

# 基于贝叶斯理论的多模型结构识别的试验研究\*

周云<sup>1,2†</sup>, 贾凡丁<sup>1</sup>, 奚树杭<sup>1</sup>

(1. 湖南大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410082;

2. 湖南大学 工程结构损伤诊断湖南省重点实验室, 湖南 长沙 410082)

**摘要:**基于贝叶斯理论的抽样方法,对结构的多模型结构识别问题进行试验研究.采用基于贝叶斯理论的多模型结构识别的概念与基本框架,以及马尔科夫链-蒙特卡洛模拟(MCMC),建立了有限元模型库.针对MCMC在参数维度较高时不易收敛和计算效率低下等问题,提出了一种改进的MCMC抽样方法来进行多模型结构识别.利用Matlab-Strand7的交互访问技术(API)能够进行大型结构有限元模型的参数自动修正,在获得校验后的有限元模型库后,能基于有限元模型的后验概率分布进行预测.为了验证该理论的可行性和有效性,针对一根简支梁的数值算例和一座实际大跨钢管混凝土桁架系杆拱桥进行了基于贝叶斯理论的结构识别研究与响应评估,并使用传统的单模型结构识别方法——遗传算法(GA)进行对比分析,结果表明本文提出的基于贝叶斯理论的多模型结构识别方法能够更好地进行结构响应预测.

**关键词:**结构识别;多模型方法;贝叶斯理论;马尔科夫链的蒙特卡洛模拟;桥梁结构

**中图分类号:**TU317.1, TU279.7

**文献标志码:**A

## Experiment Research on Multi-model Structural Identification Based on Bayesian Theory

ZHOU Yun<sup>1,2†</sup>, JIA Fanding<sup>1</sup>, XI Shuhang<sup>1</sup>

(1. College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China;

2. Hunan Provincial Key Laboratory of Damage Detection, Hunan University, Changsha 410082, China)

**Abstract:** The issue related to multi-model structural identification (MM St-Id) was experimentally researched based on sampling method of Bayesian theory. The concept and basic framework of MM St-Id method based on Bayesian theory were introduced, and then, the Markov chain - Monte Carlo simulation (MCMC) was utilized to build finite element (FE) model libraries. Since MCMC is not easy to converge and it has low calculation efficiency when the parameters have high dimensions, an improved MCMC sampling method for MM St-Id was introduced. The Matlab-Strand7 Application Programming Interface (API) strategy can be used to update the parameters of large structural FE model automatically. After the calibrated FE model libraries were established, they can be used to predict the responses based on the pos-

\* 收稿日期:2017-05-15

基金项目:国家自然科学基金青年基金资助项目(51208190), National Natural Science Foundation of China(51208190); 国家重点研发计划项目(2016YFC0701308, 2016YFC0701400), National Key Research and Development Program of China(2016YFC0701308, 2016YFC0701400)

作者简介:周云(1979-), 湖南长沙人, 湖南大学副教授, 博士

† 通讯联系人, E-mail:zhouyun05@126.com

terior probability distribution of the FE models. In order to verify the feasibility and effectiveness of the proposed theory, a numerical example of a simply-supported beam and an on-site large concrete-steel tubular truss arch bridge St-Id were investigated based on Bayesian theory and response prediction. A simple model St-Id method-genetic algorithm (GA) was used for comparison. The results showed that the proposed MM St-Id method based on Bayesian theory was much better in structural response prediction.

**Key words:** structural identification (St-Id); multi-model method; Bayesian theory; MCMC; bridge structures

结构识别是一门跨学科的综合性研究,“结构识别”(St-Id)的概念是在20世纪70年代由Liu和Yao<sup>[1]</sup>最先提出的.传统的结构识别一般是基于单模型识别方法:它通过调整模型参数寻找一个满足目标函数最小的模型来反映实际结构的真实状态,在模型结构选定的情况下,其本质属于参数优化问题.然而,由于偶然误差与认知误差的存在,利用单模型结构识别经常会造成结构参数识别问题的误判且与实际情况不符,因此多模型结构识别的方法应运而生并快速发展.

在过去的近20年里,瑞士联邦理工学院的Smith教授研究团队对多模型结构识别方法开展了大量研究:1998年,Raphael和Smith<sup>[2]</sup>提出了多模型方法,并通过模型误差和实验误差形成阈值,用以消除单模型的误差.2005年,Robert-Nicoud等<sup>[3]</sup>发现误差的相互补偿可能导致识别模型发生错误.2010年,Goulet等<sup>[4]</sup>提出了一种基于不确定参数和建模假设的多模型结构识别方法,并对Langensand桥的结构性能进行了评估,候选模型预测显示位移测量相对误差仅为4%~7%.2016年,Pasquier等<sup>[5]</sup>利用一种新颖的针对服役久的复杂结构的多模型识别迭代理论对新泽西州的一座混凝土桥进行了识别研究.

贝叶斯理论利用实测样本信息和不确定参数的先验信息,借助贝叶斯公式获得待识别模型的后验概率分布,从而进行结构识别与响应预测.Beck等<sup>[6]</sup>在1998年首次提出了基于贝叶斯方法的模型修正的基本思路.2002年,Beck等<sup>[7]</sup>基于传统马尔科夫链-蒙特卡洛模拟(MCMC)方法针对高维参数计算效率低、收敛不好等缺陷,提出了一种自适应的Metropolis-Hastings(AMH)方法.2009年,易伟建等<sup>[8]</sup>利用MH-MCMC算法,实现了一个4层混凝土结构的模型损伤识别.2017年,Sun等<sup>[9]</sup>提出了一种新颖的基于贝叶斯概率模型与环境噪声中提取地震波干涉的脉冲响应函数(IRFS)计算方法,并对

一幢21层的混凝土建筑进行了健康监测与损伤诊断.

近年来,科研工作者基于贝叶斯理论,与多模型结构识别方法相结合,进行了有效的实践:2013年,Zhang等<sup>[10]</sup>基于贝叶斯理论的多模型结构识别研究并利用自适应延迟拒绝(DRAM)优化的MCMC抽样方法提高了建立模型库的效率,并对一实验室框架结构进行损伤识别与响应预测.2015年,Dubbs等<sup>[11]</sup>指出基于MCMC方法的多模型识别效果优于传统的拉丁立方抽样、误差阈值模型筛选等方法,并通过一钢结构平面桁架进行了验证.

鉴于单模型识别的种种缺陷,以及大型复杂结构的多模型识别的抽样、建立有限元模型库的过程中容易遇到抽样停滞、计算效率不佳等不足,本文将通过一种改进的MH抽样方法建立有限元模型库,并利用多个有限元模型进行多模型结构识别验证.然后利用Matlab-Strand7软件交互访问技术(Application Programming Interface, API)对一个简支梁的数值算例和一座大型钢管混凝土系杆拱桥进行基于贝叶斯理论的多模型结构识别研究与结构响应预测,并通过一种单模型结构识别算法——遗传算法(GA)对多模型识别效果进行了验证考察.

## 1 基于贝叶斯理论的多模型识别理论

### 1.1 多模型结构识别的基本框架

一般来说,结构不确定性主要体现在边界条件的表达、截面形式、材料的不均匀性等.“模型碎片”是不确定性的具体元素<sup>[12]</sup>(在本文中对应的是修正参数,如图1所示),利用一系列的“模型碎片”可组合成一个完整模型.在形成模型的过程中,各个碎片的抽取是独立重分布的,因而可通过“模型碎片”抽样概率得到整体模型的概率.

多模型结构识别方法通过综合分析结构的认知误差和随机误差,由各“模型碎片”组合成一个模

型样本,通过比较测试结果和有限元模型的预测结果,在复杂的模型样本中选出最符合结构性能特点的模型库,进行结构响应预测与性能评估.相比单模型的结构识别理论,它考虑了各种不确定因素的影响,更加科学、准确<sup>[13]</sup>.

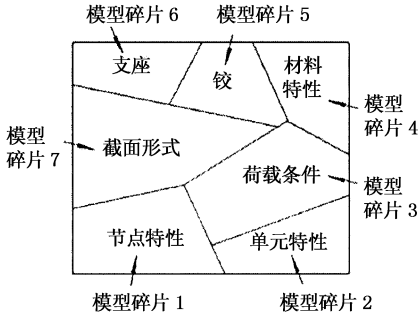


图1 模型碎片示意图<sup>[12]</sup>

Fig. 1 The diagram of the model fragments

基于贝叶斯理论的多模型结构识别的基本步骤如下:

1) 观察结构,获取先验信息.通过分析结构类型,确定材料和荷载传递路径,了解历史检测数据等信息,从而确定不确定性参数的分布.

2) 建立模型和选取关键参数.基于已知信息建立有限元母模型,利用相关响应指标进行灵敏度分析并选定对结构性能影响大的关键性参数.

3) 结构测试.利用相应的测试仪器进行试验,完成静动力数据的采集.

4) 数据分析.通过对结构的静动力试验数据进行分析,提取结构静动力测试信息.

5) 抽样建立有限元模型库与模型识别.利用获取的静动力试验分析数据,基于贝叶斯理论,利用高效的抽样方法筛选出具有代表性的有限元模型库,获取后验信息并完成关键参数的识别.

6) 结构响应预测评估.建立有限元模型库之后,利用模型库中的符合结构性能特点要求的多个有限元模型完成结构响应预测和性能评估.

## 1.2 贝叶斯公式与推导

贝叶斯统计理论的核心是贝叶斯公式:基于多模型的贝叶斯公式描述的是在给定的随机系统模型群  $M$  中,现场试验输出响应为  $D$ ,第  $i$  个模型  $M_i$  的先验概率和得到试验结果的条件分布分别为  $p(\theta/M_i)$  和  $p(D/M_i, \theta)$ . 则  $M_i$  所对应的修正参数向量  $\theta(\theta = (\delta_1, \dots, \delta_n))$ ,  $n$  为修正参数的个数) 的后验概率为<sup>[14]</sup>:

$$p(\theta/D, M_i) = \frac{p(\theta/M_i) p(D/M_i, \theta)}{\int p(\theta/M_i) p(D/M_i, \theta) d\theta} = \frac{p(\theta/M_i) p(D/M_i, \theta)}{P(D/M_i)} \propto p(\theta/M_i) p(D/M_i, \theta). \quad (1)$$

其中,先验概率  $p(\theta/M_i) = \prod_{i=1}^n p(\delta_i/M_i)$ . 当基于动力模态参数研究时,设定结构的测试值与模型预测值之间符合线性回归关系,各个概率分布均为高斯正态分布,由于各系统模型  $M_i$  之间相互独立,各阶模态之间独立不相关.对于系统模型群  $M, \theta$  的后验概率可由式(1) 积分化简得<sup>[14]</sup>:

$$p(\theta/D, M) = \sum_{i=1}^n p(\theta/D, M_i) P(M_i/D, M) = c \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} J(\theta)\right). \quad (2)$$

$$J(\theta) = \sum_i \sum_j (f_{i,j}^E - f_{i,j}^M(\theta))^2 / \sigma_{i,j}^2 + (1 - \text{MAC}(\theta))_{i,j}^2 / \sigma_{i,j}^2. \quad (3)$$

式中: $c$  为与  $\theta$  无关的定积分常数因子;上标 E、M 分别代表模态测试值与模型预测值; $f$  表示模态频率; $\sigma_{i,j}$  为第  $i$  个模型第  $j$  阶模态的标准差. MAC 为模态置信因子.

式(2) 中,常数因子  $c$  关系到后验分布的大小,当先验概率为非共轭的混合分布,或修正参数向量  $\theta$  维度较高时,计算量过大.因此,基于统计理论技术的不断发展,工程上经常借助数学抽样方法替代并近似求解参数的后验分布.

## 1.3 MH-MCMC 抽样方法

MCMC 抽样是一种先进智能的抽样方法,其获取的足够长的马尔科夫链样本分布近似等于  $\theta$  的后验概率分布,可依据大数定理估计修正参数的期望方差. MCMC 有多种类型抽样方法,其中最常用的是 Metropolis-Hastings(MH) 方法<sup>[15]</sup>:

1) 首先选择具有物理意义的马尔科夫链的启动样本  $\theta_0$ , 使得其初始概率分布  $p(\theta_0) > 0$ .

2) 马氏链下一个样本仅取决于当前样本,而与其他历史样本无关.故利用提议分布  $q(\theta/\theta_{i-1})$ , 基于前一个样本  $\theta_{i-1}$  产生候选样本  $\theta_c$ .

3) 基于候选样本  $\theta_c$ , 候选系统模型  $M_c$ , 依据式(4) 计算接受概率函数<sup>[10]</sup>:

$$\alpha(\theta_{i-1}, \theta_c) = \min\left(1, \frac{p(\theta_c/D, M_c) q(\theta_{i-1}/\theta_c)}{p(\theta_{i-1}/D, M_{i-1}) q(\theta_{i-1}/\theta_c)}\right). \quad (4)$$

4) 在  $(0, 1)$  均匀分布中产生随机数  $\mu$ , 当  $\alpha(\theta_{i-1}, \theta_c) \geq \mu$  时, 接受候选点  $\theta_c$ , 然后从步骤 2) 重新迭代; 反之, 拒绝候选点  $\theta_c$ , 取  $\theta_i = \theta_{i-1}$ .

5) 重复步骤 2) ~ 4), 最终产生一条收敛的马氏链:  $\{\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_i\}$ , 即代表候选样本模型。

传统的 MH 算法在修正参数个数较多时, 由于新样本的拒绝率提高难以达到收敛; 而且 MH 采样往往会“困”在一个局部概率较大处<sup>[15]</sup>。因此, 有必要对传统的 MH 方法加以改进。

#### 1.4 改进的 MH 抽样方法

一种改进的 MH 抽样方法可解决上节提到的传统 MH 方法存在缺陷的问题。该流程分两阶段。

第一阶段如上节所述利用先验分布产生随机数, 通过 MH 方法进行样本筛选; 第二阶段其核心是利用上一阶段的候选样本产生新的样本, 以减小抽样的拒绝概率。具体过程为:

以前一阶段产生的候选样本作为初始样本;

依据该初始样本计算窗函数, 概率取值小的窗口被放大, 而概率取值大的窗口被缩小<sup>[8]</sup>:

$$\lambda = \prod_{i=1}^N (\theta_i)^{\frac{1}{7}} / (\theta_i)^{\frac{1}{9}}. \quad (5)$$

窗函数维度参数如式(6)所示:

$$\omega = \left( \frac{4}{N \cdot (V+2)} \right)^{\frac{1}{V+1}}. \quad (6)$$

式中:  $N$  为样本个数;  $V$  为样本的维度大小。

利用式(5)和式(6)计算概率密度核函数值<sup>[8]</sup>:

$$\nu(\theta) = \frac{1}{(\omega \cdot \lambda)^V}. \quad (7)$$

由各样本及归一化的概率密度核函数值构造候选概率累积分布函数, 计算协方差矩阵, 并由前次样本生成新样本; 依据 Metropolis 准则判断新样本是否被接受, 经过迭代获取马氏链。

最终, 去除受初始值影响的部分(被称为“燃烧段”)的样本模型即构成最终的有限元模型库。

#### 1.5 结构响应预测

当建立有限元模型库之后, 即可利用有限元模型库进行结构的响应预测和性能分析。假设所要预测的响应为  $R$ , 模型库第  $i$  个模型的预测响应值为  $R_i$ , 则结构响应预测的概率分布为<sup>[10]</sup>:

$$P(R/D, H) = \sum_i P(R_i/M(\theta)_i, H_i) P(M(\theta)_i/D). \quad (8)$$

式中:  $D$  为现场试验的输出响应;  $H_i$  为所施加的激

励(例如各种静动载等);  $M(\theta)_i$  是参数  $\theta$  对应的有限元模型库中第  $i$  个模型;  $P(R_i/M(\theta)_i, H_i)$  是第  $i$  个模型受到施加激励后对应的预测响应;  $P(M(\theta)_i/D)$  是第  $i$  个模型所对应的后验概率。

## 2 Matlab-Strand7 API 与目标函数

对于大型复杂结构, 多模型结构识别过程会生成大量的有限元模型, Matlab 编程与手动迭代计算均难以完成。针对此技术难题, 本文的多模型结构识别采用了 Matlab-Strand7 API 技术: 在多模型结构识别方法中, 首先以 Matlab 为工具编写抽样程序对模型关键参数进行随机抽样, 接着将这些参数代入 Strand7 软件的有限元模型中生成有限元模型库, 最后将有限元分析结果返还 Matlab 并使用贝叶斯定理(式(2))进行评价。基于 Matlab-Strand7 API 建立的连接接口, 利用 Matlab 编程能直接定义和修改 Strand7 模型中的多种参数并进行反复迭代计算, 较好地实现了有限元模型自动计算修正和提取结构的响应, 提高了抽样迭代计算与有限元模型库生成的效率。

在运行 Matlab-Strand7 API 中, 由于 MH 抽样过程中需要根据上一个模型和候选模型的差值判断候选模型是否被接受(Metropolis 准则), 因此需要设定目标函数比较修正模型和实际结构的误差, 并利用 Matlab 编程设定目标函数和求解的精度, 当目标函数精度满足要求时, 程序就会收敛并得到最优解。本文定义的目标函数是基于模型  $M_i$  前  $j$  阶的模态频率和振型的差值:

$$\text{obj}(\theta) = \sum_j \left[ \left( \frac{f_j^E - f_j^M}{f_j^E} \right)^2 + (1 - \sqrt{\text{MAC}_j})^2 / \text{MAC}_j \right]. \quad (9)$$

式中:  $\text{obj}(\theta)$  代表目标函数,  $\theta$  是待识别的模型参数;  $f$  是固有频率;  $\text{MAC}$  代表模态置信因子; 上标 E、M 分别代表试验值与 Strand7 的有限元模型预测值;  $j$  是模态阶数。

## 3 数值算例: 简支梁损伤诊断

### 3.1 数值模型

为了验证多模型结构识别方法的可行性和有效性, 首先以一个简支梁有限元母模型为例进行数值

仿真. 利用 Strand7 有限元软件建立有限元模型, 简支梁净跨为 4 m, 试件截面尺寸: 150 mm × 300 mm, 材料弹性模量取  $E = 3.45 \times 10^4$  MPa, 泊松比  $\sigma = 0.2$ , 密度  $\rho = 2\,500$  kg/m<sup>3</sup>, 考虑了剪切变形与转动惯量的影响. 总共平均划分为 40 个单元, 每 5 个单元设定为 1 个待识别的关键参数(“模型碎片”). 对所有 8 个关键参数均取  $E_0 = 3.45 \times 10^4$  MPa 作为初始设计值, 单元  $i$  的标准化弹性模量用  $E_i$  表示. 完好状态下, 各个单元  $E_i$  均为  $1.0E_0$ ; 损伤状态下, 设定  $E_2$ 、 $E_6$  分别为  $0.85E_0$ 、 $0.95E_0$ , 其余各个单元  $E_i$  仍为  $1.0E_0$  (如图 2 所示). 通过改变“模型碎片”的大小组合成候选有限元样本模型, 利用改进的 MH 抽样筛选, 从而获得马氏链并建立模型库.

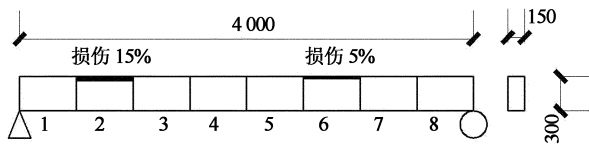


图 2 简支梁模型损伤示意图(单位: mm)

Fig. 2 Damage pattern of simply-supported beam(unit:mm)

利用 Strand7 软件进行计算模态分析获得前 5 阶的频率、振型等模态参数, 视为“真实值”, 其中频率的计算结果见表 1.

表 1 Strand7 计算获得的频率结果

Tab. 1 Modal frequency calculated by Strand7 Hz

振型阶数	1	2	3	4	5
完好结构频率	62.31	168.42	320.52	513.37	733.10
损伤结构频率	62.09	166.38	315.97	506.84	724.43

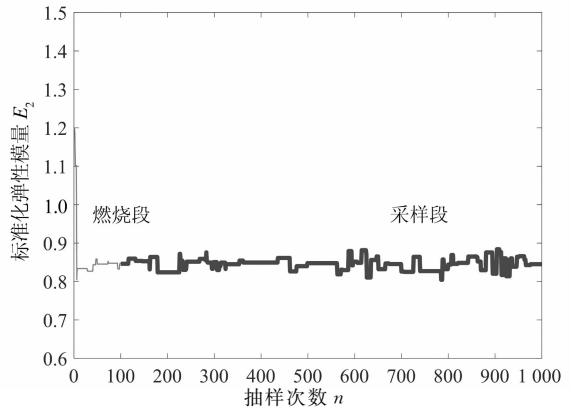
### 3.2 损伤状态下的多模型结构识别

基于损伤的简支梁有限元模型, 分别在工况 1 无噪声和工况 2 有噪声两种工况下进行多模型的结构识别与响应评估.

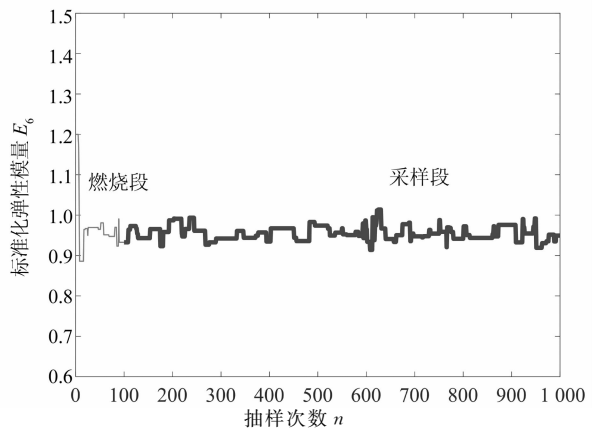
工况 1 无噪声识别: 各关键参数的马尔科夫链启动值均设定为 1.2; 先验分布均设定为期望是 1.0, 标准差为 0.2 的高斯正态分布. 利用本文提出的多模型结构识别方法对  $E_1 \sim E_8$  八个关键参数进行 1 000 次抽样(如图 3 所示, 限于篇幅, 以损伤的  $E_2$ 、 $E_6$  为例).

对于关键参数  $E_i$  的包含 1 000 个样本模型的马尔科夫链, 去除总样本前面的 10% 不稳定的“燃烧段”, 以降低所选启动值不佳的影响; 取剩下的 900

个抽样样本建立有限元模型库. 简支梁数值算例的关键参数后验分布与多模型识别结果见图 4(限于篇幅, 以损伤的  $E_2$ 、 $E_6$  为例)和表 2. 直方图表示关键参数后验概率的分布结果, 曲线为其通过正态拟合(Histfit)后的结果. 可以看出: 各单元弹性模量的识别结果基本与“真实值”吻合, 说明该多模型识别方法在无噪声情况下的数值模拟分析方面具有良好的识别效果.



(a)  $E_2$



(b)  $E_6$

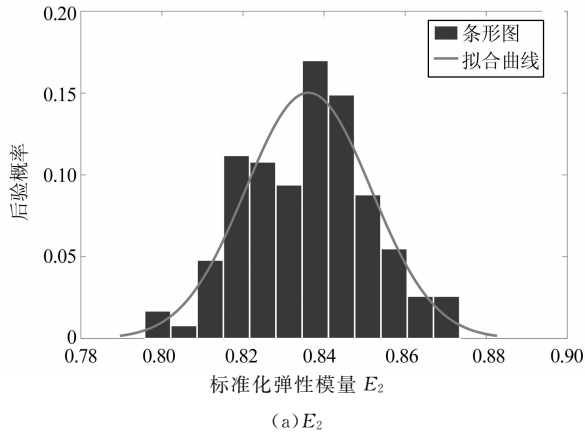
图 3 部分简支梁单元弹性模量的马尔科夫链

Fig. 3 Part of Markov chains of beam unit elastic modulus

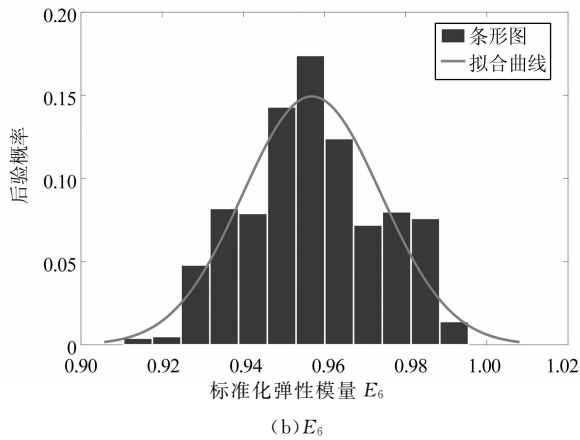
工况 2 有噪声识别: 噪声工况下的实测频率与模态振型通过在有限元计算结果上增加一个随机数/随机序列来进行模拟. 为了模拟测量噪声, 噪声影响下的频率和模态振型分别表示为:

$$\hat{f} = f(1 + \frac{\psi}{100}\mathcal{R}); \hat{\varphi} = \varphi(1 + \frac{\psi}{100}\mathcal{R}). \quad (10)$$

式中:  $f$ 、 $\varphi$  分别表示有限元模型计算得到的模态频率和振型;  $\psi$  表示噪声水平, %;  $\mathcal{R}$  表示零均值变异系数为 1 的高斯分布的随机变量.



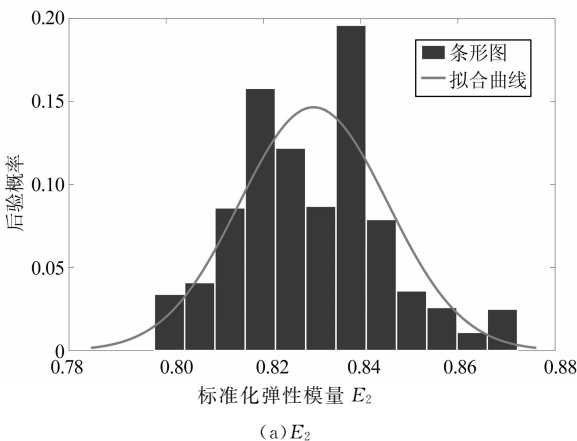
(a)  $E_2$



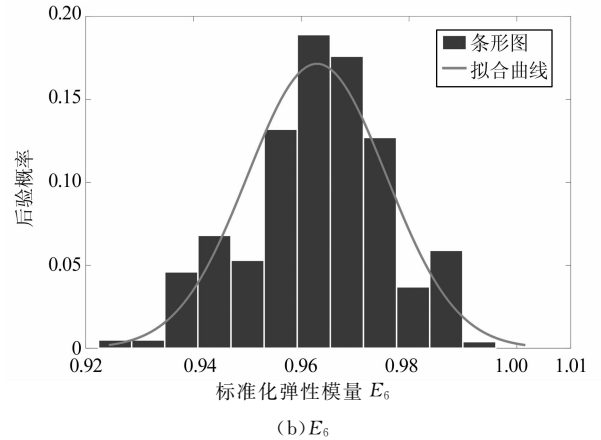
(b)  $E_6$

图 4 无噪声时简支梁单元弹性模量后验分布  
Fig. 4 The posterior distribution of elastic modulus of simply-supported beam without noise influence

噪声水平  $\psi$  被设定为 10%，在计算频率与振型数据时加入如式(10)所示的噪声数据,进行有噪声的多模型识别研究. 启动值、先验分布与多模型识别过程,模型库的建立与前述无噪声的过程步骤相同. 识别结果见图 5 和表 2.



(a)  $E_2$



(b)  $E_6$

图 5 噪声干扰下简支梁单元弹性模量后验分布  
Fig. 5 The posterior distribution of elastic modulus of simply-supported beam with noise influence

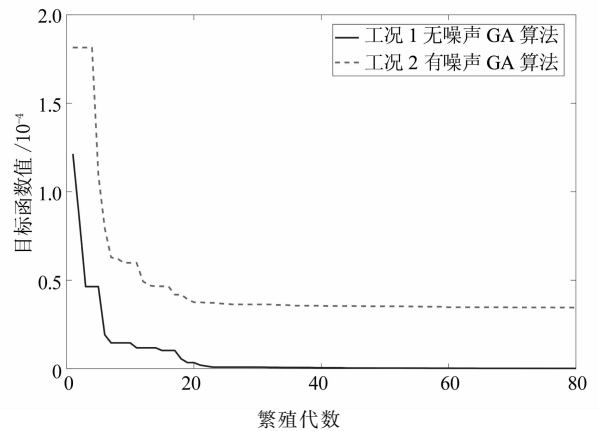


图 6 遗传算法的收敛图像

Fig. 6 The convergence process of GA algorithm

表 2 简支梁的多模型识别与 GA 算法结果

Tab. 2 Comparison of MM St-Id and GA algorithm identification results of the simply-supported beam

关键参数	有限元“真实值”	工况 1 最大后验估计值	工况 1 GA 值	工况 2 最大后验估计值	工况 2 GA 值
$E_1$	$1.00E_0$	$1.01E_0$	$1.02E_0$	$1.02E_0$	$1.03E_0$
$E_2$	$0.85E_0$	$0.84E_0$	$0.86E_0$	$0.84E_0$	$0.83E_0$
$E_3$	$1.00E_0$	$0.98E_0$	$0.95E_0$	$0.99E_0$	$0.94E_0$
$E_4$	$1.00E_0$	$1.02E_0$	$0.98E_0$	$1.01E_0$	$0.95E_0$
$E_5$	$1.00E_0$	$1.01E_0$	$1.01E_0$	$1.01E_0$	$1.03E_0$
$E_6$	$0.95E_0$	$0.96E_0$	$0.97E_0$	$0.96E_0$	$0.92E_0$
$E_7$	$1.00E_0$	$0.99E_0$	$1.00E_0$	$0.98E_0$	$0.97E_0$
$E_8$	$1.00E_0$	$1.01E_0$	$1.00E_0$	$1.00E_0$	$0.97E_0$

结果发现噪声对多模型识别结果干扰变化不明显,说明该多模型识别方法的抗噪性能良好.

### 3.3 单模型算法的验证对比

对该简支梁进行了无噪声和有噪声的基于遗传算法的单模型识别研究(如图6所示).在遗传算法中,初始种群数为40,二进制编码位数为20,繁殖代数为80,同时代沟为0.9.选择Maxgen算子采用随机遍历抽样方法,交叉概率是0.7,变异概率取0.07.具体识别结果见表2,并与多模型结构识别的结果进行了对比.结果表明:在工况1无噪声时,多模型结构识别与单模型结构识别结果相差不大,识别结果可靠有效;在工况2有噪声干扰下,遗传算法更容易失真,说明多模型识别方法的抗噪能力更强.

### 3.4 位移变化响应评估

为了验证多模型识别方法响应评估的有效性,在简支梁有限元模型4#(3/4单元交界点)、6#(5/6单元交界点)点对称施加20 kN的荷载,将上文工况1与工况2的关键参数的模型库数据与GA算法的识别结果分别代入原模型,通过静载试验计算获取简支梁跨中位移的响应预测结果.“真实值”是损伤模型静力加载计算出的跨中位移,“多模型预测值”是模型库数据计算所得的跨中位移概率的最大值.该多模型识别方法与单模型识别方法的跨中位移响应结果如图7所示,直方图表示跨中位移的概率分布结果,曲线为通过正态拟合(Matlab中的Histfit)后的概率.

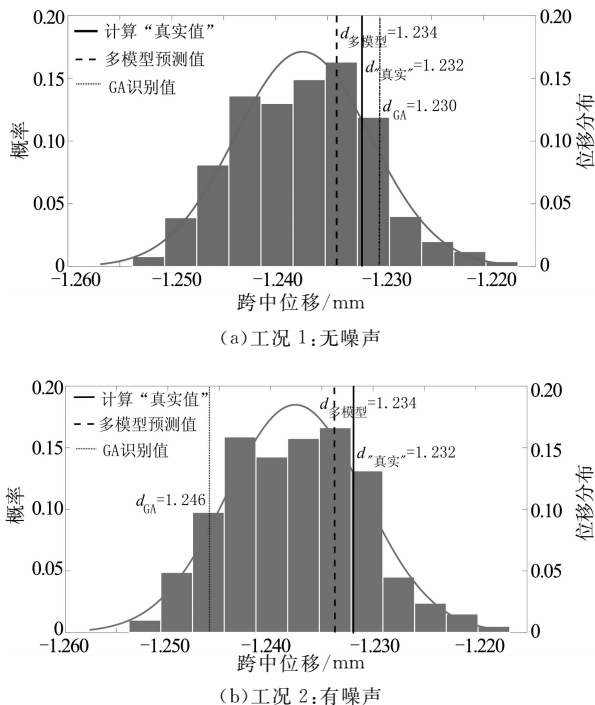


图7 简支梁跨中位移的响应预测结果

Fig. 7 Predicted response distribution of the deflection at middle of the span

从图7可看出,无噪声情况下,两方法预测的跨中位移均比较准确;但是在有噪声干扰时,通过GA算法修正后的模型的跨中位移预测值 $d_{GA}$ 与损伤模型的计算跨中位移值 $d_{\text{真实}}$ 差别较大.在实际工程中,建模和结构测试过程所存在的各种不确定性因素更多,单模型修正后的模型结构响应与实际值偏差普遍更大;而多模型识别方法预测的跨中位移 $d_{\text{多模型}}$ 的偏差始终较小,且预测结果为概率统计分布图,更具有一定的优势.

## 4 实桥算例:来华大桥参数识别

### 4.1 现场试验

为了检验该多模型识别方法应用于真实模型的效果,用一座真实大型桥梁——来华大桥进一步验证方法的可行性和有效性.来华大桥位于广西壮族自治区来宾市,是一座横跨红水河的特大中承式钢管混凝土拱桥.桥面全长465 m,主桥桥面宽32 m,拱肋为中承式双肋悬链线无铰拱形式,计算跨径210 m,矢高60 m,矢跨比为1/3.5,拱轴系数 $m=1.543$ .每片拱肋由4根直径750 mm,厚度20 mm的Q345C钢管组成,内灌C50的微膨胀混凝土.实际桥梁结构照片见图8(a).湖南大学土木工程结构健康监测研究团队<sup>[16]</sup>于2013年6月对该桥进行了系统的静动力试验<sup>[17]</sup>.

本团队通过环境振动测试获取桥面板与拱肋在外界环境激励作用下的模态信息,测点布置与参考点的选取如图8(b)所示,都位于桥面均布八等分点的护栏内侧平坦处.数据采集工作基于8通道的LMS Cadax-8系统与KD12000L超低频加速度传感器(灵敏度均为20 mV/g)完成,全桥设置3个参考点,全桥的振动通过移动测点法测量,测试垂直于桥面的竖向振动.测试的数据采集时间间隔统一设定为20 min,采样频率设定为512 Hz,利用随机子空间识别法(Stochastic Subspace Identification, SSI)获取了来华大桥前10阶频率与桥面板振型等模态结果<sup>[17]</sup>.

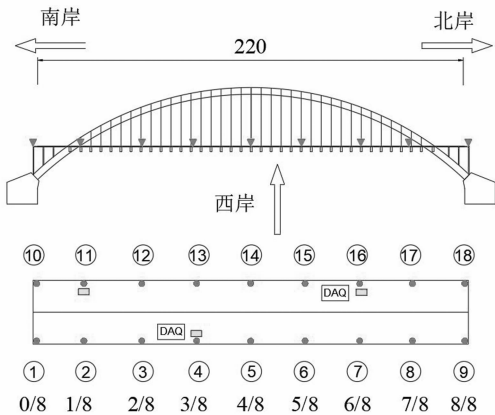
### 4.2 有限元建模及参数识别

在获取模态结果后,作者使用Strand7软件建立了来华大桥有限元校验母模型(如图9所示),并利用Matlab-Strand7 API功能进行多模型识别.根据灵敏度的分析结果<sup>[17]</sup>,选取5个关键参数(“模型

碎片”),其中  $E_c$ 、 $E_s$ 、 $E_d$ 、 $E_p$  和  $T_h$  分别表示混凝土拱、钢拱、桥面板、人行道板初始归一化弹性模量与人行道板归一化厚度.  $E_{c0}$ 、 $E_{s0}$ 、 $E_{d0}$ 、 $E_{p0}$  和  $T_{h0}$  的马尔科夫链启动值均被设定为 1.2,并以高斯正态随机分布为先验分布,分别为: $E_c$ 、 $E_s$ 、 $E_p \in N(1.0, 0.2)$ ;  $E_d$ 、 $T_h \in N(1.0, 0.1)$ . 利用前述的多模型识别程序获得关键参数的马尔科夫链. 最终,抽样生成总样本模型为 1 000 个,去除前面 10%的“燃烧段”,取余下的 900 个样本模型建立有限元模型库.



(a) 来华大桥照片



▼ ● 桥面加速度传感器拟布设点(垂直+桥横向)  
 □ 桥面加速度传感器参考点  
 □ DAQ 桥面数据采集站设置位置  
 (b) 来华大桥模态测试测点布置图

图 8 来华大桥及模态测试测点布置

Fig. 8 Laihua bridge and layout instrumentation in the ambient vibration test

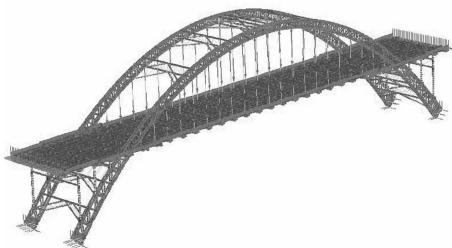
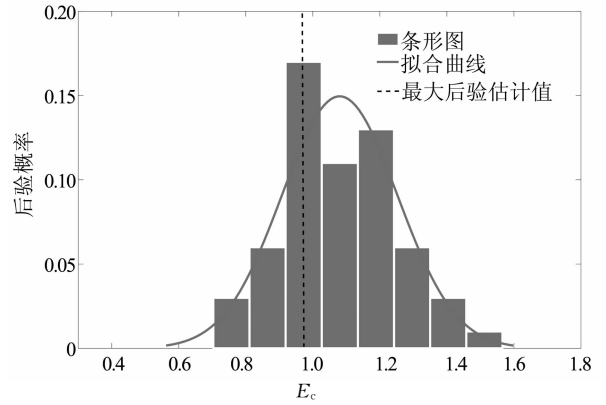


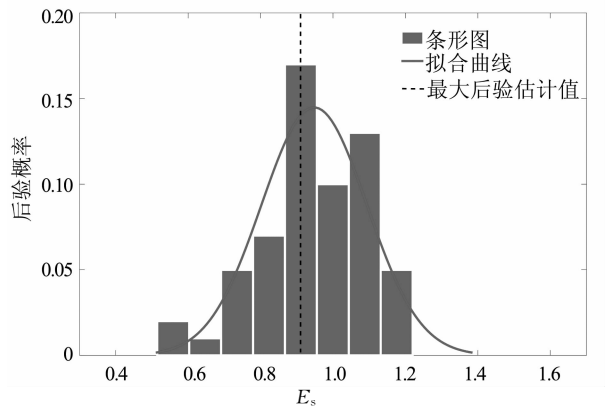
图 9 来华大桥有限元模型

Fig. 9 Finite element model of Laihua bridge

将各关键参数(限于篇幅,以前两个为例)的后验概率分布绘于图 10. 直方图表示后验概率分布结果,曲线为通过广义极值曲线拟合后的后验概率,虚线表示最大后验估计值(见表 3).



(a)  $E_c$



(b)  $E_s$

图 10 来华大桥关键参数的后验分布  
 Fig. 10 The posterior distribution of key parameters of Laihua bridge

### 4.3 遗传算法验证

使用遗传算法对来华大桥模型进行单模型识别与参数修正(如图 11 所示). 遗传算法中除代沟为 0.7,繁殖代数数为 40 外,其余编码方式与简支梁数值算例编码方式相同,识别结果见表 3.

根据识别结果,两种方法识别出的关键参数结果趋势基本一致但仍存在一定差异. 初步研究认为,这是因为单模型方法识别结果是单一最优模型的识别值,而多模型识别方法建立在全面分析结构的模型误差和测量误差的基础上而更有优势.



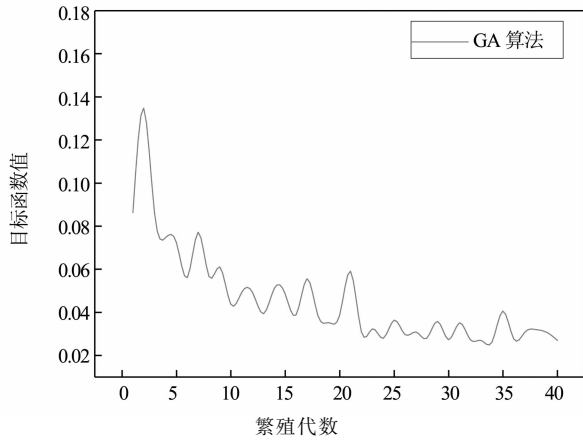
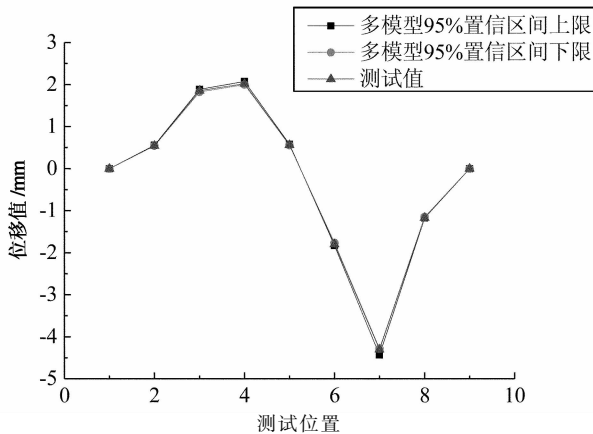


图 11 来华大桥遗传算法的收敛图像

Fig. 11 The convergence process of GA in Laihua bridge

### 4.4 位移响应评估与对比

为了验证该多模型识别方法响应评估在实际复杂应用中的有效性,在来华大桥桥梁主跨 1/4 位置



(a)多模型识别 1/4 跨静载位移与测试值

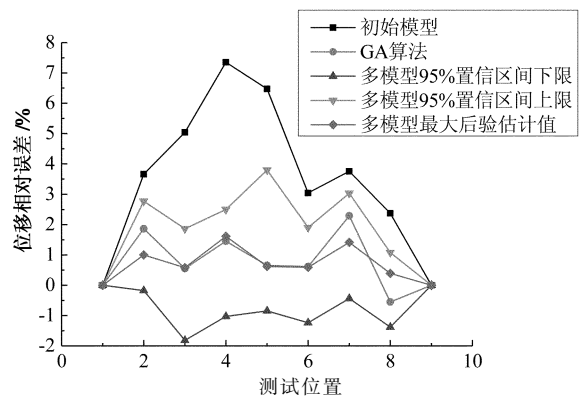
布置 5 台载重卡车加载<sup>[17]</sup>(每台载重卡车约为 300 kN)的工况下,将上文关键参数的模型库数据与遗传算法识别结果代入原模型静载计算获取大桥各个测点的位移响应预测结果.多模型结构识别的位移预测结果区间如图 12(a)所示,多模型识别与单模型识别方法的各测点的位移响应与测试值的相对误差如图 12(b)所示.测试位置为大桥桥面板的 1#~9# 测点,如图 8(b)所示.

表 3 来华大桥的多模型识别与遗传算法结果

Tab. 3 MM St-Id and GA results of Laihua Bridge

关键参数	初始设计值	最大后验估计	修正误差 /%	遗传算法结果	修正误差 /%
$E_c$	1.0	1.0856	8.56	1.0909	9.09
$E_s$	1.0	0.9163	-8.37	0.9692	-3.08
$E_d$	1.0	0.9738	-2.62	0.9461	-5.39
$E_p$	1.0	0.9009	-9.91	1.0733	7.33
$T_h$	1.0	1.0	0	1.0	0

注:修正误差=(最大后验估计值/遗传算法结果-初始设计值)/初始设计值 $\times 100\%$ .



(b)初始模型与两算法模型的 1/4 跨位移值相对误差

图 12 来华大桥 1/4 跨静载位移响应结果

Fig. 12 1/4 span static load displacement response results

结果显示,大桥在 1/4 跨加载工况下多模型识别预测的各测点的位移相对误差均小于 2%,位移实际测试值也都落在了多模型识别预测的 95% 的置信区间范围内,预测结果科学、准确,有概率统计意义,体现了相比单模型识别的优越性.

## 5 结论

本文基于一种改进的 MH 抽样方法对多模型识别问题进行了研究,利用数值简支梁模型与实际

复杂大桥模型进行验证的多模型识别与响应预测评估,表明该多模型识别方法具有可行性和有效性,体现了多模型识别方法相较于单模型的优势.本文研究的主要结论如下:

1) 多模型识别方法摒弃了单模型方法中寻找一个最佳的有限元模型策略,结合概率统计方法建立有限元模型库,进而利用模型库获取结构响应预测的概率分布,考虑了结构识别过程中各种不确定性的影响而更有优势.

2) 提出了一种加入了核函数的改进的 MH 抽

样方法,它在MH抽样的基础上加入有关核函数的抽样筛选,能够克服传统MCMC方法参数维度较高时难以收敛与计算效率低下等问题,利用它可以实现结构的多模型识别。

3) 通过一个简支梁有限元模型算例,对其两单元加以损伤并施以10%的噪声干扰,利用改进的MH抽样方法建立900个模型的模型库进行结构识别与响应评估,结果表明多模型方法无论在有无噪声时的参数识别与位移预测的相对误差均在3%以内,特别是其抗噪能力具有先进性。

4) 通过一座大型复杂桥梁结构实例,基于900个后验有限元模型构成的模型库进行了参数识别,结果表明该多模型识别方法在复杂大型桥梁结构中识别有效;在其1/4跨加载工况下进行了响应评估,实测值都落在了响应预测分布区间内,相对误差均小于2%,预测结果具有统计规律。

## 参考文献

- [1] LIU S C, YAO J T P. Structural identification concept[J]. Journal of the Structural Division, 1978, 104(12): 1845—1858.
- [2] RAPHAEL B, SMITH I F C. Finding the right model for bridge diagnosis[M]//Artificial Intelligence in Structural Engineering in Computer Science. Heidelberg: Springer, 1998: 308—319.
- [3] ROBERT-NICOUD Y, RAPHAEL B, SMITH I F C. System identification through model composition and stochastic search[J]. Journal of Computing in Civil Engineering, 2005, 19(3): 239—247.
- [4] GOULET J A, KRIPAKARAN P, SMITH I F C. Multi-model structural performance monitoring[J]. Journal of Structural Engineering, 2010, 136(10): 1309—1318.
- [5] PASQUIER R, SMITH I F C. Iterative structural identification framework for evaluation of existing structures[J]. Engineering Structures, 2016, 106: 179—194.
- [6] BECK J L, KATAFYGIOTIS L S. Updating models and their uncertainties I: Bayesian statistical framework[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1998, 124(4): 455—461.
- [7] BECK J L, AU S K. Bayesian updating of structural models and reliability using Markov Chain Monte Carlo simulation[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2002, 128(4): 380—391.
- [8] 易伟建,周云,李浩. 基于贝叶斯统计推断的框架结构损伤诊断研究[J]. 工程力学, 2009, 26(5): 121—129.  
YI W J, ZHOU Y, LI H. Damage assessment research on frame structure based on Bayesian statistical inference[J]. Engineering Mechanics, 2009, 26(5): 121—129. (In Chinese)
- [9] SUN H, MORDRET A, PRIETO G A, *et al.* Bayesian characterization of buildings using seismic interferometry on ambient vibrations[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2017, 85: 468—486.
- [10] ZHANG J, WAN C F, TADANOBU S. Advanced Markov chain Monte Carlo approach for finite element calibration under uncertainty[J]. Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, 2013, 28: 522—530.
- [11] DUBBS N C, MOON F. Comparison and implementation of multi-model structural identification methods[J]. Journal of Structural Engineering, 2015, 141(11): 1—13.
- [12] FALKENHAINER B, FORBUS K D. Compositional modeling: finding the right model for the job[J]. Artificial Intelligence, 1991, 51(1/3): 95—143.
- [13] GOULET J A, KRIPAKARAN P, SMITH I F C. Multi-model structural performance monitoring[J]. Journal of Structural Engineering, 2010, 136(10): 1309—1318.
- [14] GILKS W R, BEST N G, TAN K K C. Adaptive rejection metropolis sampling within Gibbs sampling[J]. Journal of the Royal Statistical Society: Series C, 1995, 44(4): 455—472.
- [15] HAARIO H, LAINE M, MIRIA A, *et al.* DRAM: efficient adaptive MCMC[J]. Statistics and Computing, 2006, 16(4): 339—354.
- [16] 周云,蒋运忠,易伟建,等. 基于模态柔度理论的结构损伤诊断试验研究[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2015, 42(5): 36—45.  
ZHOU Y, JIANG Y Z, YI W J, *et al.* Experiment research on structural damage detection based on modal flexibility theory[J]. Journal of Hunan University(Natural Sciences), 2015, 42(5): 36—45. (In Chinese)
- [17] 周云,张军凯,陈松柏,等. 大跨度拱桥静动力试验与结构识别的实践[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2017, 44(5): 10—19.  
ZHOU Y, ZHANG J K, CHEN S B, *et al.* Structural identification and condition assessment of a long-span arch bridge based on static and dynamic experiments [J]. Journal of Hunan University(Natural Sciences), 2017, 44(5): 10—19. (In Chinese)