所有的转动自由度。最终转角重构工况 1 和转角实测工况 2 的计算模型分别如图 3.22(b)和图 3.22(c)所示。

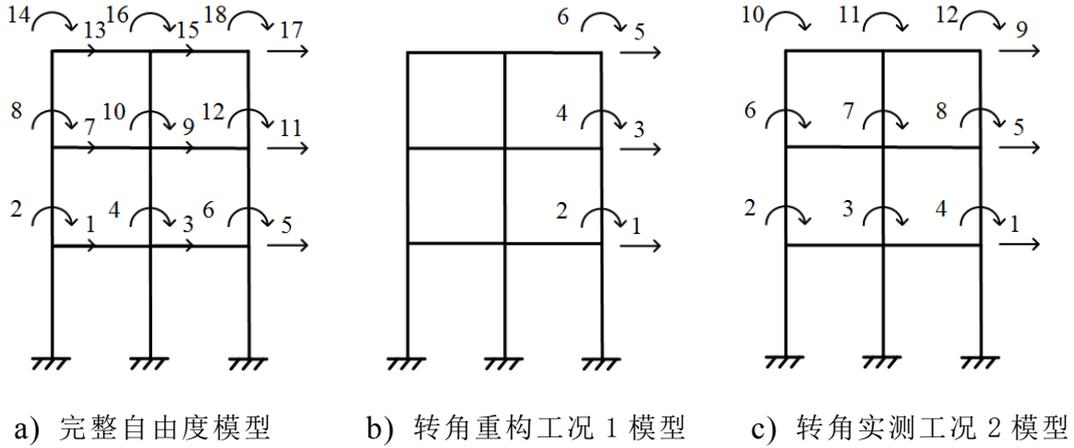


图 3.22 框架试验的结构计算模型

已知 MEMS 陀螺仪传感器和配重磁铁的质量均为 100g，根据钢梁构件的尺寸和质量密度，可求出梁单元的质量，同理可求出柱单元的质量，进而可求得  $4 \times 4$  阶的单元质量矩阵。将单元质量矩阵组装后可获得框架结构总协调质量矩阵，转角重构和转角实测工况分别采用  $6 \times 6$  阶和  $12 \times 12$  阶的协调质量矩阵。根据第 3.2.3 节所述方法，可以构造参数识别的方程式 (3.44)，转角重构工况下直接采用 3.2.3.1 节的公式，转角实测工况下，当识别第 1、2 层时，式 (3.44) 中：

$$H_{11} = \frac{36}{h_1^3} \dot{x}_1 + \frac{6}{h_1^2} \dot{x}_2 + \frac{6}{h_1^2} \dot{x}_3 + \frac{6}{h_1^2} \dot{x}_4 \quad (3.55)$$

$$H_{12} = \frac{36}{h_2^3} \dot{x}_1 - \frac{6}{h_2^2} \dot{x}_2 - \frac{6}{h_2^2} \dot{x}_3 - \frac{6}{h_2^2} \dot{x}_4 - \frac{36}{h_2^3} \dot{x}_5 - \frac{6}{h_2^2} \dot{x}_6 - \frac{6}{h_2^2} \dot{x}_7 - \frac{6}{h_2^2} \dot{x}_8 \quad (3.56)$$

$$H_{13} = \frac{36}{h_1^3} x_1 + \frac{6}{h_1^2} x_2 + \frac{6}{h_1^2} x_3 + \frac{6}{h_1^2} x_4 \quad (3.57)$$

$$H_{14} = \frac{36}{h_2^3} x_1 - \frac{6}{h_2^2} x_2 - \frac{6}{h_2^2} x_3 - \frac{6}{h_2^2} x_4 - \frac{36}{h_2^3} x_5 - \frac{6}{h_2^2} x_6 - \frac{6}{h_2^2} x_7 - \frac{6}{h_2^2} x_8 \quad (3.58)$$

$$Z = f_1 - m_{11} \ddot{x}_1 - m_{12} \ddot{x}_2 - m_{13} \ddot{x}_3 - m_{14} \ddot{x}_4 - m_{15} \ddot{x}_5 - m_{16} \ddot{x}_6 - m_{17} \ddot{x}_7 - m_{18} \ddot{x}_8 \quad (3.59)$$

当识别第 3 层时：

$$H_{31} = -\frac{36}{h_3^3} \dot{x}_5 + \frac{6}{h_3^2} \dot{x}_6 + \frac{6}{h_3^2} \dot{x}_7 + \frac{6}{h_3^2} \dot{x}_8 + \frac{36}{h_3^3} \dot{x}_9 + \frac{6}{h_3^2} \dot{x}_{10} + \frac{6}{h_3^2} \dot{x}_{11} + \frac{6}{h_3^2} \dot{x}_{12} \quad (3.60)$$

$$H_{32} = -\frac{36}{h_3^3} x_5 + \frac{6}{h_3^2} x_6 + \frac{6}{h_3^2} x_7 + \frac{6}{h_3^2} x_8 + \frac{36}{h_3^3} x_9 + \frac{6}{h_3^2} x_{10} + \frac{6}{h_3^2} x_{11} + \frac{6}{h_3^2} x_{12} \quad (3.61)$$

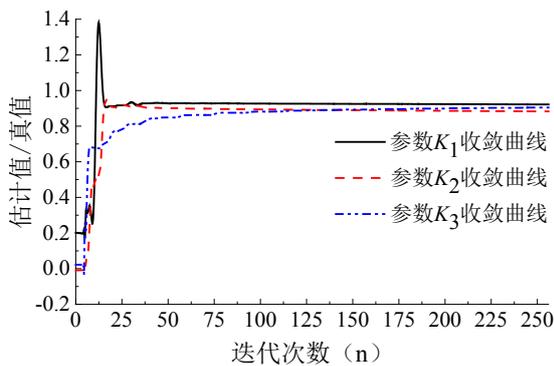
$$Z_9 = f_9 - [M]_{(\text{第9行})} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \vdots \\ \ddot{x}_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.62)$$

将响应信息、外激励、质量矩阵和层高代入上式，由最小二乘递推算法识别出结构的刚度和阻尼参数如表 3.3 所示，刚度参数与阻尼参数的收敛曲线如图 3.23 所示。

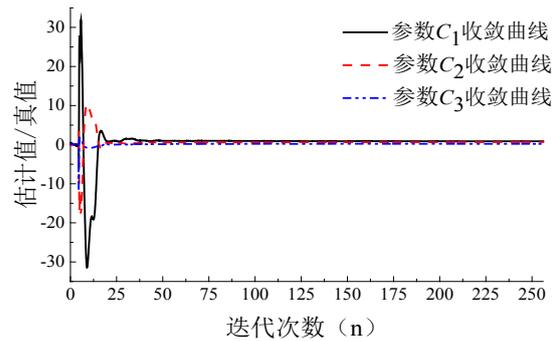
表 3.3 转角重构与转角实测工况下刚度、阻尼参数的识别结果对比

楼层	转角重构				转角实测			
	识别刚度 (N/m)	刚度相对误差 (%)	识别阻尼 (N·s/m)	阻尼相对误差 (%)	识别刚度 (N/m)	刚度相对误差 (%)	识别阻尼 (N·s/m)	阻尼相对误差 (%)
1层	19.3696	-14.38	0.0188	-23.25	20.848	-7.84	0.0233	-4.58
2层	18.0162	-20.36	0.0155	-36.79	19.9909	-11.63	0.0184	-24.69
3层	18.8956	-16.47	0.0054	-77.74	19.4725	-13.92	0.0116	-52.46

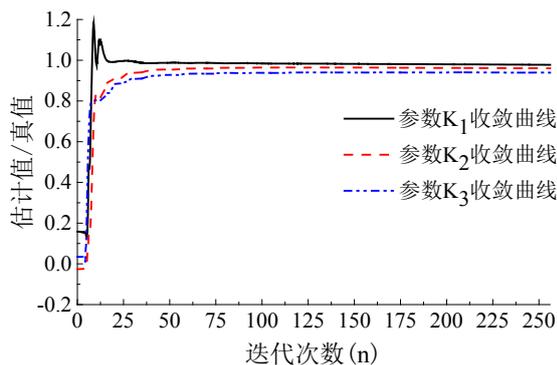
注：相对误差 = (识别值 - 真实值) / 真实值 × 100%。



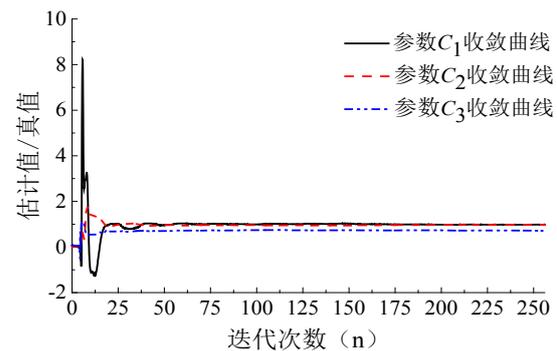
a) 转角重构工况的刚度参数



b) 转角重构工况的阻尼参数



c) 转角实测工况的刚度参数



d) 转角实测工况的阻尼参数

图 3.23 转角重构与转角实测工况下刚度参数与阻尼参数估计收敛过程

从识别结果可看出，转角实测工况下的刚度参数识别效果明显优于转角重构工况，转角重构工况下的最大和最小误差分别为 20.36%和 16.47%，转角实测工况下的最大和最小误差分别为 13.92%和 7.84%。由结构的质量矩阵和转角实测工况下识别得到的刚度矩阵可以计算出结构的前三阶频率分别为 1.928Hz、

6.402Hz、11.840Hz，与实测的结构频率 2.073Hz、6.704Hz、11.773Hz 相比，误差分别为 6.99%、4.50%和 0.57%，频率基本符合，说明通过实测角度，角速度和加速度响应，由最小二乘递推算法识别结构刚度参数的方法可行。阻尼参数的识别结果受噪声影响较大，失去参考价值。

分析转角实测工况下刚度参数识别的误差产生的主要原因如下：

(1) 由加速度响应重构速度、位移响应的过程中，由于存在趋势项和噪声，会使得积分结果产生误差。

(2) 由于该框架结构的转动变形较小，而 MEMS 陀螺仪传感器的动态测量精度仅为  $0.1^\circ$ ，因此识别效果不够理想。

(3) 受实验条件限制，由于 MEMS 陀螺仪传感器为接触式传感器，不能完全测得节点连接处的实际转动变形，只能以节点附近的转动变形近似替代。但使用 MEMS 陀螺仪传感器测量的转角精度仍然高于用广义逆方法重构出的转角，这为转动信息的准确测量提供了新的思路。

### 3.3 钢框架结构的结构损伤识别试验研究

结构识别可以基于结构动力测试数据有效地识别出结构当前的状态信息，最终对结构进行监测、控制或损伤诊断。本节在 3.2 节使用最小二乘递推算法能够有效识别框架结构物理参数的前提下，通过钢框架在损伤工况下的动力试验实测数据，计算结构损伤后的刚度参数，并与 3.2.5 节和 3.3.1 节试验获取的损伤前的刚度参数分别对比，研究使用最小二乘递推算法获得的刚度参数识别弯剪型结构损伤的可行性。

#### 3.3.1 钢框架损伤试验

钢框架结构的相关情况在 3.2.5 节已进行详细介绍，本节将在前文的钢框架结构参数识别的研究基础上进一步进行损伤识别研究。如图 3.24 所示，试验损伤位置为框架结构第二层中柱，框架柱的刚度损伤通过切割部分杆件实现，见图 3.25。切割后框架柱构件的刚度与未切割时的刚度比为  $(b-2a)/b$ ，其中  $a$  为 10mm， $b$  为 50mm。

使用脉冲锤击法对框架结构进行动力测试。试验过程基本同 3.2.5 节，采用力锤在钢框架的 3#节点位置沿水平方向激励一次，使用 LMS Cadax - 8 动态信号分析仪采集力脉冲信号和加速度响应；使用 HWT901B 陀螺仪传感器采集角度及角速度信号。采样频率为 100Hz，采样点数为 12000 个，FFT 点数为 8192。

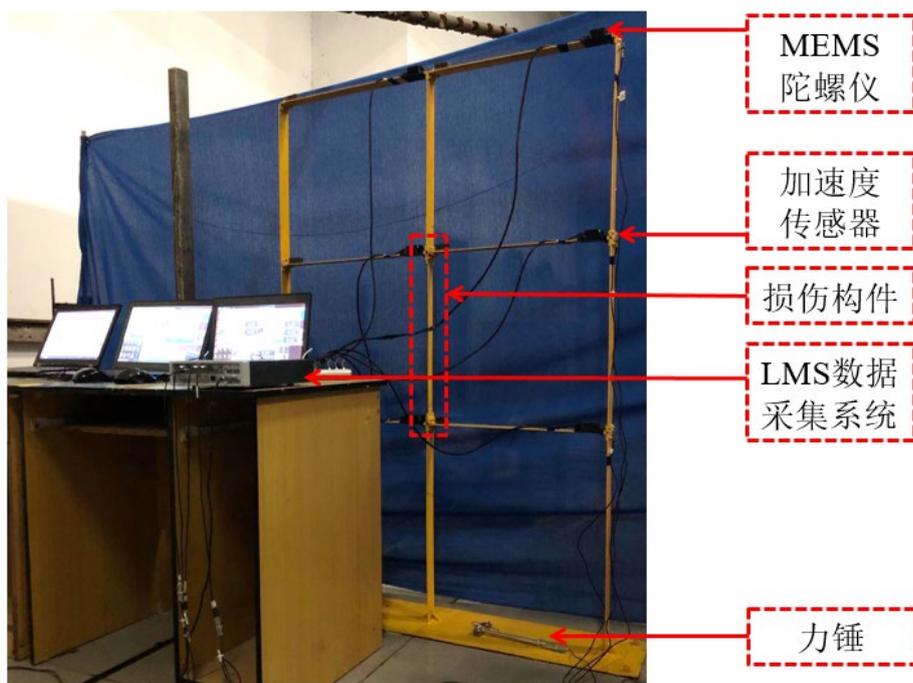
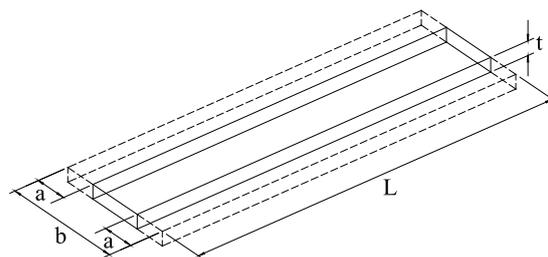


图 3.24 钢框架损伤识试验



a) 柱构件损伤实物图



b) 柱构件切割示意图

图 3.25 框架柱构件的刚度损伤

### 3.3.2 损伤工况下的参数识别

使用最小二乘递推算法识别时，对损伤工况下采集的加速度响应使用 FFT 变换方法积分得到位移、速度响应，并消除积分过程中的趋势项和噪声，角速度响应利用向前差分的数值微分法重构角加速度响应。根据损伤工况下切割后柱构件的尺寸和质量密度，计算受损柱单元的单元质量矩阵，将钢框架的各个单元的单元质量矩阵进行组装得到损伤工况下的最终协调质量矩阵。按照 3.2.5.3 节中转角实测工况下的识别过程，将响应信息、外激励、质量矩阵和层高代入识别方程，由最小二乘递推算法识别出结构的刚度参数如表 3.4 所示，刚度参数的收敛曲线如图 3.26 所示。

表 3.4 钢框架损伤前后的刚度识别结果对比

楼层	未损伤工况识别刚度 (N/m)	损伤工况识别刚度 (N/m)	损伤诊断结果 (%)
1层	20.848	20.4897	1.72
2层	19.9909	18.9386	5.26
3层	19.4725	19.3312	0.73

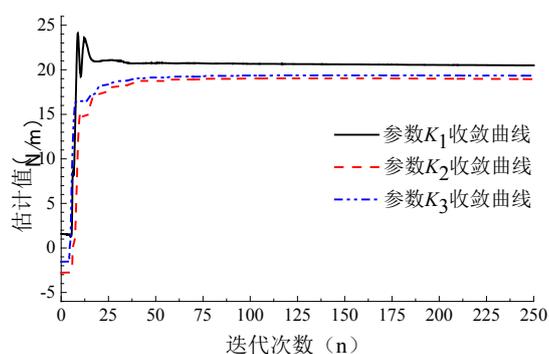


图 3.26 损伤工况下刚度参数估计收敛过程

将未损伤工况下的识别结果作为结构物理参数的原始情况，与损伤工况下的识别结果对比，可以得到以下结论：

损伤工况下，最小二乘递推算法识别的刚度参数较好的指示了框架结构的损伤位置，但是，损伤诊断结果同时也说明了结构物理参数识别中存在不可避免的误差。由于识别的结构物理参数为层间抗弯刚度，因此只能识别出损伤位置为第二层，无法具体到构件。

### 3.4 本章小结

本章基于动转角测量技术即采用商业级的 MEMS 陀螺仪传感器测量角度和角速度响应，在传统的仅测试位移类响应的方法，对响应信息进行了直观补充，并基于最小二乘递推算法对结构物理参数识别方法进行了理论公式推导。然后以一座 4 层框架结构为算例进行分析，设置由广义逆方法重构转角和采用转角真实值两种工况，并对结构物理参数进行识别，从而验证了理论推导的正确性。同时，对两种工况下所识别的物理参数进行比较，结果表明重构转动响应时物理参数识别的效果不够理想。在第二章对 MEMS 陀螺仪传感器在受到冲击振动下的动态精度进行了试验验证的基础上，通过一个 3 层 2 跨的钢框架模型的动力试验实测数据和分析结果，验证了使用 MEMS 陀螺仪传感器直接测量转动响应相比于重构转动响应对弯剪型结构进行刚度参数时域识别的效果更好。并通过损伤识别试验，基于最小二乘递推算法有效识别了钢框架的损伤位置。

## 第4章 基于动转角测量技术的结构物理参数频域识别

第三章基于结构动力响应的时程测量信息来直接识别结构的物理参数，本章将利用结构动力响应测试得到的模态信息(即结构实测的自振频率和振型等信息)对结构物理参数进行识别。

结构物理参数识别的频域方法需要先将时域内的响应数据转化至频域内，求得结构固有频率、振型、频响函数等模态参数，再通过有限元模型修正或对特征值反问题进行求解来识别计算模型中的物理参数，其基本思想是使模型计算得到的结构模态与实测模态一致。灵敏度方法是模型修正的常用方法，它基于待识别参数对模态参数的灵敏度矩阵用迭代的原理进行反演<sup>[80]</sup>。

本章仍以 3.2.5 节的 3 层 2 跨的钢框架结构模型为研究对象，由于其为多跨平面框架结构，选取的计算模型为 3.2.1 节的模型三。对于平面钢框架结构的梁柱连接节点，节点的轴向变形和剪切变形与节点的转动变形相比，可以忽略不计，因此平面框架结构计算模型采用的梁单元刚度矩阵为  $4 \times 4$  阶矩阵。具体表示如下：

$$K = \begin{bmatrix} EA/l & 0 & -EA/l & 0 \\ 0 & EI/l & 0 & 2EI/l \\ -EA/l & 0 & EA/l & 0 \\ 0 & 2EI/l & 0 & 4EI/l \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

上式中， $E$  为单元材料的弹性模量， $A$  为单元的横截面面积， $I$  为单元横截面对主轴  $Z$  的惯性矩， $l$  为单元的长度。

如图 4.1 所示，基于同一层内节点的水平位移均相等的假设，可将上部结构的平动自由度简化成 3 个，保留框架结构的 9 个转动自由度，则计算模型共 12 个自由度。选取的待识别物理参数为 1~3 层的层间抗弯刚度  $EI_1$ 、 $EI_2$ 、 $EI_3$ 。考虑梁柱连接节点转动的影响，选取的质量矩阵为协调质量矩阵。

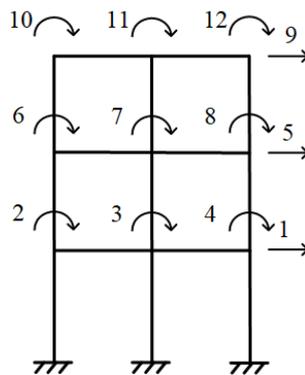


图 4.1 框架试验的结构计算模型

## 4.1 灵敏度分析方法

基于结构动态特性的物理参数识别属于结构动力学的反问题研究，最早应用领域为结构动力设计中的有限元模型修正<sup>[126]</sup>。通过结构动态特性参数可以对结构物理参数进行灵敏度分析，选择对结构动态性能指标影响较大的结构参数（弹性模量、质量密度、截面几何特性等）进行修改，修正有限元模型。

无阻尼自由振动的特征方程可表示为：

$$(K - \lambda_i(P)M)\{\phi(P)\}_i = 0 \quad (4.2)$$

将特征对组成的向量用 $\{P\}$ 的一阶泰勒级数展开后，有：

$$\begin{pmatrix} \lambda(P) \\ \phi(P) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda(P) \\ \phi(P) \end{pmatrix}_{\{P\}=\{P\}_a} + [S]\left(\{P\} - \{P\}_a\right) \quad (4.3)$$

式（4.2）中， $\lambda(P)$ ， $\phi(P)$ 为实验实测数据中展开得到的频率和振型， $\{P\}$ 为结构物理参数， $\{P\}_a$ 为待识别参数在未修正时的初始值。 $[S]$ 为灵敏度矩阵：

$$[S] = \begin{bmatrix} S_\lambda \\ S_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial\lambda/\partial P \\ \partial\phi/\partial P \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

式（4.3）中，

$$[S_\lambda] = \begin{bmatrix} \frac{\partial\lambda_1}{\partial P_1} & \frac{\partial\lambda_1}{\partial P_2} & \dots & \frac{\partial\lambda_1}{\partial P_s} \\ \frac{\partial\lambda_2}{\partial P_1} & \frac{\partial\lambda_2}{\partial P_2} & \dots & \frac{\partial\lambda_2}{\partial P_s} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial\lambda_m}{\partial P_1} & \frac{\partial\lambda_m}{\partial P_2} & \dots & \frac{\partial\lambda_m}{\partial P_s} \end{bmatrix}, \quad [S_\phi] = \begin{bmatrix} \frac{\partial\phi_{11}}{\partial P_1} & \frac{\partial\phi_{11}}{\partial P_2} & \dots & \frac{\partial\phi_{11}}{\partial P_s} \\ \frac{\partial\phi_{12}}{\partial P_1} & \frac{\partial\phi_{12}}{\partial P_2} & \dots & \frac{\partial\phi_{12}}{\partial P_s} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial\phi_{nm}}{\partial P_1} & \frac{\partial\phi_{nm}}{\partial P_2} & \dots & \frac{\partial\phi_{nm}}{\partial P_s} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

式（4.5）中， $m$ 为特征频率阶数， $n$ 为测点个数。将式（4.2）改写为

$$\begin{aligned} \{\Delta P\} = \{P\} - \{P\}_a &= [W] \left( \begin{pmatrix} \lambda(P) \\ \phi(P) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \lambda(P) \\ \phi(P) \end{pmatrix}_{\{P\}=\{P\}_a} \right) \\ &= [W] \begin{pmatrix} \Delta\lambda(P) \\ \Delta\phi(P) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.6)$$

设灵敏度矩阵的行数为 $C$ ，即式（4.6）特征对方程组的个数。有 $C = m + n \times k$ ，其中 $k$ 为振型阶数。根据未知参数的个数 $X$ 与特征对方程组的个数 $C$ ，可以判断式（4.6）为亚定、适定或超定方程。然后通过广义逆方法根据实测特征值的改变量求得结构参数的改变量 $\{\Delta P\}$ 。 $[W]$ 为估计矩阵，可通过下式求得：

$$[W] = \begin{cases} [S]^{-1} & X = C \\ ([S]^T [S])^{-1} [S]^T & X > C \\ [S]^T ([S]^T [S])^{-1} & X < C \end{cases} \quad (4.7)$$

通过数值计算方法可以获得灵敏度矩阵，其具体步骤如下：

(1) 将待识别的1~3层的层间抗弯刚度 $EI_1$ 、 $EI_2$ 、 $EI_3$ 的设计值代入计算模型，计算结构前 $m$ 阶特征对 $(\{\lambda(EI)\}^T \ \{\phi(EI)\}^T)^T$

(2) 设置第 $i$ 层刚度的变化范围 $\Delta EI$ ，可取待识别参数的1%~2%，保持其余层刚度不变，计算特征对。

(3) 由下式计算灵敏度矩阵 $[S]$ 的第 $i$ 列：

$$\begin{pmatrix} \{\Delta\lambda(EI)\} \\ \{\Delta\phi(EI)\} \end{pmatrix} = \Delta K_i \begin{bmatrix} \frac{\partial\lambda_1}{\partial EI_i} & \dots & \frac{\partial\lambda_m}{\partial EI_i} & \frac{\partial\phi_{11}}{\partial EI_i} & \dots & \frac{\partial\phi_{nm}}{\partial EI_i} \end{bmatrix}^T \quad (4.8)$$

(4) 令各层刚度依次改变，可得到灵敏度矩阵 $[S]$ 的各个元素。

对于图 4.1 所示的计算模型，其待识别的参数为 3 个，则灵敏度矩阵为 3 列。利用前 3 阶频率和 3 阶位移振型及 3 阶转角振型作为测试值。则灵敏度矩阵有  $3+9 \times 6=57$  行，方程 (4.6) 为超定方程，使用广义逆方法求解，得到刚度参数的改变量 $\{\Delta P\}$ ，进而得到修正后的刚度参数，根据修正后的刚度参数形成修正后的刚度矩阵。然后求解特征值问题，计算特征对，将计算值与测试值比较，不断修正计算值，直至两者之差小于容许误差<sup>[80]</sup>。

在对刚度参数识别时，振型数据需经过质量归一法进行标准化。当单独运用频率或振型数据式，可用 (4.8) 式计算灵敏度矩阵。由于本节中测试的频率与振型信息均被利用于计算灵敏度矩阵，而两种数据的量级不匹配将会使得灵敏度矩阵病态，因此需使用频率和振型的相对变化值构造灵敏度矩阵，如式 (4.9) 所示：

$$\begin{pmatrix} \{\Delta\lambda(EI)\} / \{\lambda(EI)\} \\ \{\Delta\phi(EI)\} / \{\phi(EI)\} \end{pmatrix} = \Delta K_i \begin{bmatrix} \frac{\partial\lambda_1 / \lambda_1}{\partial EI_i} & \dots & \frac{\partial\lambda_m / \lambda_m}{\partial EI_i} & \frac{\partial\phi_{11} / \phi_{11}}{\partial EI_i} & \dots & \frac{\partial\phi_{nm} / \phi_{nm}}{\partial EI_i} \end{bmatrix}^T \quad (4.9)$$

同时，需将 (4.6) 式替换为：

$$\{\Delta P\} = [S]^{-1} \begin{pmatrix} \{\Delta\lambda(EI)\} / \{\lambda(EI)\} \\ \{\Delta\phi(EI)\} / \{\phi(EI)\} \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

其余计算保持不变。

## 4.2 基于灵敏度方法的结构物理参数识别

将 3.2.5 节试验测得的钢框架结构前 3 阶自振频率与模态分析得到的前 3 阶位移振型和前 3 阶转角振型作为已知测量信息，为考虑转角振型测试信息对识别结果的影响，设置两种不同的测试信息组合。以钢框架的 3 个层间刚度参数作为待识别参数，按照上述灵敏度参数识别方法，使用 Matlab 编程进行求解。待识别的层刚度参数  $EI$  初始值设为 23.175N/m，其为 Q235 钢的弹性模量与梁截面转动惯量的乘积。

钢框架结构的模型尺寸见 3.2.5 节，其协调质量矩阵为（单位为 kg）：

$$[M] = \begin{bmatrix} 3.2832 & 0.0085 & 0.0085 & 0.0085 & 0.2845 & 0.0114 & 0.0114 & 0.0114 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0085 & 0.0065 & -0.0013 & 0 & -0.0114 & -0.0013 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0085 & -0.0013 & 0.0083 & -0.0013 & -0.0114 & 0 & -0.0013 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0085 & 0 & -0.0013 & 0.0065 & -0.0114 & 0 & 0 & -0.0013 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2845 & -0.0114 & -0.0114 & -0.0114 & 3.1188 & 0 & 0 & 0 & 0.2845 & 0.0114 & 0.0114 & 0.0114 \\ 0.0114 & -0.0013 & 0 & 0 & 0 & 0.0053 & -0.0013 & 0 & -0.0114 & -0.0013 & 0 & 0 \\ 0.0114 & 0 & -0.0013 & 0 & 0 & -0.0013 & 0.0070 & -0.0013 & -0.0114 & 0 & -0.0013 & 0 \\ 0.0114 & 0 & 0 & -0.0013 & 0 & 0 & -0.0013 & 0.0053 & -0.0114 & 0 & 0 & -0.0013 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.2845 & -0.0114 & -0.0114 & -0.0114 & 2.2969 & 0.0193 & 0.0193 & 0.0193 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0114 & -0.0013 & 0 & 0 & 0.0193 & 0.0035 & -0.0013 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0114 & 0 & -0.0013 & 0 & 0.0193 & -0.0013 & 0.0053 & -0.0013 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0114 & 0 & 0 & -0.0013 & 0.0193 & 0 & -0.0013 & 0.0035 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

利用灵敏度方法计算识别得到的层刚度参数结果与测试的层刚度参数的比较列于表 4.1 中，从表中可以看出利用灵敏度方法能有效识别结构的物理参数，在增加了转角振型实测数据后，对使用频率和位移振型的计算模型进行了进一步修正，使识别得到的刚度参数更加准确。

表 4.1 不同测试信息组合下钢框架模型层刚度参数结果与真实值对比

测试信息组合	组合 1		组合 2		
	3 阶频率+ 3 阶位移振型		3 阶频率 +3 阶位移振型 +3 阶转角振型		
已知测试信息	测试值	识别值	误差	识别值	误差
参数	(N/m)	(N/m)	(%)	(N/m)	(%)
$EI_1$	22.6221	21.2761	-5.95	21.8349	-3.44
$EI_2$	22.6221	21.0340	-7.02	21.0861	-6.79
$EI_3$	22.6221	20.3441	-10.07	20.6019	-8.93

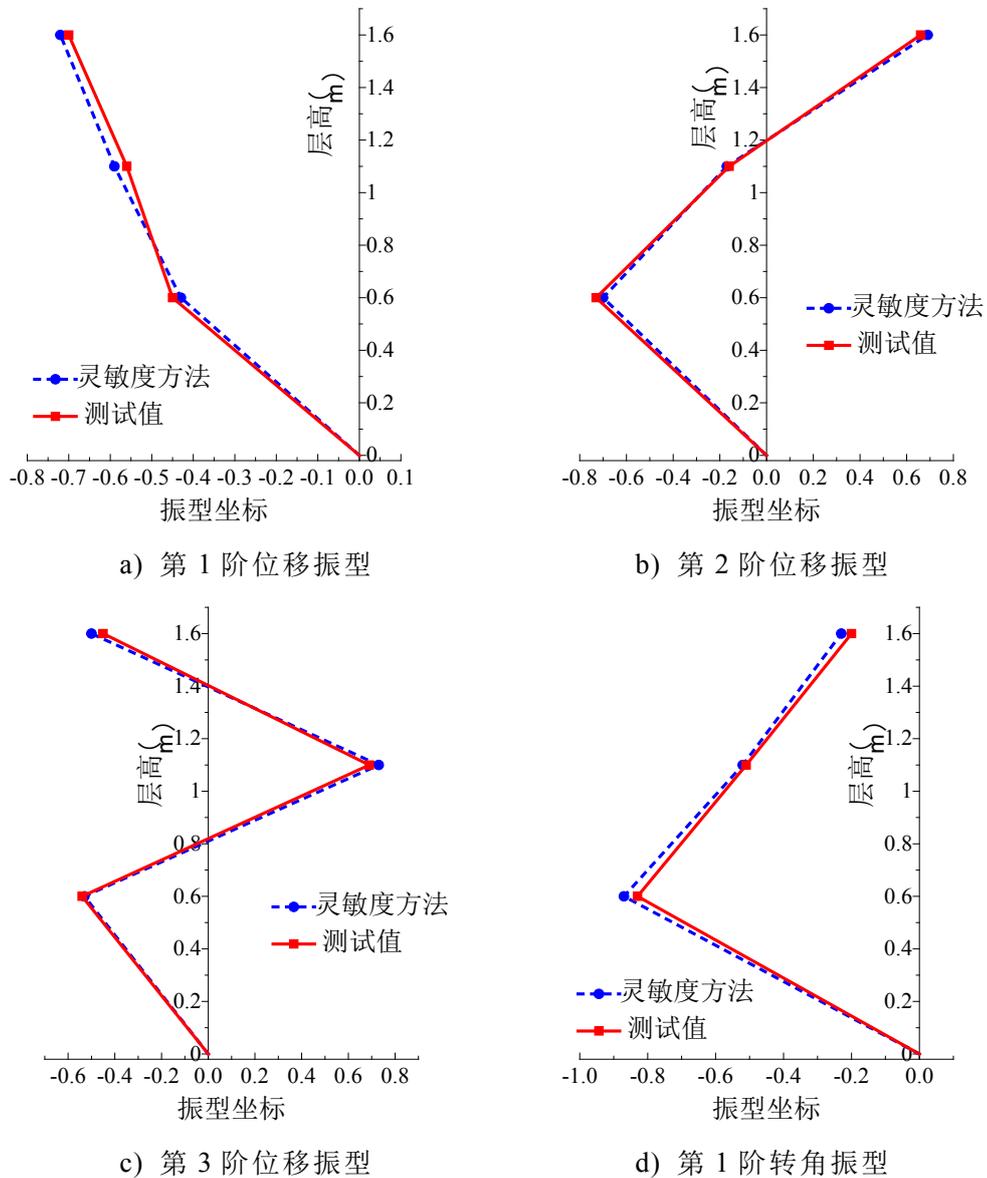
注：误差=（识别值-测试值）/测试值×100%。

基于组合 2 的测试信息，利用灵敏度方法反演得到的层刚度参数计算结构的各阶频率，并对得到的各阶模态与测试值进行比较。计算频率与测试频率的结果比较见表 4.2，计算的位移、转角模态振型分别与测试的位移、转角模态振型的比较见图 4.2。

表 4.2 钢框架模型模态试验结果与计算结果对比

频率阶数	测试频率 (Hz)	灵敏度方法识别频率 (Hz)	误差 (%)
1 阶	2.073	2.051	-1.09
2 阶	6.704	6.615	-1.35
3 阶	11.773	11.190	-5.21

注：误差=（识别值-测试值）/测试值×100%。



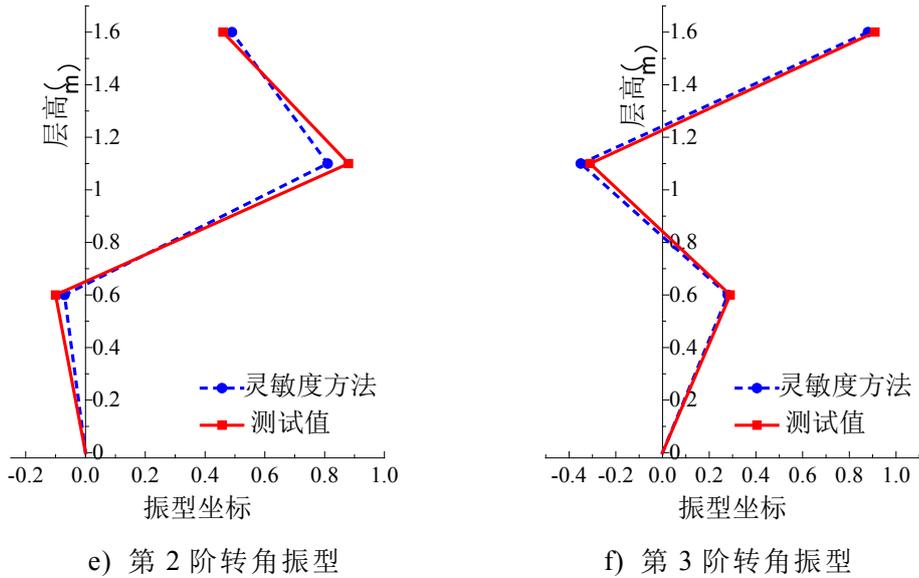


图 4.2 位移、转角振型测试值与灵敏度方法计算值的比较

由以上图和表可以看出，利用灵敏度算法反演计算得到的频率值和振型值均接近于测试结果。对于需要考虑节点转动影响的钢框架模型，补充转角振型测试信息，可以提高使用灵敏度方法识别的结构物理参数的精度。

### 4.3 基于灵敏度方法的钢框架结构损伤工况下的参数识别

使用灵敏度方法识别时，将损伤试验测得的钢框架结构前 3 阶自振频率与模态分析得到的前 3 阶位移振型和前 3 阶转角振型作为已知测量信息，按照 4.1 节的方法计算灵敏度矩阵，使用迭代方法识别钢框架的 3 个层刚度参数。最小二乘递推法和灵敏度方法的刚度识别结果如表 4.3 所示。

表 4.3 钢框架损伤前后的刚度识别结果对比

楼层	最小二乘递推法			灵敏度方法		
	未损伤工况	损伤工况	损伤诊断	未损伤工况	损伤工况	损伤诊断
	识别刚度 (N/m)	识别刚度 (N/m)	结果 (%)	识别刚度 (N/m)	识别刚度 (N/m)	结果 (%)
1层	20.848	20.4897	1.72	21.8349	21.6339	0.92
2层	19.9909	18.9386	5.26	21.0861	19.5654	7.21
3层	19.4725	19.3312	0.73	20.6019	20.5699	0.16

将未损伤工况下的识别结果作为结构物理参数的原始情况，与损伤工况下的识别结果对比，可以得到以下结论：

损伤工况下，最小二乘递推算法和灵敏度方法识别的刚度参数都较好的指示了框架结构的损伤位置，但是，损伤诊断结果同时也说明了结构物理参数识别中存在不可避免的误差。比较最小二乘递推算法和灵敏度方法的损伤诊断结果，灵

敏度方法相对而言损伤识别结果更加准确。由于识别的结构物理参数为层间抗弯刚度，因此只能识别出损伤位置为第二层，无法具体到构件。

#### 4.4 本章小结

本章基于动转角测量技术使用灵敏度方法对钢框架结构的刚度参数进行了频域识别，参数识别结果表明实测转动信息的补充有效提高了参数识别的精度。

比较使用最小二乘递推算法和使用灵敏度方法进行损伤诊断的结果，结论表明，两种方法识别的刚度参数都较好的指示了框架结构的损伤位置，相对而言，灵敏度方法识别的损伤结果更为准确。

## 第5章 基于动态转角测量的广义模态柔度识别

### 5.1 引言

柔度的物理意义是指单位力作用下的位移，是结构重要的力学特征参数。模态柔度矩阵可以通过多参考点脉冲锤击法模态试验或动力模态分析获得。如果已知结构的柔度矩阵和荷载作用的大小，可依据其计算在该荷载作用下结构各点的位移。将结构受静载作用下的位移与模态柔度计算所得的位移进行比较，可以评估结构的静动力性能。本章将对基于多参考点脉冲锤击法的模态柔度识别理论进行介绍，并在位移模态柔度的基础上提出广义模态柔度的概念，基于动转角测量技术对一个钢框架模型进行试验研究，识别其模态柔度。

### 5.2 模态分析的基本理论

在工程振动领域，研究结构的动力特性常采用模态分析方法。模态分析是根据结构的固有特性，包括频率、阻尼和振型这些模态参数去描述结构的过程。根据模态分析得到的模态参数，我们可以进一步求得结构的模态柔度矩阵，进而为结构系统的振动特性分析和损伤诊断提供依据。模态分析分为计算模态分析和试验模态分析两种。如果模态参数是由有限元计算方法获得，则称为计算模态分析。如果是通过传感器和数据采集设备获得原始响应信号，然后通过参数识别获得模态参数，则称为试验模态分析。

实验模态分析通常可选择力锤或激振器作为激励设备，本文采用锤击法进行模态测试，移动力锤，加速度传感器固定不动，使用传感器所在的测点作为参考点，可以得到频响函数矩阵的一行或多行（行数由传感器所在测点的个数决定）。在模态测试中，这种利用锤击激振的方式拾取沿测试结构整体布设传感器的动力测试方法被称为多参考点脉冲锤击法。

#### 5.2.1 频响函数

##### 5.2.1.1 频响函数的定义

在模态测试中，我们经常需要测量频响函数。频响函数（Frequency Response Function, FRF）是指结构的输出响应和输入激励力之比。

对多自由度振动系统，有如下所示平衡方程：

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\} \quad (5.1)$$

其中，惯性力为 $[M]\{\ddot{x}(t)\}$ ，阻尼力为 $[C]\{\dot{x}(t)\}$ ，弹性恢复力为 $[K]\{x(t)\}$ ，外加荷载为 $\{f(t)\}$ 。对方程（5.1）两边同时进行傅里叶变换，时域转换到频域内，设

$x(t) \rightarrow X(\omega)$ ,  $f(t) \rightarrow F(\omega)$ , 利用傅里叶变换的微分性质可以得到在频域内的结构振动方程为:

$$(-\omega^2[M] + j\omega[C] + [K])\{X(\omega)\} = \{F(\omega)\} \quad (5.2)$$

结构的频响应函数矩阵  $[H(\omega)]$  定义为:

$$[H(\omega)] = (-\omega^2[M] + j\omega[C] + [K])^{-1} \quad (5.3)$$

由互易性可知, 频响应函数矩阵为对称矩阵,  $H_{ij}(\omega) = H_{ji}(\omega)$ ,  $H_{ij}(\omega)$  表示  $i$  点锤击  $j$  点拾振的频响应函数,  $\omega$  为频率变量。结构输出响应的傅里叶变换  $\{X(\omega)\}$  和输入力的傅里叶变换  $\{F(\omega)\}$  之间的关系可用频响应函数矩阵表示:

$$\{X(\omega)\} = [H(\omega)]\{F(\omega)\} \quad (5.4)$$

其对频域内结构的响应和激励力之间的映射关系进行了描述。

### 5.2.1.2 频响函数的计算

当我们获得结构的激励力和由该激励引起的结构响应后, 可通过傅里叶变换, 将时域转化到频域内。然后计算输入自谱  $G_{FF}$ 、输出自谱  $G_{XX}$ 、输入-输出的互谱  $G_{XF}$ , 进而可计算频响应函数和相干函数。

频响函数的计算涉及到自功率谱密度函数和互功率谱密度函数。自功率谱密度函数为实函数, 是描述随机振动的一个重要参数; 互功率谱密度函数为复函数。

在多次重复测试中, 通过平均计算的输入-自功率谱密度函数  $G_{FF}$  定义为:

$$G_{FF} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i F_i^* \quad (5.5)$$

式中,  $F_i$  为第  $i$  次测试采集的输入信号的傅里叶谱,  $N$  为采集总次数,  $*$  表示复数共轭。

通过平均计算的输出-自功率谱密度函数  $G_{XX}$  的定义为:

$$G_{XX} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i X_i^* \quad (5.6)$$

式中,  $X_i$  为第  $i$  次测试采集的输出信号的傅里叶谱。同理可得输入-输出互功率谱密度函数:

$$G_{XF} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i F_i^* \quad (5.7)$$

由于输入与输出中含有噪声, 为减少噪声影响, 可采用估计方法从实际测量的输入、输出信号中估计出频响应函数。频响应函数估计类型有以下三种:

#### (1) $H_1$ 估计

其假设输入没有噪声、输出有噪声, 计算公式为: