

学校代号 10532

学 号 S140100140

分 类 号 TU317+.1

密 级 公开



湖南大学  
HUNAN UNIVERSITY

## 硕士学位论文

# 基于概率统计学的多模型结构 识别理论与试验研究

学位申请人姓名 贾凡丁

培 养 单 位 土木工程学院

导师姓名及职称 周云副教授

学 科 专 业 结构工程

研 究 方 向 结构识别与模型修正

论文提交日期 2017年5月25日

学校代号：10532

学 号：S140100140

密 级：公开

湖南大学硕士学位论文

# 基于概率统计学的多模型 结构识别的试验研究

国家自然科学基金青年基金(51208190)资助

国家重点研发计划（2016YFC0701308,2016YFC0701400）

学位申请人姓名： 贾凡丁

导师姓名及职称： 周云副教授

培 养 单 位： 土木工程学院

专 业 名 称： 结构工程

论文提交日期： 2017年6月1日

论文答辩日期： 2017年6月4日

答辩委员会主席： 易伟建教授

Multi-model structural identification theory and experiment  
research based on probability statistics

by

JIA Fanding

B.E. (Hunan University) 2014

A thesis submitted in partial satisfaction of the

Requirements for the degree of

Master of Engineering

in

Structural Engineering

in the

Graduate School

of

Hunan University

Supervisor

Associate Professor ZHOU Yun

June, 2017

# 湖南大学

## 学位论文原创性声明

本人郑重声明：所提交的论文是本人在导师的指导下独立进行研究所取得的研究成果。除了文中特别加以标注引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写的成果作品。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全意识到本声明的法律后果由本人承担。

作者签名：

日期： 年 月 日

## 学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅。本人授权湖南大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

本学位论文属于

- 1、保密 ，在\_\_\_\_\_年解密后适用本授权书。
- 2、不保密 。

(请在以上相应方框内打“√”)

作者签名：

日期： 年 月 日

导师签名：

日期： 年 月 日

## 摘 要

模型修正与参数识别皆属于结构识别的范畴,依据静动力试验数据完成复杂的结构有限元模型的参数识别,对其响应预测分析、工作状况评估和健康监测有着重要的意义。本文首先介绍了多模型结构识别的概念,即使用多个有限元模型来预测结构的测试结果,其研究重点在于形成大量有限元模型库并进行校验评估,从中选出最契合实际并反映结构特性的模型库,而不是对单一有限元模型进行优化修正和结构识别。本文基于贝叶斯理论的抽样方法,对结构的多模型结构识别问题进行了试验研究。主要内容概述如下:

(1) 介绍了基于贝叶斯理论的多模型结构识别的概念与基本框架,并利用马尔科夫链-蒙特卡洛模拟(MCMC)及其多种衍生抽样方法建立有限元模型库。

(2) 针对传统的 MCMC 在参数维度较高时不易收敛和计算效率低下等问题,提出了三种改进的 MCMC 方法进行了多模型结构识别。利用 Matlab-Strand7 软件的交互访问技术(API)能够进行大型结构有限元模型的参数自动修正,在获得校验后的有限元模型库后,并能基于有限元模型的后验概率分布进行了响应预测和性能评估。

(3) 为了验证各方法的可行性和有效性,针对一根简支梁的数值算例验证了所提出的改进 MH 抽样方法、TMCMC 抽样方法、加入拉丁超立方抽样(LHS)方法的正确性及有效性,并使用一种传统的单模型结构识别方法---遗传算法(GA)进行了对比分析。

(4) 利用一块钢-混凝土组合板的试验和一座实际大跨钢管混凝土桁架系杆拱桥并验证了多种多模型识别方法(分别通过改进 MH 抽样方法、TMCMC 抽样方法、LHS 和误差阈值法)在实际试验与工程上应用的有效性和科学性,并且与遗传算法(GA)进行了对比分析。结果表明本文提出的多模型结构识别方法可以更好地进行结构响应预测和模型筛选。

**关键词:**结构识别;多模型方法;贝叶斯理论;马尔科夫链-蒙特卡洛模拟(MCMC);拉丁超立方抽样(LHS);误差阈值法;钢-混凝土组合板;大型桥梁结构

## Abstract

Mode updating and parameter identification belongs to the category of structural identification(St-Id),which is conducted by pairing the structural finite element(FE) model with the static and dynamic test results, it is significant to evaluate its response prediction analysis, working conditions and health monitoring. This paper first introduces the concept of the multi-model structural identification(MM St-Id), which uses multiple FE models to anticipate the structural test results, the key is to form a large number of FE model libraries and check assessment, and select the correct models from the model cluster, rather than select the optimized FE model for simple model St-Id identification. In this paper, the issue related to MM St-Id has been researched based on Bayesian theory.

Major contents of this research are drawn as follows:

(1) The concept and basic framework of MM St-Id method based on Bayesian theory were introduced, the Markov chain-Monte Carlo simulation (MCMC) was utilized to build FE model libraries.

(2) Since MCMC is not easy to converge and it has low calculation efficiency when the parameters have high dimensions, three improved MCMC sampling method for MM St-Id are introduced. The Matlab-Strand7 Application Programming Interface (API) strategy can be used to update the parameters of large structural FE model automatically. After the calibrated FE model libraries were established, they can be used to predict the responses based on the posterior probability distribution of the FE models.

(3) In order to verify the feasibility and effectiveness of the proposed theory, a numerical example of a simply-supported beam were researched by the proposed improved MH sampling method, the TMCMC sampling method, Latin hyper-cube sampling (LHS) based on Bayesian theory and response prediction, and a simple model St-Id method -genetic algorithm (GA) was used to compare.

(4) Using a reinforced concrete composite slab test and an on-site large concrete-steel tubular truss arch bridge and verify that the recognition method based on Bayesian theory and response prediction by an improved MH sampling method, TMCMC sampling method, LHS and error threshold method. It proves that they are effective and scientific in the actual test and engineering application, and a simple

model St-Id method -genetic algorithm (GA) was used to compare. The results show that the proposed MM St-Id method is much better in St-Id, structural response prediction and model selection.

**Key Words:** Structural identification(St-Id); Multi-model method; Bayesian theory; Markov chain Monte Carlo simulation (MCMC); Latin hypercube sampling(LHS); Error threshold method; Steel-concrete composite slab; Large bridge structure

## 目 录

学位论文原创性声明与学位论文版权使用授权书 .....	I
摘要 .....	II
Abstract .....	III
<b>第 1 章 绪论</b> .....	<b>1</b>
1.1 研究背景与意义 .....	1
1.2 结构识别的概念 .....	1
1.3 结构识别的分类 .....	3
1.3.1 基于单模型的结构识别 .....	3
1.3.2 多模型结构识别 .....	4
1.3.3 基于贝叶斯理论的结构识别 .....	6
1.4 本文主要研究内容 .....	8
<b>第 2 章 基于贝叶斯理论的多模型识别方法的研究</b> .....	<b>10</b>
2.1 引言与概念介绍 .....	10
2.2 贝叶斯理论简介 .....	12
2.2.1 多模型的贝叶斯公式 .....	12
2.2.2 基于模态参数的贝叶斯公式的推导 .....	13
2.3 马尔科夫链蒙特卡罗模拟方法(MCMC) .....	15
2.3.1 Gibbs 抽样 .....	16
2.3.2 MH 抽样 .....	16
2.3.3 MCMC 方法的缺点与优化方法探讨 .....	17
2.4 三种改进的 MCMC 算法 .....	18
2.4.1 一种改进的 MH 抽样方法 .....	18
2.4.2 传递式的 MCMC (TMCMC) 抽样方法 .....	19
2.4.3 拉丁超立方抽样 (LHS) .....	22
2.5 交互访问技术 (API) 与目标函数 .....	23
2.6 验证算例：简支梁有限元数值模型 .....	25
2.6.1 数值模型与工况定义 .....	25
2.6.2 改进的 MH 抽样识别 .....	27
2.6.3 TMCMC 抽样 .....	30
2.6.4 拉丁超立方抽样 (LHS) .....	32
2.6.5 单模型算法的验证对比 .....	35
2.7 位移预测评估 .....	36

2.8 本章小结 .....	39
<b>第 3 章 误差阈值法与多模型识别在钢-砧板上的应用</b> .....	<b>40</b>
3.1 绪论 .....	40
3.2 误差阈值法简介 .....	40
3.3 试验简介 .....	43
3.4 有限元母模型的建立 .....	45
3.5“模型碎片”的选择与模型识别 .....	46
3.5.1 误差阈值法 .....	46
3.5.2 改进的 MH 抽样 .....	52
3.5.3 TCMCMC 抽样 .....	54
3.5.4 拉丁超立方抽样 (LHS) .....	55
3.5.5 单模型算法验证 .....	56
3.6 位移响应预测评估 .....	57
3.7 有限元模型的优选与对比 .....	59
3.8 本章小结 .....	61
<b>第 4 章 多模型识别方法在来华大桥上的应用</b> .....	<b>62</b>
4.1 绪论 .....	62
4.2 来华大桥试验简介 .....	62
4.3 参数选择与多模型识别 .....	65
4.3.1 有限元建模和关键参数选择 .....	65
4.3.2 改进的 MH 抽样 .....	65
4.3.3 TCMCMC 抽样 .....	66
4.3.4 拉丁超立方抽样 (LHS) .....	67
4.3.5 误差阈值法 .....	69
4.3.6 遗传算法 (GA) 验证 .....	72
4.4 位移响应评估与对比 .....	73
4.5 本章小结 .....	74
<b>结论与展望</b> .....	<b>74</b>
<b>参考文献</b> .....	<b>78</b>
<b>致谢</b> .....	<b>84</b>
<b>附录 A (攻读学位期间所发表的学术论文目录)</b> .....	<b>85</b>

# 第1章 绪 论

## 1.1 研究背景与意义

随着经济的发展和科学技术的进步,许多基础设施建设特别是大型工程结构给人们的日常生活带来了巨大的方便。然而也应该意识到,我国目前大量大型结构(特别是桥梁)的使用寿命已超过40年<sup>[1]</sup>。由于受到反复的磨损冲击、洪水暴雨、风吹日晒,冰雪冻融等外部因素的侵蚀,并且初始的设计水平往往达不到现有的要求,以及各种累积损伤造成的破坏,其安全性和可靠性面临巨大的挑战。结构局部损伤发生会持续发展,一旦破坏将会严重威胁人民的生命和财产安全。

历史上有很多结构损伤破坏导致重大伤亡的实例<sup>[1~3]</sup>:1999年著名的重庆彩虹桥倒塌事件,导致40人死亡和受伤;2004年法国戴高乐国际机场的候机大厅的屋顶坍塌,造成了6人死亡;2007年美国在明尼苏达州阿波利斯市的一座大桥突然倒塌,造成了7人死亡;2011年7月份,我国9天内发生4座桥梁垮塌和1座桥梁倾斜的事件,引起了人们广泛地关注和对结构安全的担忧<sup>[4]</sup>。

我国多数大型结构建立在新中国成立后,当前服役年龄比较长但主要结构依然存在一定的疾病。过去的大型结构检测主要依据视觉检查,然而随着经济的快速发展和对结构安全性能的不断重视,工程师逐渐意识需要更为快捷可靠的评估方法为建设生产管理部门提供决策支持,这在也促进着结构识别与健康监测的发展。其中,大型结构试验与野外现场观测,非破损检测及静动载试验相结合,可以作为长期健康监测的基准。基于静动力测试试验可以帮助我们真正完整地认知结构的实际工作状态,实现了可靠的评估和监测。

## 1.2 结构识别的概念

结构识别是由结构的输出响应反演系统属性的工作,是对应于结构分析的逆问题,它属于系统识别理论的发展工程。结构识别理论起始于20世纪70年代末,发展至今已有半个世纪的历史。

结构识别的概念是在上世纪70年代由Liu和Yao首次提出,并随后在1978年被引入于土木工程领域<sup>[5]</sup>,引发了大量土木工程师对于结构识别的研究。Doebeling等对其准确定义为“利用被试验修正的模型进行与参数相关的结构预测工作”<sup>[6]</sup>。结构识别在过去30多年里在机械工业领域取得了长足的进步,然而在土木工程领域的研究大量地停留在实验室阶段,在实际结构等大型结构的应用还有待于发展。

结构识别的概念被 ASCE St-Id of Constructed Systems Committee 所接受，其范式被描述为“理论-试验-决策”的六个步骤的综合圆，识别过程包括对结构的观测、基于设计数据建立先验模型、现场测试和数据分析、模型修正以及基于修正模型预测结构的响应等，2011 年 ASCE-SEI 正式提出了如图 1.1 所示的六个步骤的综合圆<sup>[7]</sup>：



图 1.1 结构识别圆<sup>[7]</sup>

(1)观察和概念。通过观察建筑材料、结构类型和荷载传递路径，理解详细的图纸记录、可能出现的损坏、目前使用和决策管理水平。

(2)先验模型。基于已知的结构信息建立初始的有限元模型，利用相关响应指标对模型物理参数进行灵敏度分析。

(3)控制实验。基于模型校验所需的数据类型及其分辨率的成本—效益评估，设计一个适当的测试方法、测试设备和传感器布置系统，并完成试验。

(4)数据分析与阐述。通过滤波、平均和信号分析等一系列的试验模态分析计算，拾取关键的结构模态参数信息，或基于静动载试验获得静动力信息，并对相关的响应指标做出合理的解释。

(5)模型校验与参数识别。基于计算分析并修正参数，使（有限元）模型预测结果与测试试验数据相吻合。

(6)模型模拟预测。基于参数识别的物理模型研究其它对结构性能的不确定性因素的影响，并进行响应（风险）预测与性能（寿命）评估。

上述结构识别步骤的“六步圆”明确规定了结构识别的研究步骤，为结构识别理论研究与方法提供了指导。在结构识别的工程应用中，为保证研究工作的细致与完善，应严格按照“六步圆”的顺序开展研究。结构识别可针对静动力参数进行识别，静力参数指的是位移、应变等，动力参数主要指的是模态参数，通常包括模态频率、模态振型及阻尼比三种模态特征。模态参数识别在土木工程领域属于系统识别范畴，是结构动力学的逆问题。模态参数共同体现了结构的动力特性，它们是结构工作状况评估、模型校准、损伤检测、响应预测和健康监测的基准参考<sup>[8]</sup>。

大型结构动力测试一般可分为冲击测试和环境振动测试，基于所获取振动信

号分析提取实际结构的模态参数。主要可以分为实验模态分析(Experimental Modal Analysis, EMA)和工作模态分析(Operational Modal Analysis, OMA)两种。由于环境振动测试相比于传统冲击振动测试具有诸多优点,现代大型复杂结构的动力测试大多依靠环境振动(包括风载、车载、地脉动等)的激励。在环境振动测试中,测试过程中的误差以及各种工作模态分析方法均在识别过程引入了不确定性因素,导致测试结果和实际结构响应之间的偏差,并影响到了结构识别的稳定性和可靠性。

### 1.3 结构识别的分类

结构识别可分为两大类:物理模型(Physics-Based Models)结构识别与非(无)物理模型(Non-Physics-Based Models)结构识别。基于物理模型的结构识别是最常见的结构识别方法,它利用有限元软件建立了一个或多个明确定义了结构连续性、平衡方程和边界条件的物理模型,通过校验对比模型预测值与试验观测值来确定结构所处的状态及模型不确定参数,而且能够预测各种不同作用下的结构性能<sup>[9]</sup>。

依据建立的有限元模型个数,物理模型结构识别又可分为单模型识别方法和多模型识别方法。传统的模型修正通常是单模型识别方法。通过一个精确的模型来反映实际结构的真实状态,并预测其响应,其实质属于参数优化问题。具体操作过程是基于现场试验的结果反映实际结构,根据选定的目标函数和优化方法,得到最符合试验结果的数值模型。但是,由于测试误差与建模误差的双重影响有可能使单模型识别的物理参数与真实值偏差很大。

#### 1.3.1 基于单模型的结构识别

单模型结构识别是针对一个有限元模型来验证试验结果,从而确定结构的实际状态与物理参数。单模型结构识别以往研究的主要方向是基于灵敏度方法的模型修正和参数识别,即通过建立关于模型预测值与试验值的差值目标函数,并通过优化算法令目标函数最优以识别待修正物理参数。

常用的单模型识别方法有最优矩阵修正法、灵敏度法、神经网络法、响应面法、遗传算法、退火算法、遗传-退火算法等。2002年, Ren 等<sup>[11]</sup>提出了一种基于模态参数变化的结构损伤识别技术,通过结构动力特性的特征值方程建立结构单元的损伤方程,再基于误差的正则化算法来识别判断损伤位置及其程度。2004年, Xia 等<sup>[12]</sup>提出了利用系统校验有限元模型的方法评估桥面板的损伤状况,它通过模型修正确定桥梁板的剩余刚度分布进一步定位损伤,并基于损伤指标识别损伤程度并评估剩余承载力。2006年, Unger 等<sup>[13]</sup>引入了损伤函数的概念,利用置信区间对参考状态与损伤工况的结构模型进行修正,结果表明预应力混凝土梁的早期损伤很难被识别出是因为裂缝在预应力作用下会闭合。2010年, Esfandiari

等<sup>[14]</sup>提出采用频响函数 (FRF) 进行结构损伤识别和模型修正, FRF 可以表示结构刚度、质量与阻尼比等参数的变化, 进而对损伤的识别灵敏。

其中, 本文运用到了一种传统的单模型识别方法---遗传算法<sup>[15]</sup>。遗传算法 (Genetic Algorithm, GA) 最早由 Holland 教授提出<sup>[16]</sup>, 它是一种模拟生物进化的传统单模型识别方法, 起源于物种选择与种群遗传学说<sup>[17]</sup>。其基本思想是对一组种群进行适应度运算、遗传与变异, 并在父本-子代的遗传过程中筛除较差的个体, 最终实现种群收敛。GA 的种群迭代优化的过程只在其繁殖早期阶段进行, 这样能避免复杂的计算工作; 但是, GA 的识别阶段并不稳定, 每次种群适应度的计算都需要一个有限元分析计算的过程。在较小的种群或较少参数的优化识别问题中, GA 算法可以取得较好的结果, 具有比较好的运算搜索能力; 然而它也存在一些缺陷, 如陷入局部最优陷阱、种群收敛较早等。但是, 通过适当的编码跳过汉明 (Hamming) 间距, 并选择适合的遗传、交叉、变异和代沟, 遗传算法可以找到近似的全局最优解<sup>[18]</sup>。

1999 年, Lingireddy 等<sup>[19]</sup>在一个供水系统模型利用遗传算法找到了供水网络的最佳布置。

2006 年, Perera 等<sup>[20]</sup>指出遗传算法在识别结构损伤位置与损伤程度方面具有优势, 并在模态测试数据中加入了随机误差, 考虑了噪声对损伤识别的影响。

2010 年, Giuseppe 等<sup>[21]</sup>在大型结构中进行了遗传算法识别研究, 并在其中加入了亚种群方法与偏移算子来提高种群的解空间的搜索能力。

2015 年, Chisari 等<sup>[22]</sup>在完成的静动力试验基础上, 分别利用静动力数据建立两种不同的目标函数, 并使用遗传算法对一座预应力混凝土桥进行了结构识别研究, 并取得了良好的识别效果。

### 1.3.2 多模型结构识别

传统的单模型结构识别是建立在单独一个可以反映结构真实性能的模型的基础上的, 它的关键是建立正确的初始模型, 这往往需要依靠大量工程经验将结构响应的影响因子最大程度地反映到初始模型中。在实践中, 一个模型不可能包含所有识别的实验数据。另一方面, 即便结构模型精度高, 但是由于模型的参数误差和测量误差补偿, 结构识别的反问题也可能无法获得准确的结果。基于多模型结构识别方法是基于传统的单模型的局限性发展而来的, 通过综合分析结构的认知误差和随机误差, 使用多个可接受的有限元模型完成了测试匹配、结构状态评估和响应预测。这种方法不再是简单地找到符合实验数据和目标函数的单个模型, 其研究重点是关注如何在冗杂的模型中选出最符合实际和反应特点的识别模型簇。它可以帮助研究人员在面对很多无法确定的有限元模型时以一组预测模型评估测试范围进行模型筛选<sup>[24]</sup>。

基于多模型方法的结构识别，由于传统的单模型识别方法存在应用局限性而被不断地重视和研究。在过去的近 20 年里，主要由瑞士联邦理工学院的 Smith 教授领导的研究小组团队开展了一系列有关多模型识别的理论与实践研究。

1998 年，Raphael 和 Smith<sup>[24]</sup>在 Lutrive 桥 24 种假设建模的基础上，使用百万种组合模型来改善结构诊断的有效性，并提供了更准确的结构响应预测。

2003 年，Raphael 和 Smith<sup>[25]</sup>提出了一种基于洛桑概率的全局搜索方法（PGSL）。研究发现了多参数非线性目标函数，PGSL 比遗传算法和模拟退火算法具有更好的性能，并成功地应用在结构设计、损伤检测和风险控制等。

2005 年，Saitta 等<sup>[26]</sup>研究了基于相关性，主成分分析和决策树等数据挖掘技术的系统识别方法。方法的关键是生成的模型簇，通过观察其特点选择模型簇，从而提高整个系统的可靠性；使用独立的模型参数，然后综合主成分分析和决策树方法筛选模型。

2005 年，Nicoud 等<sup>[27]</sup>为了确定合理的匹配测试数据的优化模型，提出了基于最大熵函数的布局方法。该熵函数是用来区分模型的离散程度，熵最大的测点即是传感器最优布置点。实验室的一根连续木梁和瑞士的一个自来水供应系统被用来验证该方法的可靠性。

2005 年，Nicoud 等<sup>[28]</sup>认为许多误差和相互补偿可能会导致识别模型发生错误。通过研究模型识别的可靠性，提出了基于误差阈值的多模型的选择方法，并利用 PGSL 对上述同样的连续木梁进行了多模型结构识别。

2006 年，Saitta 等<sup>[29]</sup>提出了一种结合主成分分析和 K 值聚类分析多模型识别方法。它的主要目标是提高可视化的使用空间拓扑模型，该方法可以更好地进行多模型结构识别。

2010 年，Zapico-Valle 等<sup>[30]</sup>阐释了一种新的有限元模型修正方法。该方法定义模型物理参数服从  $\beta$  分布，基于自适应采样算法迭代搜索，获得时域误差函数的最小化。

2012 年，Laory 等<sup>[31]</sup>提出了基于静载模型数据试验的无模型的损伤诊断布局方法。传感器布置基于三个原则：无法检测到损伤的工况数，平均检测时间和损伤检测能力。该文以德国一铁路桁架桥为试验研究对象，基于多准则决策选择了最佳的解决方案，同时利用主成分分析和回归分析来解释结果。

2013 年，Catbas 等<sup>[32]</sup>研究了有限元基准模型和一组监控数据校准模型来预测结构性能的可靠性。实验室的钢框架结构的监测数据是用来检查有限元模型。结果表明，结构的关键参数不能准确定义时，父本-子代模型来模拟结构的性能是很重要的，因为他们提供更多的结构响应和失效概率更实际的估计。

2013 年，Zheng 等<sup>[33]</sup>将 TCMCMC 方法嵌入复杂原型结构损伤识别仿真模型，讨论了贝叶斯概率方法对实际结构的有效性。这是 MCMC 方法较早地与多模型

识别的方法交融的例证。

2015年, Pasquier 和 Smith<sup>[34]</sup>提出了一种针对服役久的大型结构的多模型识别迭代理论, 并对纽泽西州的一座混凝土桥进行了识别研究。

2017年, Pasquier 等<sup>[35]</sup>提出了一种使用期望效用理论和模型概率进行预测的优化方法, 并在对 Aarwangen 大桥的研究中进行了实践。

### 1.3.3 基于贝叶斯理论的结构识别

英国著名数学家 Thomas Bayes 在 1763 年提出了著名的贝叶斯(Bayes)公式, 正式建立了贝叶斯统计学理论。贝叶斯学派在 1930 年代形成, 随后迅速发展成一个有影响的统计学派, 并长期与古典统计学学派相对峙。

基于贝叶斯理论的模型识别通过实测样本信息和关键参数先验信息, 借助贝叶斯公式得到关键参数的后验概率分布, 然后通过后验概率分布的统计值作为修正初始有限元模型中的关键参数。贝叶斯理论利用实测样本信息和不确定参数的先验信息, 借助贝叶斯公式获得待识别模型的后验概率分布, 从而进行结构识别与响应预测。贝叶斯统计方法的可靠性评估、参数识别和损伤诊断等问题在许多工程取得了大量的应用:

1998年, Beck 等<sup>[36]</sup>首次提出了基于贝叶斯方法的模型修正基本的理论思路。

2000年, Anik 和 Beck<sup>[37]</sup>等使用系统模态分析结果识别了系统刚度, 明确了结构失效的概率, 并以概率统计学的方法促进了工程结构健康监测的应用。

2000年, Sohn 等<sup>[38]</sup>提出了用相对后验概率分布进行损伤识别的方法---贝叶斯方法来获得的损伤之间的相对概率。从而确定损伤最有可能发生的位置, 并且使用多个简单的数值模型对框架试验, 混凝土柱和桥墩进行了验证。

2002年, Beck 等<sup>[39]</sup>将贝叶斯方法的多模型修正和 MCMC 抽样结合, 针对传统的 MCMC 方法计算效率低, 收敛慢等缺点, 提出一种自适应的 MH 抽样算法, 并利用了一个两自由度的弯曲框架的数值模型验证该方法的有效性。

2003年, Rebba 等<sup>[40]</sup>基于贝叶斯估计的方法对模型传递关系的不确定性误差进行了研究。

同年, Ching 等<sup>[41]</sup>提出了两阶段方法进一步对 Benchmark 进行了研究。根据结构模态参数的测量数据, 采用最大期望值算法得到模型未知参数的值, 该方法可以有效地识别支撑损伤, 而对于连接损伤识别结果略差。

同年, Ching 等<sup>[42]</sup>利用 Gibbs 抽样方法, 通过贝叶斯模型的不完全模态线性结构的数据更新, 有效地实现了利用贝叶斯概率统计方法实现多维参数识别问题。考虑到可适应的 MH 方法需要计算复杂的核函数, 并不适用于参数多维度时的抽样, 作者进一步提出了传递式的马尔可夫链-蒙特卡洛模拟(TMCMC)方法, 并有效地识别了一个具有多个未知参数的 4 层框架结构。

2004年, Yuen 等<sup>[43]</sup>针对 Phase I Benchmark 框架模型进行了研究, 提出了贝叶斯识别方法来修正模型的两个步骤, 并使用期望最大化算法实现了最大概率参数的识别。

2008年, Muto 和 Beck<sup>[44]</sup>利用 TMCMC 方法对一个框架结构模型进行了模型修正。

2009年, 易伟建等<sup>[45]</sup>提出了一种基于贝叶斯理论的损伤识别方法并应用于一个框架结构。

2009年, Cheung 等<sup>[46,47]</sup>提出了混合蒙特卡洛模拟方法, 突破了常规蒙特卡罗方法在高维参数贝叶斯估计应用中的局限性。

2011年, Yuen 等<sup>[48]</sup>基于过去的十年中贝叶斯估计的系统识别方法, 他把这些方法分为两类, 使用时程响应的系统识别和使用结构模态数据的系统识别。

2016年, Faroz 等<sup>[49]</sup>提出了一种利用贝叶斯估计的方法对一座腐蚀的钢筋混凝土桥梁进行了可靠度分析。

2017年, Sun 等<sup>[50]</sup>提出了一种基于贝叶斯概率并从环境噪声中提取地震波干涉的脉冲响应函数 (IRFS) 计算方法, 对一幢的 21 层的混凝土建筑进行了健康监测与损伤诊断。

特别地, 科研工作者在基于贝叶斯理论的基础上, 将多模型结构识别方法相结合, 进行了有效的实践。

2013年, Simoen 等<sup>[51]</sup>使用贝叶斯线性有限元模型修正技术对加州大学圣地亚哥分校一座 7 层的钢结构试验模型的累积损伤程度的不确定性进行了定性和定量研究。

同年, Zhang 等<sup>[52]</sup>基于贝叶斯理论的多模型结构识别研究, 并利用自适应延迟-拒绝 (DRAM) 优化的 MCMC 抽样方法提高了建立模型库的效率, 并对一实验室框架结构进行了损伤识别与响应预测。

2014年, Zheng 等<sup>[53]</sup>将 TMCMC 方法嵌入复杂原型结构损伤识别仿真模型, 讨论了贝叶斯概率方法对实际结构的有效性。这是 MCMC 方法与多模型识别的方法交融的很好的例证。

2015年, Zheng 等<sup>[54]</sup>基于贝叶斯估计的多模型结构识别方法, 通过振动测试分析了桥梁结构的完整性, 研究了冲刷破坏与环境变化等的概率分布对不确定性的影响。

2015年, Dubbs 等<sup>[55]</sup>指出了基于 MCMC 方法的多模型识别优于传统的拉丁方抽样、误差阈值法等方法的识别效果, 并通过一钢结构平面桁架进行了验证。

综上所述, 在结构识别六部圆的基础上, 本文的多模型结构识别主要分为以下六个步骤 (如图 1.2):

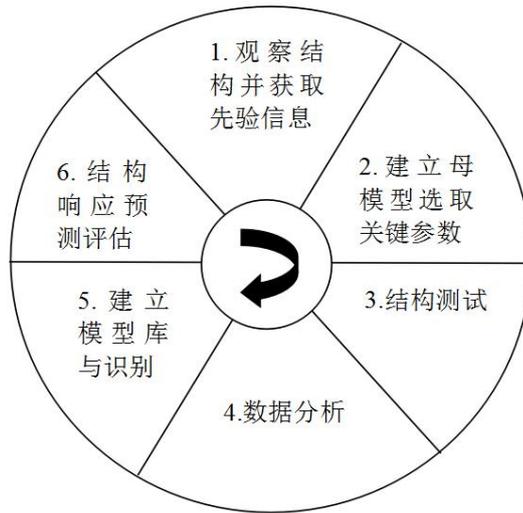


图 1.2 本文的多模型结构识别过程图

(1) 观察结构获取先验信息：首先通过观察和分析结构的类型，确定材料、结构、形式和荷载传递路径，了解图纸和历史检测数据、可能发生的损伤和历史损伤状况等信息，从而确定了不确定性参数的分布；

(2) 建立母模型和选取关键参数：基于已知信息建立有限元模型，利用相关响应指标进行灵敏度分析并选定对结构性能影响大的关键性参数；

(3) 结构测试：针对结构利用相应的测试仪器进行试验，完成静动力数据的采集工作；

(4) 数据分析：通过对结构的静动力试验数据进行分析，提取结构静动力测试信息，如：结构的模态频率、振型和阻尼比或结构的静力位移、结构应变等；

(5) 抽样建立有限元模型库与模型识别：利用获取的静动力试验分析数据，基于贝叶斯理论的总体信息、样本信息和先验信息，利用高效、准确、快速的抽样方法（如 MCMC 抽样方法等）评价筛选建立具有代表性的有限元模型库，推断获取后验信息并完成模型关键参数识别；

(6) 结构响应预测评估：建立有限元模型库之后，利用模型库中的符合结构性能特点要求的多个有限元模型完成结构响应预测和性能评估<sup>[49]</sup>。

## 1.4 本文主要研究内容

基于前人研究的基础，鉴于单模型识别存在的误差较大，抗干扰能力弱，受多种不确定因素影响等缺陷，有必要继续深入研究多模型的结构识别方法。由于利用多种抽样方法建立有限元模型库并进行多模型结构识别问题研究的实例比较少，且在抽样过程中容易遇到积分复杂，抽样停滞，计算效率不佳等不足。为了深入研究对比多模型结构识别的各种方法识别与应用，笔者利用 Matlab-Strand7 的交互访问技术（Application Programming Interface, API）对一个简支梁的数值算例验证了基于贝叶斯理论的多模型识别方法（改进的 MH 抽样、TMCMC 抽样、

拉丁超立方抽样)的有效性,对一块钢-混凝土组合板验证了多种多模型方法的可靠性并进行对比,对一座大型钢管混凝土系杆拱桥进行了多模型识别方法基于大型复杂有限元模型适用性的研究,并通过遗传算法(GA)等单模型识别方法对各多模型识别效果进行了对比和分析。

本文主要的研究内容如下:

(1)多模型识别方法摒弃了单模型方法中寻找一个最佳的有限元模型的策略,而是通过综合分析结构的认知误差和随机误差,考虑各种不确定因素的影响,在复杂的模型样本中选出最符合结构性能特点的模型库,进而利用模型库获取结构响应预测的概率分布。本文建立了多模型的理论框架与实践过程,阐释了多模型识别方法的现实意义。

(2)笔者介绍了传统的马尔科夫链-蒙特卡洛模拟(MCMC)抽样方法,进而提出了三种衍生优化的MCMC抽样方法:一种改进的MH抽样方法,TMCMC抽样方法和加入拉丁超立方抽样(LHS)的MH算法,并通过一个简支梁有限元模型算例,对其中非对称的两单元加以损伤并施以噪声干扰,分别利用三种衍生的MCMC抽样方法(一种改进的MH方法、TMCMC抽样方法、LHS方法)建立有限元模型库进行多结构识别与位移响应预测评估。

(3)为了与各基于MCMC抽样方法的多模型识别进行对比分析,笔者引入并介绍了一种传统可靠的多模型识别方法---误差阈值法。接下来用上述各种多模型识别方法对一块钢-混凝土组合板模型进行了多模型识别和对比,在均布砝码加载工况下进行了响应预测评估,并简要探讨了利用有限元模型库进行有限元母模型(建模单元)的优化筛选与性能评估。

(4)为了验证多模型识别方法在大型复杂结构上的适用性,笔者通过一座大型复杂桥梁(来华大桥)结构实例,分别基于一种改进的MH抽样、TMCMC抽样、LHS方法、误差阈值法建立有限元模型库并进行了多模型识别,并在其桥面板1/4跨加载卡车的工况下进行了测点的位移响应预测与评估。

## 第2章 基于贝叶斯理论的多模型识别方法的研究

### 2.1 引言与概念介绍

由于传统的基于单模型的结构识别理论在面临多种误差来源时存在缺陷，本章基于概率统计学的抽样方法，对结构的多模型结构识别问题进行了理论研究。首先介绍了基于贝叶斯理论的多模型结构识别的概念与基本框架，并阐述了马尔科夫链-蒙特卡洛模拟（MCMC）的抽样过程。针对 MCMC 在参数维度较高时不易收敛和计算效率低下等问题，提出了三种改进的 MCMC 抽样方法来进行多模型结构识别。利用 Matlab-Strand7 的交互访问技术（API）能够进行大型结构有限元模型的参数自动修正，在获得后验模型样本并建立有限元模型库后，能基于模型库数据进行响应预测。为了验证各抽样方法的可行性和有效性，针对一根简支梁的数值算例进行了基于贝叶斯理论的结构识别研究与响应评估，并使用一种传统的单模型结构识别方法--遗传算法（GA）进行对比分析，结果表明本文提出的多模型结构识别方法能够更好地进行结构响应预测。

在实际应用中，结构识别在机械工业领域的有较高的可靠度而在大型土木工程领域的可靠度较差，学者们于是逐渐认识到有各类误差存在于识别过程中。误差及其参数补偿是使得土木工程领域内的结构识别可靠度较差的主要原因。误差可以分为偶然误差（aleatory uncertainty）与认知误差（epistemic uncertainty）<sup>[56-58]</sup>，偶然误差是一种系统内部所固有存在的偏差，它与系统的测试方法、仪器和环境因素等有关，也被称为随机误差/随机不确定性；认知误差是由于对系统缺乏全面深刻的理解或数值模拟方法的不完备引入的误差，通常被称为主观误差/可约束的误差。在结构识别的实际应用中<sup>[59]</sup>，结构系统的不确定性包括不均匀性、边界条件、连续性、冗余度、非线性、非稳态特性、几何关系、时变特性和周期等因素。

根据误差理论，结构识别误差包括测试误差  $e_{meas}$  和模型误差  $e_{mod}$ ，模型误差通常包括 3 个方面<sup>[60]</sup>： $e_1, e_2, e_3$ 。 $e_1$  表示数值模拟方法与真实结构的不匹配引入的误差； $e_2$  表示在数值模型分析过程中，偏微分方程求解引入的误差； $e_3$  表示建模过程中各种假定引入的误差，通常包括模型中的边界条件与不确定性模型参数元素（弹性模量  $E$ ，截面刚度  $I$  等）。 $e_3$  可以进一步分解为  $e_{3a}$  和  $e_{3b}$  两个方面，分别表示有限元模型对实际结构不恰当的模拟与模型中错谬的参数。

在精确模拟的有限元模型中， $e_1$  通常接近于零；然而，模型误差  $e_2$  通常是非零的数值。在前人的研究中，Robert<sup>[61]</sup>指出使用有限元线性模型模拟结构引入的误差

大约为 4%，Smith<sup>[23]</sup>进行瑞士 Schwandbach Bridge 多模型研究中沿用了 4%的估计误差。传统的模型修正过程是基于消除误差  $e_{3b}$  完成，在研究过程中，学者逐渐意识到  $e_{3a}$  的影响并将其引入到模型修正的过程中。误差理论的公式延伸表达如下所示：

$$x_a = x_{meas} + e_{meas} \quad (2.1)$$

$$x_a = x_c + e_1 + e_2 + e_3 \quad (2.2)$$

其中， $x_a$  表示测试的真实数据， $x_{meas}$  与  $x_c$  分别表示试验测试数据与有限元模拟预测结果。

一般来说，结构不确定性主要体现在边界条件的表达、截面的形式、材料的不均匀性/非线性、结构体系的内力重分布、以及节点、单元和荷载的变化。“模型碎片”是不确定性的具体元素<sup>[24]</sup> (如图 2.1 所示)，“模型碎片”可以描述结构及其物理现象，并利用一系列的“模型碎片”组成一个完整的模型。“模型碎片”可以表示支座的条件、材料特性、几何特征(如弹性模量  $E$ ，材料的密度  $\rho$ ，支座刚度  $K$  等)。在形成模型库的过程中，各个碎片的抽取是独立重分布的，因而可以通过“模型碎片”抽样的概率得到整体模型的概率。多模型结构识别方法通过综合分析结构的认知误差和随机误差，由各“模型碎片”组合成一个个模型样本，通过比较测试结果和有限元模型的预测结果，在复杂的模型样本中选出最符合结构性能特点模型库，进行结构响应预测与性能评估；相比单模型的结构识别理论，多模型考虑了各种不确定因素的影响，更加科学准确，且具有概率统计意义。

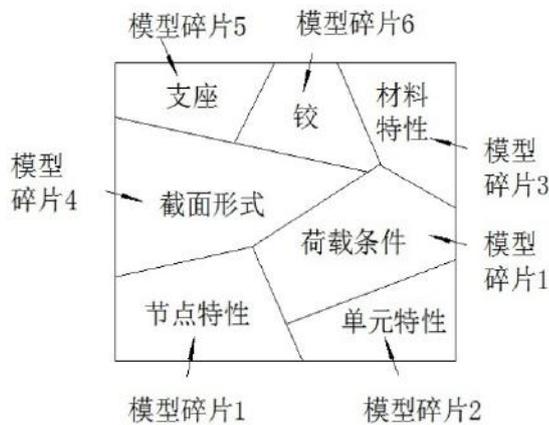


图 2.1 模型碎片示意图<sup>[24]</sup>

依据贝叶斯统计推断理论的多模型结构识别，它提供了以概率的观点进行复杂结构中不确定性参数识别的数学方法。其原理是将具备认知误差和随机误差的参数认定为随机变量，根据工程经验对参数分布做出先验假设，利用现场试验获得结构响应，并计算其似然函数，在此基础上使用贝叶斯方法获取修正参数的后验概率并进行模型识别。本章节将借助于 Matlab-Strand7 强大的交互访问技术（API）建立了结构不确定性识别随机模型群，根据贝叶斯统计推断理论及其衍生抽样方法确定待修正参数的后验概率，并筛选了多个能反映结构性能特点的候选模型，依据

候选模型库对模型中的关键不确定性参数进行估计识别，并利用有限元模型库进行静载位移的响应预测与结构的性能评估。本章的具体流程图如图 2.2 所示。

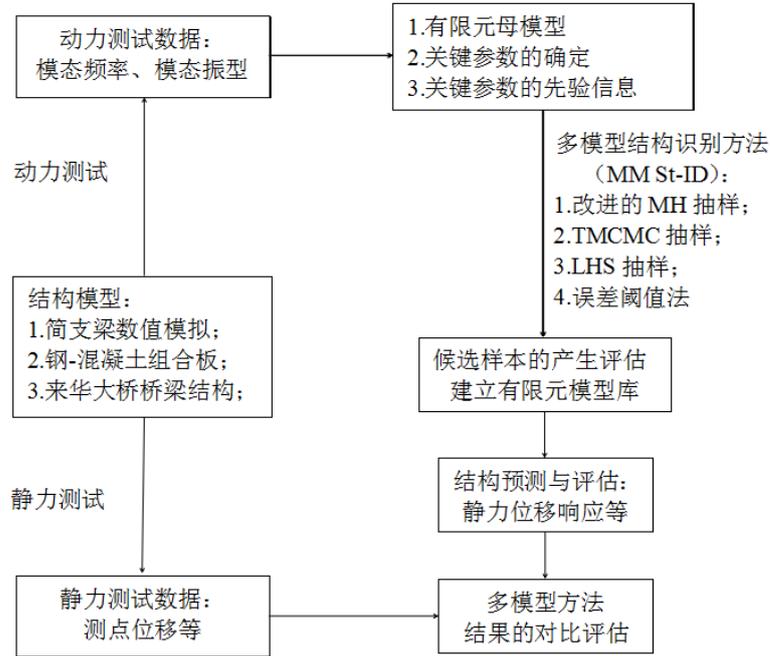


图 2.2 多模型识别方法流程图

## 2.2 贝叶斯理论简介

### 2.2.1 多模型的贝叶斯公式

贝叶斯公式是概率论的一个著名的公式，由英国著名学者 Thomas Bayes 提出。贝叶斯分析方法结合样本信息与先验信息，可以使分析更加准确快速。贝叶斯统计理论核心是贝叶斯公式，它可以解决经典统计学方法难以克服的问题。给定一个系统，记其中的两个事件为 A、B，则贝叶斯公式可表示为式(2.3)<sup>[61]</sup>：

$$P(A/B) = \frac{P(A, B)}{P(B)} = \frac{P(B/A)P(A)}{P(B)} \propto P(B/A)P(A) \quad (2.3)$$

其中  $P(A/B)$  称为事件 A 的后验概率， $P(B/A)$  称为似然函数（条件概率）， $P(A)$  是事件 A 的先验概率， $P(B)$  称为事件 B 的边缘概率，从公式(2.3)中可以看出  $P(A/B)$  的自变量是  $P(A)$  而与  $P(B)$  毫无关系。

在单模型识别中，参数  $\theta$  的后验概率通常表示为<sup>[62]</sup>：

$$p(\theta/D) = \frac{p(D/\theta)p(\theta)}{\int_{\theta} p(D/\theta)p(\theta)d\theta} \propto p(D/\theta)p(\theta) \quad (2.4)$$

式中， $p(\theta)$  为待修参数  $\theta$  的先验分布；现场试验的输出响应  $D$ ， $p(D/\theta)$  为在  $\theta$  给定下的条件概率分布，通常称为似然函数。

接下来把贝叶斯公式引入到多模型识别中：在给定的随机系统模型群  $M$  中，

对于模型中的参数变量  $\theta$  和现场试验的输出响应  $D$ , 每一个系统模型  $M_i$  的先验概率和得到试验结果的条件概率分别为  $p(\theta/M_i)$  和  $p(D/M_i, \theta)$ 。则在给定的输出响应下, 参数变量向量  $\theta(\theta=(\delta_1, \dots, \delta_n))$ ,  $n$  为修正参数的个数) 的后验概率为<sup>[62]</sup>:

$$p(\theta/D, M_i) = \frac{p(\theta/M_i)p(D/M_i, \theta)}{\int p(\theta/M_i)p(D/M_i, \theta)d\theta} = \frac{p(\theta/M_i)p(D/M_i, \theta)}{P(D/M_i)} \propto p(\theta/M_i)p(D/M_i, \theta) \quad (2.5)$$

其中, 先验概率  $p(\theta/M_i) = \prod_{i=1}^n p(\delta_i/M_i)$ , 采用均匀无偏见的广义先验分布。基于数据  $D$ , 得到给定的模型群  $M$  参数向量  $\theta$  的后验概率:

$$p(\theta/D, M) = \sum_{i=1}^n \frac{p(\theta/M_i)p(D/M_i, \theta)}{p(D/M)} P(M_i/M) \quad (2.6)$$

其中, 式(2.6)中分母  $p(D/M)$  称作贝叶斯因子, 也可认为是输出响应的边缘概率分布。对于给定的随机模型群  $M$ , 这是一个定积分常数。它表示模型群中所有模型得到响应结果的条件概率之和, 可以通过全概率公式求得<sup>[64]</sup>:

$$p(D/M) = \sum_{i=1}^n \int [p(D/M_i, \theta)p(\theta/M_i)d\theta] P(M_i/M) \quad (2.7)$$

### 2.2.2 基于模态参数的贝叶斯公式的推导

在进行土木工程结构的模型修正时, 修正参数向量  $\theta$  多从单元的弹性模量、材料密度、支座刚度等中选择。其先验分布通常是未知的, 但这些参量有明确的物理意义, 可大致确定其范围, 故依据贝叶斯假设采用均匀无偏见的广义先验<sup>[65]</sup>:

$$\pi(\theta_i) = 1 \quad (\theta_i \in [a_i, b_i]; i=1, 2, \dots, m) \quad (2.8)$$

式中,  $a$ 、 $b$  分别为参数的上、下限值;  $m$  为待修正参数的个数。

在有限元模型识别中, 设定待修正物理参数向量为  $\theta$ , 假设结构实测值  $Y(\theta)^E$  和有限元模型的计算预测值  $Y(\theta)^M$  符合下列线性模型:

$$Y(\theta)^E = Y(\theta)^M + \varepsilon \quad (2.9)$$

$$\varepsilon \sim N(0, \text{cov}) \quad (2.10)$$

其中,  $Y(\theta)^E$  是实测向量,  $Y(\theta)^M$  是有限元模型预测向量;  $\varepsilon$  表示测试误差向量, 并用一个均值为 0, 协方差矩阵为  $\text{cov}$  的正态分布来模拟。

当系统模型群有  $N_s$  个模型, 模型群  $M$  的模态数据为:  $\psi_{N_s} = \{\psi(n); n=1, \dots, N_s\}$ , 其中第  $n$  个的模型群数据包括:  $Y^E(n) = \psi(n) = [f_{1n}, \dots, f_{mn}; \varphi_{1n}, \dots, \varphi_{mn}]$ ,  $f_{mn}$  是结构第  $n$  个系统模型的第  $m$  阶的模态频率,  $\varphi_{mn}$  是第  $n$  个系统模型的第  $m$  阶的模态振型,  $m$  为模型测试的总阶数。

将上述引入贝叶斯理论模型中, 由式(2.6)获得在给定了模态参数的待修正参数向量  $\theta$  的后验概率<sup>[65]</sup>:

$$p(\theta/D, M) = c \cdot P(D/\theta, M)P(\theta/M) \quad (2.11)$$

其中  $p(\theta/D, M)$  是给定模态参数  $D$  下待修正参数  $\theta$  的后验概率密度函数,

$P(D/\theta, M)$ 是给定待修正参数  $\theta$  条件下模态参数的条件概率密度函数(似然函数),  $P(\theta/M)$ 是待修正参数的先验分布,  $c$  为贝叶斯因子转化后的一个定积分常数。

由于结构所测试的各阶模态是独立不相关的, 且各个系统模型  $M_i$ 之间是独立的, 所以其似然函数为:

$$p(D/\theta, M) = \prod_i p(\Psi_i/\theta) = \prod_i p(f_i/\theta)p(\varphi_i/\theta) \quad (2.12)$$

其中第  $i$  个模型  $M_i$  亦包含  $m$  阶模态信息, 故而

$$p(f_i/\theta) = \prod_j p(f_{ij}/\theta) \quad (2.13)$$

同理,

$$p(\varphi_i/\theta) = \prod_j p(\varphi_{ij}/\theta) \quad (2.14)$$

将式(2.13)与式(2.14)代入式(2.11)得到联合概率密度函数为:

$$p(D/\theta, M) = \prod_i p(\Psi_i/\theta) = \prod_i \prod_j p(f_{ij}/\theta)p(\varphi_{ij}/\theta) \quad (2.15)$$

基于前面采用的线性回归模型, 结构模态频率  $f$  的线性模型可以设定为<sup>[65]</sup>:

$$f^E(\theta) = f^M(\theta) + e_f \quad (2.16)$$

$e_f$  是频率误差量可以用一个均值为 0, 方差为  $\text{cov}_f$  正态分布来模拟, 其中  $\text{cov}_f$  是一个已知量。故:

$$p(f/\theta, M) = (2\pi \text{cov}_f)^{-1/2} \exp\{-[f(\theta)^E - f(\theta)^M]^T \text{cov}_f^{-1} [f(\theta)^E - f(\theta)^M]\} \quad (2.17)$$

同理, 得到结构模态振型  $\varphi$  的线性模型,

$$\varphi^E(\theta) = \varphi^M(\theta) + e_\varphi \quad (2.18)$$

$$p(\varphi/\theta, M) = (2\pi \text{cov}_\varphi)^{-1/2} \exp\{-[\varphi(\theta)^E - \varphi(\theta)^M]^T \text{cov}_\varphi^{-1} [\varphi(\theta)^E - \varphi(\theta)^M]\} \quad (2.19)$$

接下来, 将式(2.16), (2.17), (2.18)及(2.19)代入到式(2.11)得到待修参数的后验概率函数为<sup>[65]</sup>:

$$p(\theta/D, M) = c \cdot P(D/\theta, M)P(\theta/M) = c \cdot \exp(-\frac{1}{2}J(\theta)) \quad (2.20)$$

$$\begin{aligned}
 J(\theta) &= \sum_{i=1}^{N_s} [y_i^E - y(\theta)_i^M]^T \text{cov}(\varepsilon_y)^{-1} [y_i^E - y(\theta)_i^M] \\
 &= \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^{N_s} [f_{ij}^E - f(\theta)_{ij}^M]^T \text{cov}_f^{-1} [f_{ij}^E - f(\theta)_{ij}^M] + [\varphi_{ij}^E - \varphi(\theta)_{ij}^M]^T \text{cov}_\varphi^{-1} [\varphi_{ij}^E - \varphi(\theta)_{ij}^M] \\
 &= \sum_i \sum_j \left( f_{i,j}^E - f(\theta)_{i,j}^M \right)^2 / \text{cov}_f + \left( \varphi_{i,j}^E - \varphi(\theta)_{i,j}^M \right)^2 / \text{cov}_\varphi \quad (2.21) \\
 &= \sum_i \sum_j \left( f_{i,j}^E - f(\theta)_{i,j}^M \right)^2 / \sigma_{i,j}^2 + (1 - \text{MAC}(\theta)_{i,j})^2 / \sigma_{i,j}^2 \quad (\text{当各分布均为高斯正态分布时})
 \end{aligned}$$

其中， $i$ 、 $j$  分别表示系统模型序列个数和模态阶数， $c$  为与  $\theta$  无关的定积分常数因子， $f$ 、 $\varphi$  分别表示模态频率和振型，上标  $E$ 、 $M$  分别代表模态测试值与模型预测值， $j$  为模态阶数， $\text{cov}$  表示模态测试值和模型预测值之间的协方差矩阵， $\sigma_{i,j}$  为第  $i$  个模型第  $j$  阶模态的标准差， $\text{MAC}$  为模态置信因子（Modal Assurance Criterion，MAC），代表有限元模态和工作模态的匹配程度（如式(2.22)）：MAC 值越趋近于 1，两振型向量的相关系数越大。

$$\text{MAC}_{i,j} = \frac{[(\varphi(\theta)_j^M)^T \varphi_j^E]^2}{[(\varphi(\theta)_j^M)^T \varphi(\theta)_j^M][(\varphi_j^E)^T \varphi_j^E]} \quad (2.22)$$

$\varphi(\theta)_j^M$  和  $\varphi_j^E$  分别代表第  $j$  阶（有限元）模型预测的模态振型向量与测试试验模态分析得到的振型向量。

依据最大后验准则(MAP)，应根据待修参数向量  $\theta$  的后验概率函数(2.20)来寻求最优  $\theta$ ，使得  $p(\theta / D, M)$  最大。根据指数函数的性质，要使式(2.21)最大，即求解  $\theta = \hat{\theta}$  使得  $J(\theta)$  最小<sup>[65]</sup>。式(2.20)中，定积分常数因子  $c$  关系到后验分布的大小，当先验概率为非共轭的混合分布，或修正参数向量  $\theta$  维度较高时（导致积分空间指数型增大），计算量过大，不能采用数值积分或者正态近似的方法求解；同时地， $J(\theta)$  为有关频率和振型的  $\theta$  的函数，当向量  $\theta$  维度较高时， $J(\theta)$  无显示表达式，后验分布复杂且非标准形式。因此，基于统计理论技术的不断发展，工程上经常借助数学抽样方法替代并近似求解参数的后验分布<sup>[65]</sup>。

### 2.3 马尔科夫链蒙特卡罗模拟方法(MCMC)

蒙特卡洛模拟（Monte Carlo，MC）方法，又称随机抽样或统计试验法，是从二十世纪四十年代中期发展起来的计算数学的一个分支<sup>[66]</sup>。蒙特卡洛模拟方法通过事物运动的几何数量和特征，利用数学统计方法来模拟：它以一个概率模型为基础，按照这个模型所描述的过程，通过模拟实验的结果获取问题的相关近似解。最初，蒙特卡洛模拟方法被用来生成大量有限元模型数据样本，然后再利用

贝叶斯理论去评估其后验概率并筛选出有限元模型库。但是，由于 MC 方法抽样效率不高，不能科学全面地代表模型的不确定性空间，于是逐渐被马尔科夫链-蒙特卡洛模拟（Markov chain Monte Carlo, MCMC）抽样方法取代。

目前，由于式(2.21)中待修正参数向量  $\theta$  通常维度较高， $J(\theta)$ 通常无显示表达式，后验分布是复杂、高维、非标准的形式，难以仅仅使用 MC 或其它方法积分求解，因此需要 MCMC 方法及其衍生方法通过抽样替代完成。MCMC 抽样是一种先进的抽样方法，在抽样的过程中基于接受概率函数完成模型的筛选与收敛，最后直接使用模型的后验概率采样平稳段建立模型库。它相对于 MC 方法，可以提高抽样效率，大大减少了计算量和收敛时间。它根据上一个模型（参数向量）和候选模型的差值判断候选模型是否被接受，被接受的模型遂成为马尔科夫链，从而提高了模型库的质量和建成速度。

MCMC 方法的基本思路为：通过随机抽样（蒙特卡洛模拟方法，MC）获取目标后验分布的马尔科夫链，然后基于这些抽样筛选的样本作出了统计推断。当通过 MCMC 抽样获取目标概率分布的样本后，可依据大数定理来估计一系列待修正参数的数字特征（期望方差等）。MCMC 中最常用的两种抽样方法是 Gibbs 抽样与 Metropolis-Hastings(MH) 抽样。

### 2.3.1 Gibbs 抽样

Gibbs 抽样是最容易操作的 MCMC 方法<sup>[67]</sup>，最初是由 Geman 和 Gemans 提出的。Gibbs 抽样进行一次抽样需要执行  $n$  个步骤，在每步中固定抽取 1 个参数；仅对需要抽取的相关参数进行抽样，并不间断地迭代循环下去，直至获得收敛的平稳采样样本。其具体的抽样步骤是：在存在物理意义条件下给出初始向量  $\theta^{(0)} = [\theta_1^{(0)}, \dots, \theta_n^{(0)}]$  后，假设第  $i$  次迭代的结果是  $\theta^{(i)} = [\theta_1^{(i)}, \dots, \theta_n^{(i)}]$ ，则第  $(i+1)$  次抽样如下进行：

1. 由条件分布  $p(\theta_1 / \theta_2^{(i)}, \dots, \theta_n^{(i)})$  抽取  $\theta_1^{(i+1)}$ ；
2. 由条件分布  $p(\theta_2 / \theta_1^{(i+1)}, \dots, \theta_n^{(i)})$  抽取  $\theta_2^{(i+1)}$ ； ...
3. 由条件分布  $p(\theta_n / \theta_1^{(i+1)}, \dots, \theta_{n-1}^{(i+1)})$  抽取  $\theta_n^{(i+1)}$ ；

依次类推，重复以上步骤，直到抽取的样本收敛平稳。记  $\theta^{(i+1)} = [\theta_1^{(i+1)}, \dots, \theta_n^{(i+1)}]$ ，则序列  $[\theta_1^{(0)}, \dots, \theta_n^{(i+1)}]$  就是 Gibbs 抽样的马尔科夫链。

### 2.3.2 MH 抽样

Metropolis-Hastings (MH) 算法最初由 Metropolis<sup>[68]</sup>提出，之后由 Hastings<sup>[69]</sup>加以推广所形成的更加一般化的 MCMC 方法。MH 算法中需要确定两个分布，分别用  $p$  和  $q$  表示，其中  $p$  是平稳分布 (Stationary Distribution, 也称为目标分布)，在本文中为关键参数的后验概率分布。 $q$  为提议分布 (Proposal Function, 也称为转移分布、建议分布)，用于产生新的抽样样本，该分布为了提升计算效率且更

容易产生样本分布，通常满足对称性。 $q$  可以是任何形式，但应遵循便于提高计算效率且较容易产生样本分布，通常可取为高斯正态分布等。不同的提议分布  $q$  会得到不同的接受概率函数，因此选择提议分布是 MH 算法中至关重要的一步。

标准 MH 算法的具体计算过程为<sup>[39]</sup>：

(1) 首先选择具有物理意义的马尔科夫链的启动值  $\theta_0$ ，使其初始概率分布  $p(\theta_0) > 0$ ；

(2) 马尔科夫链下一个样本值仅仅取决于当前样本，而与其它历史样本无关(马氏链状态转移规则)。依据提议分布  $q(\theta / \theta_{i-1})$  (它的物理意义对应着上述马氏链状态的转移规则；通常满足对称性，可以使马氏链高效地趋向于目标后验分布；它通常采用先验概率的分布形式，如在本文中取用的是以马氏链当前样本值为期望，以先验概率的标准差为标准差的高斯正态分布)，产生一个候选样本  $\theta_c$ ；

(3) 基于候选样本  $\theta_c$ ，候选系统模型  $M_c$ ，依据式(2.23)计算接受概率函数<sup>[52]</sup>：

$$\begin{aligned} \alpha(\theta_{i-1}, \theta_c) &= \min\left(1, \frac{p(\theta_c / D, M_c)q(\theta_c / \theta_{i-1})}{p(\theta_{i-1} / D, M_{i-1})q(\theta_{i-1} / \theta_c)}\right) \\ &= \min\left(1, \frac{p(\theta_c / D, M_c)}{p(\theta_{i-1} / D, M_{i-1})}\right) \end{aligned} \quad (2.23)$$

(4) 然后在(0,1)均匀分布中产生随机数  $\mu$ ，当  $\alpha(\theta_{i-1}, \theta_c) \geq \mu$  时，接受候选点  $\theta_c$ ，即  $\theta_i = \theta_c$ ，然后从步骤(2)开始重新迭代；当  $\alpha(\theta_{i-1}, \theta_c) < \mu$  时，拒绝候选点  $\theta_c$ ，取  $\theta_i = \theta_{i-1}$  (Metropolis 准则)；

(5) 重复步骤(2)到步骤(4)，最终产生一条收敛的马尔科夫链(后验概率采样序列)： $\{\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_i\}$  ( $i$  为马氏链抽样迭代次数)，马尔科夫链的参数向量样本即代表着一个个候选样本模型。

### 2.3.3 MCMC 方法的缺点与优化方法探讨

在过去的几十年里，MCMC 方法的出现对统计学特别是贝叶斯理论作出了巨大的贡献，使贝叶斯统计从理论走向现实。MCMC 方法其实是一种动态的蒙特卡罗模拟，其抽样分布随着模拟过程的进行而不断改变(流动性)。在传统的 MCMC 抽样算法中，影响抽样效率的两个主要因素是：提议分布的选取和“燃烧段”的长度。若提议分布越接近目标分布，样本接受概率越高，采样效率必然得以提高；“燃烧段”的长度越短，马尔科夫链收敛速度地就会越快<sup>[30]</sup>。

对于传统的 MCMC 抽样算法，因为初始值往往只是主观地选取，可先通过去除“燃烧段”<sup>[70]</sup> (Burn-in Period, MCMC 抽样过程中马尔科夫链达到静态平衡时所需要的运行迭代次数) 来降低所选初始值不佳的影响---在获取稳态马尔科夫链前先通过一定量的抽样，得到概率较高处的抽样值作为马尔科夫链的初始值。同时的，传统算法针对提议分布  $q$  的选取也有一定的盲目性：对于一般的  $q$  为正

态分布时，如果  $\sigma$  太小，马尔科夫链需要通过的大量抽样才能覆盖参数空间；而如果  $\sigma$  太大，则会使拒绝概率显著增大。两者都将会大大增长稳态收敛的时间，故而选取好的提议分布  $q$  能够大大提高效率，减少马尔科夫链收敛的时间。因此，有必要对传统的 MCMC 方法加以改进，才能更好地实现结构的多模型识别。

## 2.4 三种改进的 MCMC 算法

接上文所述，MCMC 抽样算法在迭代求解过程中需不断调用有限元模型进行计算，如果缺少良好的自动调用修正手段，将导致其计算效率十分低下；此外当参数维度较高，模型复杂时，MCMC 采样样本往往会停滞在一个局部概率较大处<sup>[71]</sup>，即新样本的拒绝率较高，很长迭代后的解仍为同一样本，导致所得样本集无法充分在解空间内均匀分布。本文针对 MCMC 抽样算法存在的不足，先后提出并应用了三种衍生的 MCMC 抽样方法：一种加入窗函数的改进的 MH 抽样方法，TMCMC 抽样方法，加入拉丁超立方抽样（LHS）的 MH 抽样方法，解决了传统 MCMC 抽样算法容易抽样停滞的问题。

### 2.4.1 一种改进的 MH 抽样方法

本文针对 MH 抽样算法存在的不足，提出了一种加入窗函数的改进的 MH 抽样方法，解决了传统 MH 抽样算法容易抽样停滞的问题。本方法的优化创新在于避免了从冗杂的目标函数直接抽样，而是通过两个阶段连续逐步抽样建立有限元模型库。本文利用贝叶斯模型修正的 MH 抽样方法与核函数的原理，编写了基于 Matlab-Strand7 API 交互访问的结构多模型识别程序，其流程图如图 2.3 所示。

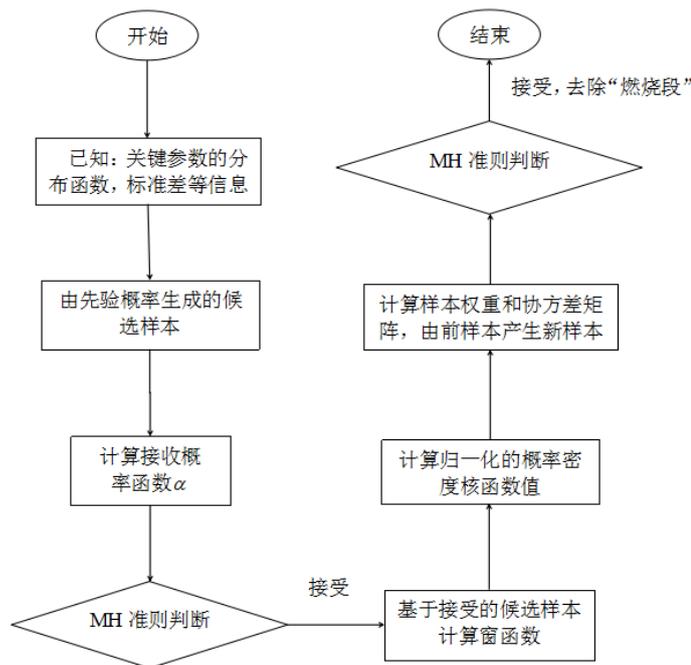


图 2.3 改进的 MH 抽样方法流程图

该流程分为两阶段：第一阶段基于先验分布产生随机数并利用 MH 方法进行样本筛选。样本值最初依赖于初始值，但是当序列长度增加后，经过抽样迭代过程而达到稳态平衡，最后则与初始值无关。第二阶段其核心是利用上一阶段的候选样本产生新的样本，以减小抽样的拒绝概率。具体过程为：

(1)以第一阶段产生的候选样本作为初始样本；

(2)依据该初始样本计算窗函数（窗口因子），概率取值小的窗口被放大，而概率取值大的窗口被缩小<sup>[72]</sup>：

$$\lambda = \frac{\prod_{i=1}^N (\theta)^{\frac{1}{V}}}{(\theta)^{\frac{1}{V}}} \quad (2.24)$$

窗函数需要确定合适的维度值等才可以更好的生成新样本，故窗函数维度参数如下：

$$\omega = \left( \frac{4}{N \cdot (V+2)} \right)^{\frac{1}{V+4}} \quad (2.25)$$

其中  $N$  为样本个数， $V$  为样本的维度大小。

(3)利用式(2.27)和式(2.28)计算得到概率密度核函数值为<sup>[45]</sup>：

$$\nu(\theta) = \frac{1}{(\omega \cdot \lambda)^V} \quad (2.26)$$

(4)由各样本及其标准化的概率密度核函数值（又被称为概率权重）构造候选概率累积分布函数，并计算协方差矩阵，由前次样本生成新样本；

(5)依据 Metropolis 准则判断新样本是否被接受，经过迭代获取后验样本库。

综上所述，经过两个阶段的抽样过程，去除“燃烧段”的样本模型即为最终的有限元模型库。在样本的逐步收敛的过程中，分为不同的阶段，第一阶段根据先验概率采样，第二阶段中根据窗函数概念进行采样，在各阶段中样本逐渐收敛，在计算中可利用最后的阶段的样本的分布来确定目标值。启动马尔科夫链时以先验概率生成候选样本，其后以前一部分产生的样本值的核概率密度函数为候选样本再生成新的样本，最终以此建立有限元模型库<sup>[73]</sup>。

## 2.4.2 传递式的 MCMC (TMCMC) 抽样方法

一般来说，上述改进的 MH 抽样方法可以应用于存在“峰谷”的概率密度分布函数 (PDF)，但是因为窗函数需要对每一个中间 PDF 进行窗函数估计，若参数个数过多时该抽样方法将会速度减慢。Ching 和 Chen<sup>[42]</sup>在 2007 提出了传递式的 MCMC 方法 (TMCMC)；Muto 和 Beck<sup>[44]</sup>接下来利用 TMCMC 算法对结构模型进行了模型修正并取得了良好的效果；随后，Zheng 和 Chen<sup>[74]</sup>基于 TMCMC 与有限元软件对一座大型复杂桥梁结构的桥墩进行了损伤识别研究。

TMCMC 方法采用了自行选择一系列中间 PDF 分阶段收敛至目标函数的思想，其优点在于 TMCMC 可以自行选择中间 PDF，而可以更好地解决高维参数的问题并对实际结构分析更具有适用性；并且，由于在 TMCMC 中，下一阶段的 PDF 是以现阶段 PDF 的基础上再次抽样得到的，因而可以确保马尔科夫链不会在“局部被困”，解决了传统 MCMC 的缺陷问题。TMCMC 抽样流程图如图 2.4 所示。

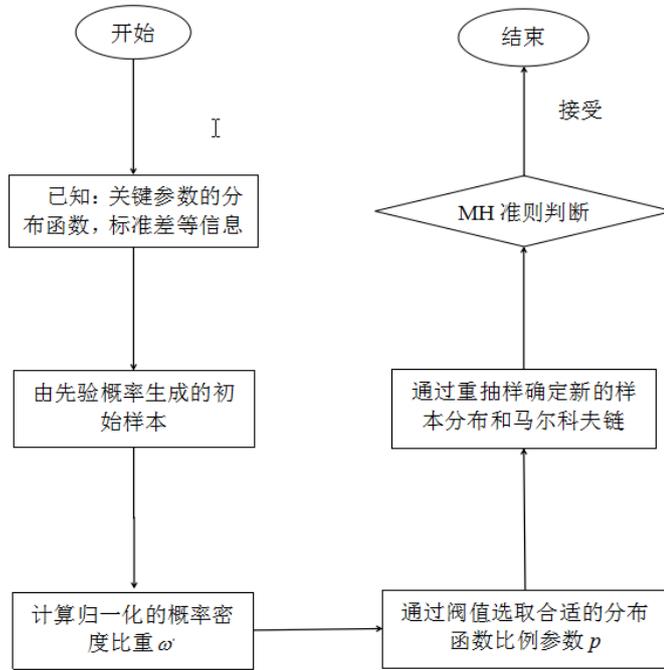


图 2.4 TMCMC 抽样方法流程图

由上文可知，MCMC 方法的优点是可以不需要计算分母关于  $f(D/M)$  的高维积分而进行随机抽样，因此在 TMCMC 构造数学表达式中略去  $f(D/M)$  的表达式而简化公式，并得到中间 PDF 的贝叶斯条件概率模型：

$$f_j(x) \propto f(M_i) \cdot f(D/M_i)^{p_j}, j = 0, \dots, m, 0 = p_0 < p_1 < \dots < p_m = 1 \quad (2.27)$$

式(2.27)中比例符  $\propto$  表示成比例关系， $j$  为第  $j$  个阶段的概率密度分布， $m$  为中间分布数量， $p_j$  为中间分布和目标分布的比例因子。

从上式(2.27)可知，所构造的中间 PDF 的条件概率模型具有如下的性质：

(1) 一系列的中间 PDF 从先验分布  $f(x/M)$  开始，即当  $j=0$  时， $p_0=0$ ，这是第一个阶段的 PDF： $f_0(x) \propto f(x/M)$ ；

(2) 最后阶段 PDF 为所要得到的后验分布。当  $j=m$  时， $p_m=1$ ，第  $m$  阶段的 PDF 分布可以逐步从先验分布  $f(x/M)$  过渡到后验分布  $f(x/D, M)$ 。虽然一般来说，由先验  $f(x/M)$  到最后的  $f(x/D, M)$  变化剧烈，使得传统的 MCMC 抽样方法不再适用；但是两个相邻的中间 PDF 之间变化却很小，这使得 TMCMC 可以有效地从  $f_j(x)$  得到  $f_{j+1}(x)$  的分布；经过  $m$  个阶段，概率分布可以逐步从  $f(x/M)$  过渡到  $f(x/D, M)$ 。

依上文所述，TMCMC 的优越性在于不需要估计复杂的核函数，而是基于

$f_j(x)$  的重抽样获取  $f_{j+1}(x)$ 。在  $f_j(x)$  阶段，从中抽取  $N_j$  个样本值，记为  $\{x_{j,l} : l=1,2,\dots,N_j\}$ ， $f_{j+1}(x)$  阶段的新样本可记为  $\{x_{j+1,l} : l=1,2,\dots,N_{j+1}\}$ 。

计算  $f_j(x)$  的样本相对于  $f_{j+1}(x)$  的概率密度权重  $w$  并进而得到标准化权重  $w'$

$$\omega(x_{i,j}) = \frac{f(x_{i,j}/M)f(D/x_{i,j},M)^{p_{i+1}}}{f(x_{i,j}/M)f(D/x_{i,j},M)^{p_i}} = f(D/x_{i,j},M)^{p_{i+1}-p_i} \quad (2.28)$$

$$\omega'(x_{i,j}) = \frac{\omega(x_{i,j})}{\sum_{l=1}^{N_j} \omega(x_{i,j})}, l=1,\dots,N_j \quad (2.29)$$

取  $0 \sim 1$  之间的一个随机数为  $\alpha$ ，进行如下判定：

若  $\omega'_{i,j} > \alpha$ ， $x_{k,j+1} = x_{i,j}, k=1,\dots,N_{j+1}$ ；当  $\omega'_{i,j}$  较大时，说明具有相对较大的概率密度值的样本值更有可能被接受并进入下一阶段  $f_{j+1}(x)$ 。

当  $N_j$  和  $N_{j+1}$  足够大时， $\{x_{j+1,l} : l=1,2,\dots,N_{j+1}\}$  即为  $f_{j+1}(x)$  的分布，并且通过大数定理可以近似得到  $w_j$  的期望值：

$$\begin{aligned} E[\omega(x_{j,l})] &= \int \omega(x) \cdot f_j(x) dx = \int f(D/x, M)^{p_{i+1}-p_i} \cdot f_j(x) dx \\ &= \int f(D/x, M)^{p_{i+1}-p_i} \cdot \frac{\int f(x_j/M) f(D/x, M)^{p_i} dx}{\int f(x_j/M) f(D/x, M)^{p_i} dx} \end{aligned} \quad (2.30)$$

$$\text{且 } E[\omega(x_{j,l})] \approx \bar{\omega} = \sum_{l=1}^{N_j} \omega(x_{j,l}) / N_j;$$

因此，经过  $m$  个阶段，当  $j=m-1$  时，样本  $\{x_{j+1,l} : l=1,2,\dots,N_{j+1}\}$  为近似的  $f_m(x)$ ，且  $f_m(x)=f(x/D, M)$ ，即为所求的目标后验分布函数；而  $\prod_{j=0}^{m-1} \bar{\omega}$  即为  $f(D/M)$  的近似无偏估计。

运用 TMCMC 进行多阶段抽样时，还要选取合适的分布函数比例参数  $p^{[42]}$ ： $\{p_j : j=1,\dots,m-1\}$ 。 $p$  的作用是能够让 PDF 从先验分布逐步过渡至后验分布，同时保证前后两阶段的 PDF 在几何上相似，但  $p_{j+1} - p_j$  亦不能太小而增加无必要的计算量。因此， $p$  的选取应使前几个阶段可以过渡的较为缓慢，而到最后收敛阶段时候能够选择较大的值而提高计算效率。此外，“燃烧段”在 TMCMC 算法中不再是一个问题，因为所有的初始样本均已经进入平稳采样阶段，即意味着马氏链是从平稳采样段后开始的。

概率密度权重  $\omega_{i,j} = f(D/x_{i,j}, M)^{p_{i+1}-p_i}$  是一个能够有效衡量前后阶段差异性的参数指标。因而，在选择  $p$  时，可以通过令  $w$  的方差小于某个阈值以确定  $(p_{j+1} - p_j)$  的大小；已知  $p_0 = 0$ ， $p_m = 1$ ，因此  $p_j$  可以逐步确定。

最后，总结 TMCMC 抽样方法的基本步骤<sup>[44]</sup>：

- (1) 选择先验分布， $j=0$ ， $f_j(x) = f(x/M)$ ，抽样得到  $\{x_{j,l} : l=1, \dots, N_j\}$ ， $j=0,1,\dots,m$ ；
- (2) 计算概率密度权重  $\omega_{i,j} = f(D/x_{i,j}, M)^{p_{i+1}-p_i}$ ， $l=1,\dots,N_j$  的方差，使  $\sigma_w$  接近于预先给定的阈值以确定  $p_{j+1}$ ；

(3) 通过重抽样得到初始值  $x_{k,j+1}$  并构造马氏链，提议分布是以  $x_{k,j+1}$  为均值，方差为  $\sigma_j$  的正态分布；进行 MCMC 抽样，并用 Metropolis 准则判断是否接受，得到下一阶段的  $f_{j+1}(x)$ ， $\{x_{l,j+1} : l=1, \dots, N_{j+1}\}$ ，此时  $j=j+1$ ；

(4) 重复第 (2) 步，直到  $j=m$ 。经过  $m$  个阶段后，得到  $f_m(x) = f(x/D, M)$ ，样本  $\{x_{l,m} : l=1, \dots, N_m\}$  构成近似的后验分布函数。

### 2.4.3 拉丁超立方抽样 (LHS)

在上述基于 MCMC 的模型识别中，MCMC 所利用到的蒙特卡罗 (Monte Carlo, MC) 模拟所抽样结果被公认为趋近于真实值，但它需要大量的统计样本，故计算工作量巨大；而拉丁超立方抽样方法 (Latin Hypercube Sampling, LHS) 可以避免重复抽样，能以较小的样本量反映整体的变化规律，往往可以有效地改善样本的均值和方差值，从而大大减少了抽样次数。

LHS 最早是由 Mc Kay 等<sup>[75]</sup>提出的，如今已应用于众多领域<sup>[76,77]</sup>。LHS 抽样是一种多维分层的抽样手段，它的工作原理是 (举 4 样本 2 维 LHS 如图 2.5)：

(1) 定义参与计算机计算的抽样数目  $N$ ；

(2) 把每个维度等概率均匀地分成  $N$  列， $x_{i0} < x_{i1} < x_{i2} < x_{i3} \dots < x_{in} < \dots < x_{iN}$ ，且有

$$P(x_{in} < x < x_{i(n+1)}) = \frac{1}{N};$$

(3) 再从每一维里随机抽取一个样本，将它们组成向量，完成抽样。

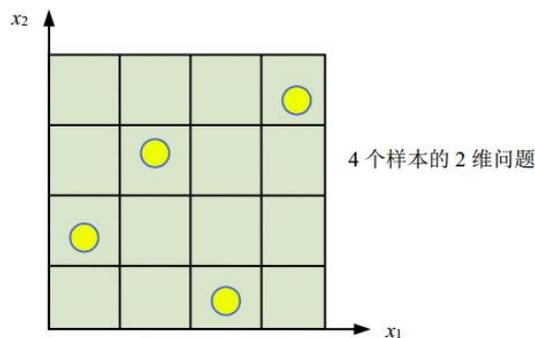


图 2.5 拉丁超立方抽样 (LHS) 样例<sup>[77]</sup>

相比于其它抽样方法，LHS 方法的最大优势就在于不论抽样数目的大小。都能比较容易地生成样本；LHS 方法对期望和方差的估计与 MC 方法相比，其标准误差较小，可以相对地节省样本数量。在实际应用中，LHS 对均值和方差的估计与 MC 方法相比常会显著提升。

设定估计均值是：

$$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N f(x_n) \quad (2.31)$$

假设  $y$  是关于输入变量的线性函数： $y = \sum_{i=1}^d a_i x_i$ ，分别利用 MC 抽样和 LHS 方法对均值进行估计，结果都是式 (2.31)，而标准误差分别为：

$$\text{MC: } E[(\bar{y} - \mu_y)^2] = \frac{1}{N} \sum a_i^2 \sigma_{x_i}^2 = \frac{1}{N} \sigma_y^2 \quad (2.32)$$

$$\text{LHS: } E[(\bar{y} - \mu_y)^2] = \frac{1}{N^3} \sum a_i^2 \sigma_{x_i}^2 = \frac{1}{N^3} \sigma_y^2 \quad (2.33)$$

因而： $\frac{\text{LHS的标准误差}}{\text{MC抽样的标准误差}} = \frac{1}{N^2}$ ，因而 LHS 相对于 MC 方法是高效准确的。

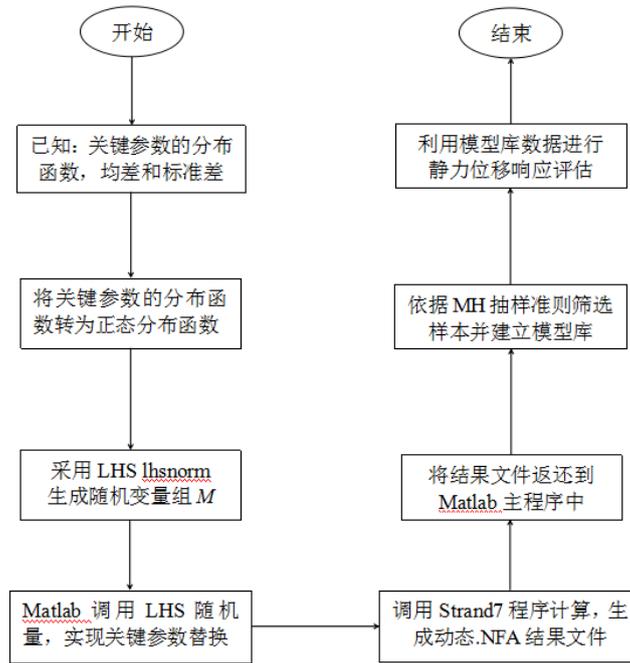


图 2.6 本文 LHS 方法计算流程框图

本文结合了 LHS 抽样和 MH 抽样技术的特点，编制了基于 Matlab-Strand7 API 的有限元运行程序（流程图如图 2.6 所示）：根据关键参数（“模型碎片”）的基本分布情况，在 Matlab 中利用拉丁超立方抽样技术（LHS）代替蒙特卡洛模拟（MC）进行样本抽样，再通过编程将每组抽样变量的随机值转入商业有限元软件 Strand7 中进行计算分析得到相应的响应值，然后将得到的响应值加载到 MH 抽样程序中利用 Metropolis 准则进行判断、处理与分析。结果表明该程序能快速抽样，生成有限元模型库，实现高效、准确的计算分析。

## 2.5 交互访问技术（API）与目标函数

本文通过对关键参数（“模型碎片”）的估计实现贝叶斯统计模型修正过程：首先，依据科技工程人员的先验信息对具体结构的模型进行先验估计，然后基于试验获取结构样本模态信息（模态频率、振型等实测数据），选取模态参数的目

标函数，最后利用贝叶斯公式完成有限元模型的修正识别。

对于大型复杂结构，多模型结构识别过程会生成大量的有限元模型，Matlab 编程与手动迭代计算均难以完成。针对此技术难题，本文的多模型结构识别采用了 Matlab-Strand7 交互访问（API）技术。Matlab 是一种强大的编程工具，它包含众多特有的模块化的命令，因此选择 Matlab 进行交互访问是最好的选择；Strand7 是澳大利亚 Strand7 公司开发的大型模拟仿真系统，在土木工程领域有广泛的应用，它具有强大的求解功能：静动力计算、模态分析、系统温度瞬态/稳态分析、温度应力分析等，且安装过程简单、计算效率高，相对于其他大型有限元软件的综合价值较好。Matlab-Strand7 API 技术具体过程为：在多模型结构识别方法中，首先以 Matlab 为工具编写抽样程序对模型关键参数进行随机抽样，接着将这些参数代入 Strand7 软件的有限元模型中生成有限元模型库，最后将有限元分析结果返还 Matlab 并进行评价。基于 Matlab-Strand7 API 建立的连接接口，利用 Matlab 编程能直接定义和修改 Strand7 模型中的多种参数并进行反复迭代，自动计算和提取结构的响应，实现了数据编程分析与有限元模拟分析的分离。实际应用时，需要将 Matlab 和 Strand7 两个软件放置于系统环境变量路径中，并将 St7APICall.h 与 St7APIConst.m 放置在 Matlab 的目录内。Matlab 与 Strand7 的 API 模块的交互访问功能流程可见于图 2.7<sup>[81]</sup>。

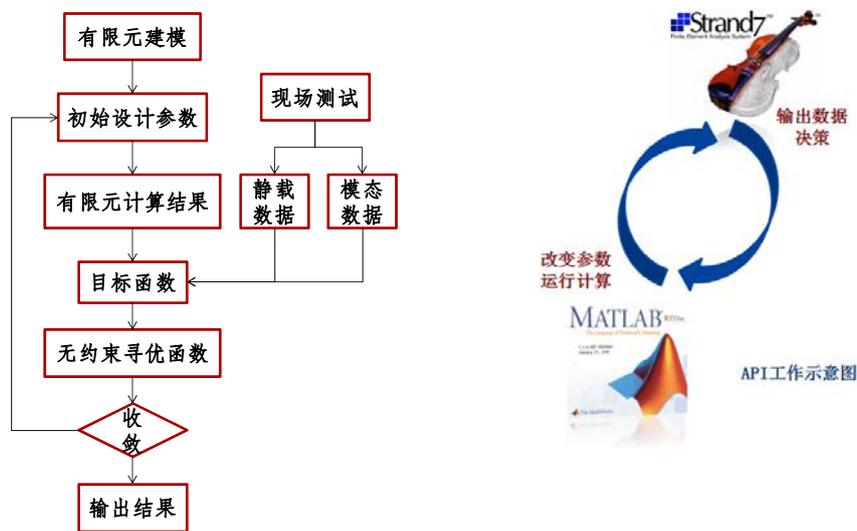


图 2.7 Matlab-Strand7 API 模块技术流程图<sup>[81]</sup>

在进行 Matlab-Strand7 API 中，由于各抽样过程中需要根据上一个模型和候选模型的差值判断候选模型是否被接受，因此需要设定目标函数比较修正模型和实际结构的误差，并利用 Matlab 编程设定目标函数和解的精度，当目标函数精度满足要求时，程序就会收敛并得到最优解。本文定义的目标函数是基于结构前  $j$  阶的模态频率和振型的差值：

$$obj(\theta) = \sum_j \left[ \left( \frac{f_j^E - f(\theta)_j^M}{f_j^E} \right)^2 + (1 - \sqrt{MAC(\theta)_j})^2 / MAC(\theta)_j \right] \quad (2.34)$$

式(2.34)中,  $obj(\theta)$ 代表目标函数,  $\theta$ 是待识别的模型参数,  $f$ 是固有频率, MAC代表模态置信因子, 下标  $E$ 、 $M$  分别代表试验值与 Strand7 有限元模型预测值,  $j$ 是模态阶数。

## 2.6 验证算例：简支梁有限元数值模型

本文为了验证上述三种基于贝叶斯理论的多模型识别方法(改进的 MH 抽样、TMCMC 抽样、LHS 抽样)的识别效果, 利用一根简支梁的数值算例进行了多模型的结构识别研究与响应评估, 并通过一种单模型结构识别方法---遗传算法(GA)进行了对比。识别流程图如图 2.8 所示。

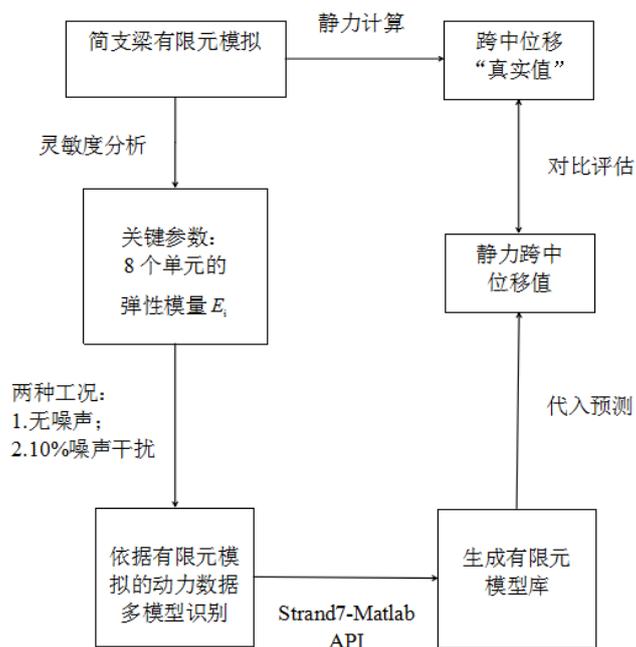


图 2.8 简支梁模型多模型识别流程图

### 2.6.1 数值模型与工况定义

本文以一个简支梁有限元模型为例进行数值仿真验证笔者提出的多模型识别方法。笔者利用 Strand7 有限元软件建立有限元模型：简支梁净跨为 4.0 m, 构件试件截面尺寸: 150 mm×300mm, 材料弹性模量取  $E=3.45 \times 10^4$ MPa, 泊松比  $\sigma=0.2$ , 密度  $\rho=2500$ kg/m<sup>3</sup>, 考虑了剪切变形与转动惯量的影响(均在 Strand7 软件“材料属性”处勾选)。简支梁有限元模型总共平均划分为 40 个单元, 每 5 个单元设定为 1 个待识别的关键参数(“模型碎片”)。对所有 8 个关键参数均取  $E_0=3.45 \times 10^4$  MPa 作为初始设计值, 单元  $i$  的标准化弹性模量用  $E_i$  表示。完好状态下, 各个单元  $E_i$  均为  $1.0E_0$ ; 损伤状态下,  $E_2$ ,  $E_6$  分别为  $0.70E_0$ ,  $0.90E_0$ (简支梁  $E_i$  损伤不对称), 其余各个单元  $E_i$  仍为  $1.0E_0$ 。简支梁模型示意图如图 2.9。通过改变关键参数(“模型碎片”)的大小组装成候选有限元样本模型, 利用改进的

MH 抽样筛选，从而获得马尔科夫链并建立模型库（模型库概念图如图 2.10）。

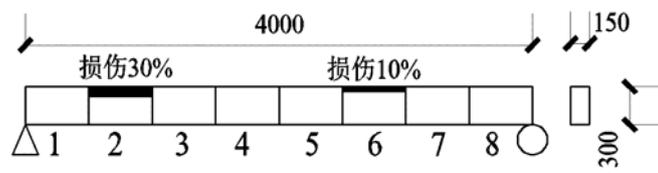


图 2.9 简支梁模型损伤示意图(单位：mm)

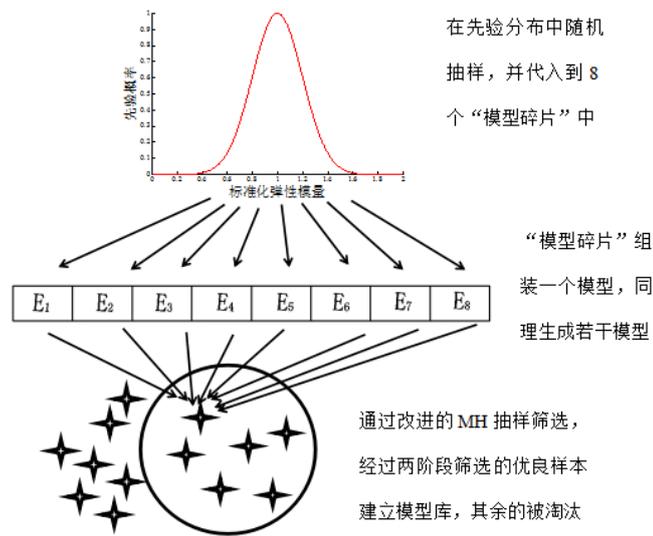


图 2.10 有限元模型库建立概念图

利用 Strand7 软件进行计算模态分析获得前 5 阶频率、振型等模态参数，视为“真实值”，其中损伤前后的模态频率计算结果如表 2.1 所示。

表 2.1 Strand7 计算获得的频率结果(Hz)

模态振型阶数	1	2	3	4	5
完好结构的频率	34.81	138.42	320.52	513.37	808.13
损伤结构的频率	33.60	133.89	310.44	499.24	779.36

实际测试中存在着实际结构与有限元建模之间的模型误差，测试结果亦存在着测试误差，它们均可概括为噪声影响。本文噪声工况下的实测频率与模态振型通过在有限元计算结果上增加一个随机数/序列来进行模拟。为了模拟测量噪声，噪声影响下的频率和模态振型分别表示为<sup>[80]</sup>：

$$\hat{f} = f(1 + \frac{\psi}{100} \mathfrak{R}) \quad (2.35)$$

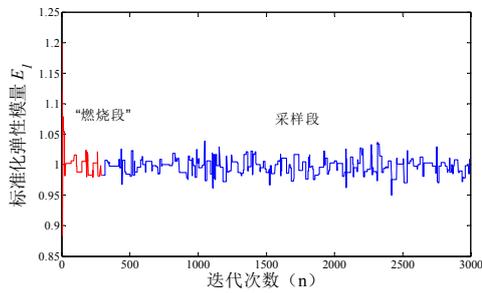
$$\hat{\phi} = \phi(1 + \frac{\psi}{100} \mathfrak{R}) \quad (2.36)$$

式中， $f$  表示有限元模型计算得到的频率， $\phi$  表示有限元模型计算得到的模态振型， $\psi$  表示噪声水平（%）， $\mathfrak{R}$  表示零均值变异系数为 1.0 的随机变量。设

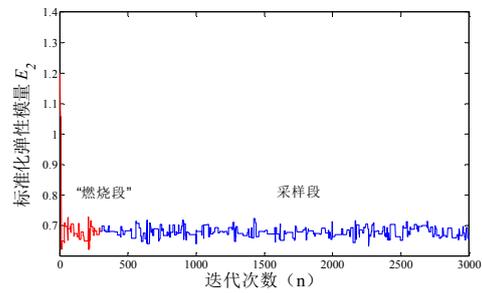
定工况 1 为无噪声识别，工况 2 为有噪声识别：噪声水平  $\psi$  被设定为  $(\pm) 10$ ，在计算频率与振型数据时加入如式(2.35)、(2.36)所示的噪声数据，进行有噪声的多模型识别研究。

### 2.6.2 改进的 MH 抽样识别

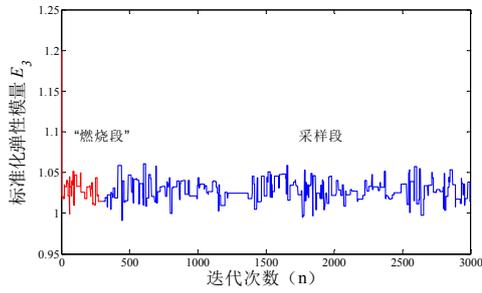
确定简支梁的 8 个单元的标准化的弹性模量为多模型识别的关键参数，基于损伤简支梁模型的工况 1 无噪声识别：各关键参数的启动值均设定为 1.2，关键参数的先验分布均设定为期望是 1.0、标准差为 0.2 的高斯正态分布。利用本文提出的多模型结构识别方法对  $E_1 \sim E_8$  八个关键参数进行 3000 次的抽样迭代。通过改变参数大小获得新样本模型，利用改进的 MH 方法进行筛选，获得马尔科夫链。



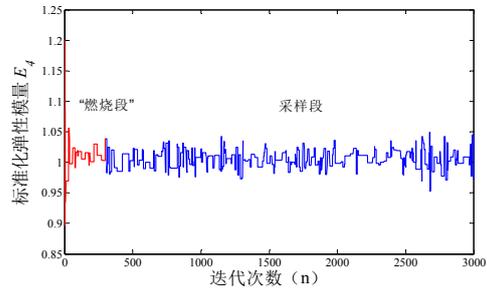
(a)  $E_1$



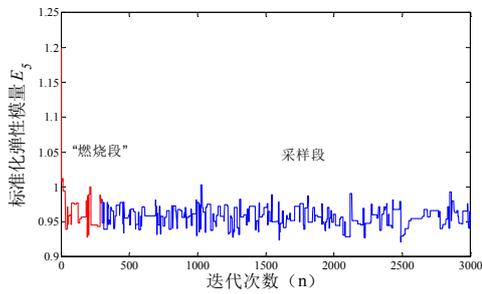
(b)  $E_2$



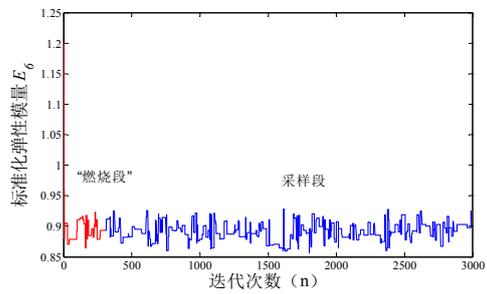
(c)  $E_3$



(d)  $E_4$



(e)  $E_5$



(f)  $E_6$

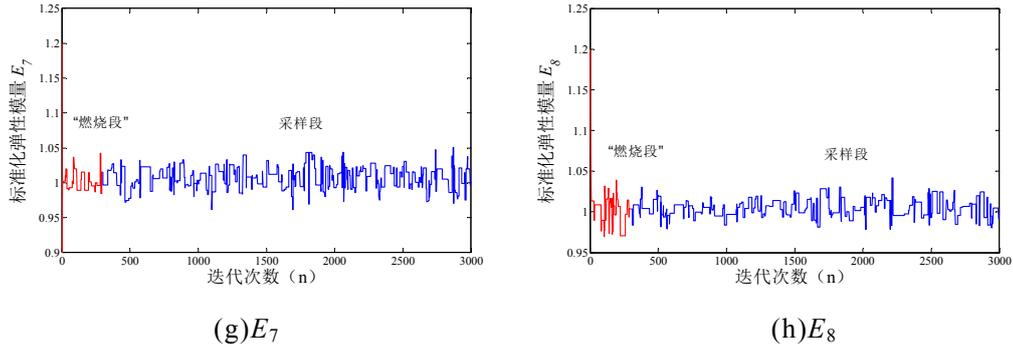
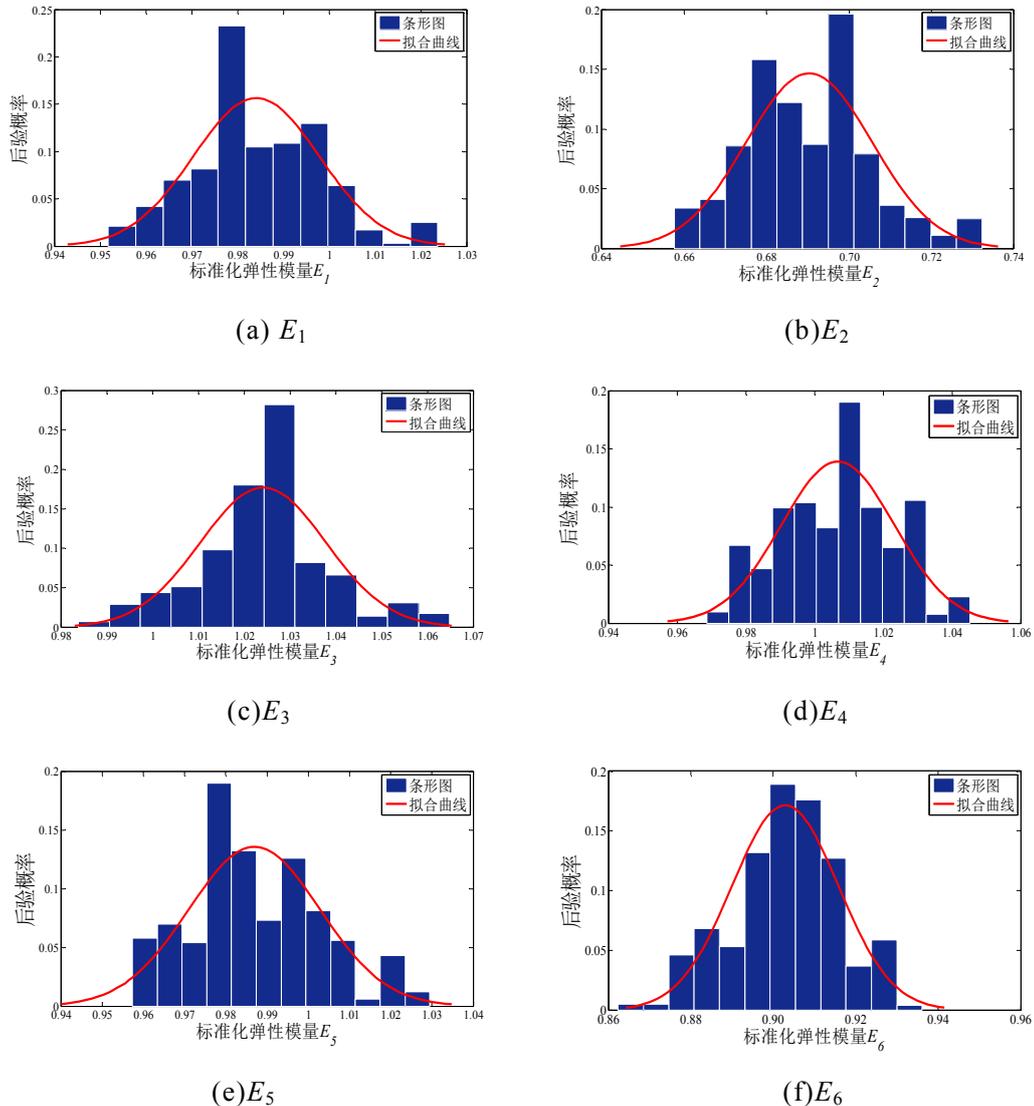


图 2.11 简支梁弹性模量的马尔科夫链

如图 2.11, 对于关键参数 (“模型碎片”)  $E_i$  马尔科夫链的 3000 个后验样本, 最初的抽样是杂乱无章的, 故去除总样本前面的不稳定的 10% “燃烧段”, 以降低所选启动值不佳的影响; 取剩下的 2700 个样本模型建立有限元模型库简支梁算例的最终的后验分布表示于图 2.12 和表 2.2。直方图表示各弹性模量的后验概率分布结果, 粗实线为其通过正态拟合 (Matlab 中的 Histfit) 的结果。



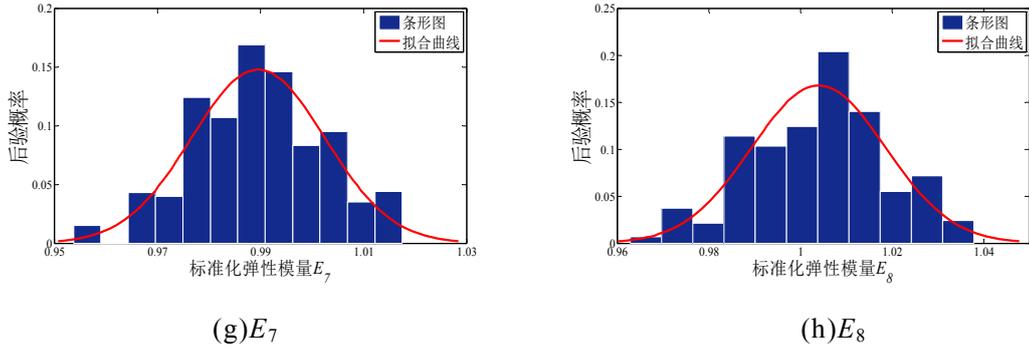


图 2.12 无噪声条件下简支梁单元弹性模量后验分布

工况 2 有噪声识别：启动值、先验分布与多模型识别过程与前述无噪声的过程步骤相同。识别结果见图 2.13（最大后验估计值，以损伤的  $E_2$ ,  $E_6$  为例）和表 2.2。直方图表示后验概率分布结果，粗实线为其通过正态拟合（Histfit）的结果。

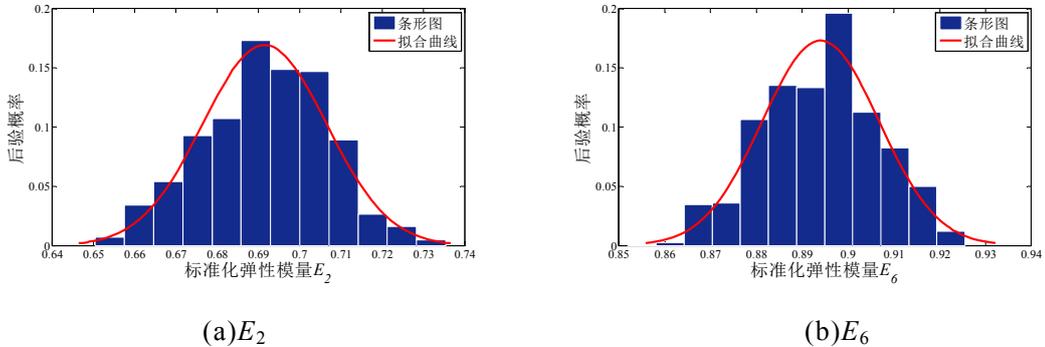


图 2.13 噪声干扰下部分简支梁单元弹性模量后验分布

表 2.2 简支梁基于改进的 MH 抽样的多模型识别结果（最大后验估计值）

关键参数	初始值	先验分布	“真实值”	无噪声	修正误差 (%)	有噪声	修正误差 (%)
$E_1$	1.2	$N(1, 0.2)$	$1.0E_0$	$0.98E_0$	-2.00	$1.02E_0$	2.00
$E_2$	1.2	$N(1, 0.2)$	$0.70E_0$	$0.70E_0$	0	$0.69E_0$	-1.42
$E_3$	1.2	$N(1, 0.2)$	$1.0E_0$	$1.03E_0$	3.00	$0.99E_0$	-1.00
$E_4$	1.2	$N(1, 0.2)$	$1.0E_0$	$1.01E_0$	1.00	$1.03E_0$	3.00
$E_5$	1.2	$N(1, 0.2)$	$1.0E_0$	$0.98E_0$	-2.00	$1.01E_0$	1.00
$E_6$	1.2	$N(1, 0.2)$	$0.90E_0$	$0.90E_0$	0	$0.90E_0$	0
$E_7$	1.2	$N(1, 0.2)$	$1.0E_0$	$0.99E_0$	-1.00	$0.98E_0$	-2.00
$E_8$	1.2	$N(1, 0.2)$	$1.0E_0$	$1.01E_0$	1.00	$1.00E_0$	0

注：其中修正误差定义为：修正误差 = (无噪声/有噪声多模型识别结果 - “真实值”) / “真实值” × 100%

根据上述图表可以看出：无噪声情况下，各单元弹性模量识别结果相对修正

误差均在 3%以内，基本吻合“真实值”。说明该多模型识别方法在数值模型计算方面具有良好的识别效果，识别出的损伤概率具有参考价值；而噪声对多模型识别结果干扰变化并不明显，说明该多模型识别方法的抗噪性能良好。

### 2.6.3 TMCMC 抽样

接下来，基于 TMCMC 抽样分别在工况 1 无噪声和工况 2 有噪声的两种工况下对损伤的简支梁进行多模型结构识别并进行比较分析。关键参数的先验分布均设定为期望是 1.0、标准差为 0.2 的高斯正态分布，绘图区域均在 (0,2) 之间。

工况 1 无噪声识别：八个关键参数（“模型碎片”）的先验分布都设定为期望是 1.0、标准差为 0.2 的高斯正态分布。利用本文提出的 TMCMC 抽样的多模型结构识别方法对  $E_1 \sim E_8$  这八个关键参数进行了 3000 次的采样，TMCMC 抽样没有“燃烧段”，模型抽样结果如图 2.14 所示，散点表示 TMCMC 抽取的模型样本。

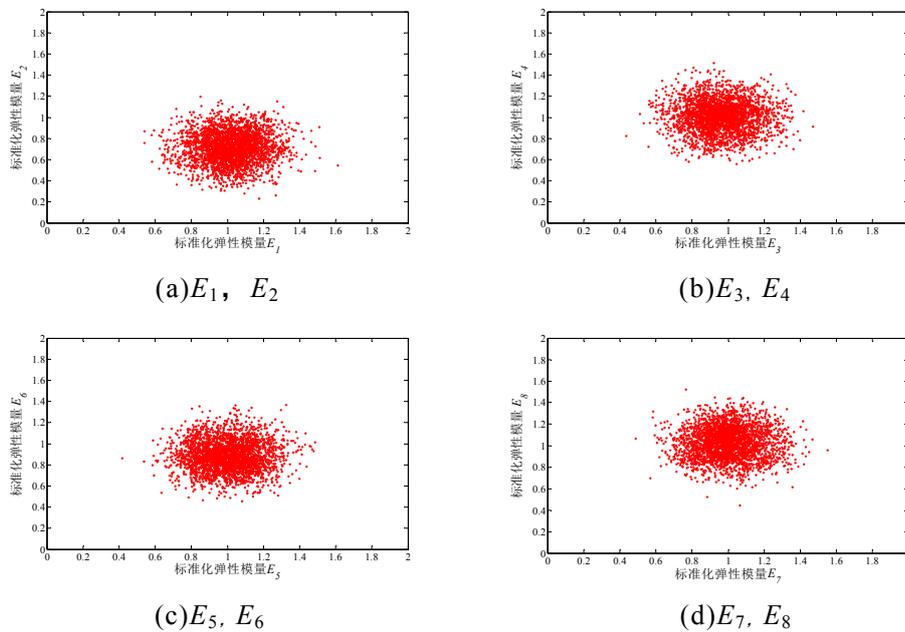


图 2.14 工况 1 无噪声时简支梁梁单元弹性模量抽样结果

由这 3000 个样本模型建立有限元模型库。简支梁数值算例的各个关键参数后验分布与多模型识别结果（最大后验估计值）见于图 2.15 和表 2.3。可以看出：基于 TMCMC 抽样各关键参数的多模型识别结果均基本符合“真实值”，误差不超过 3%，说明该多模型识别方法在无噪声情况下的数值模拟分析方面具有较好的识别效果。

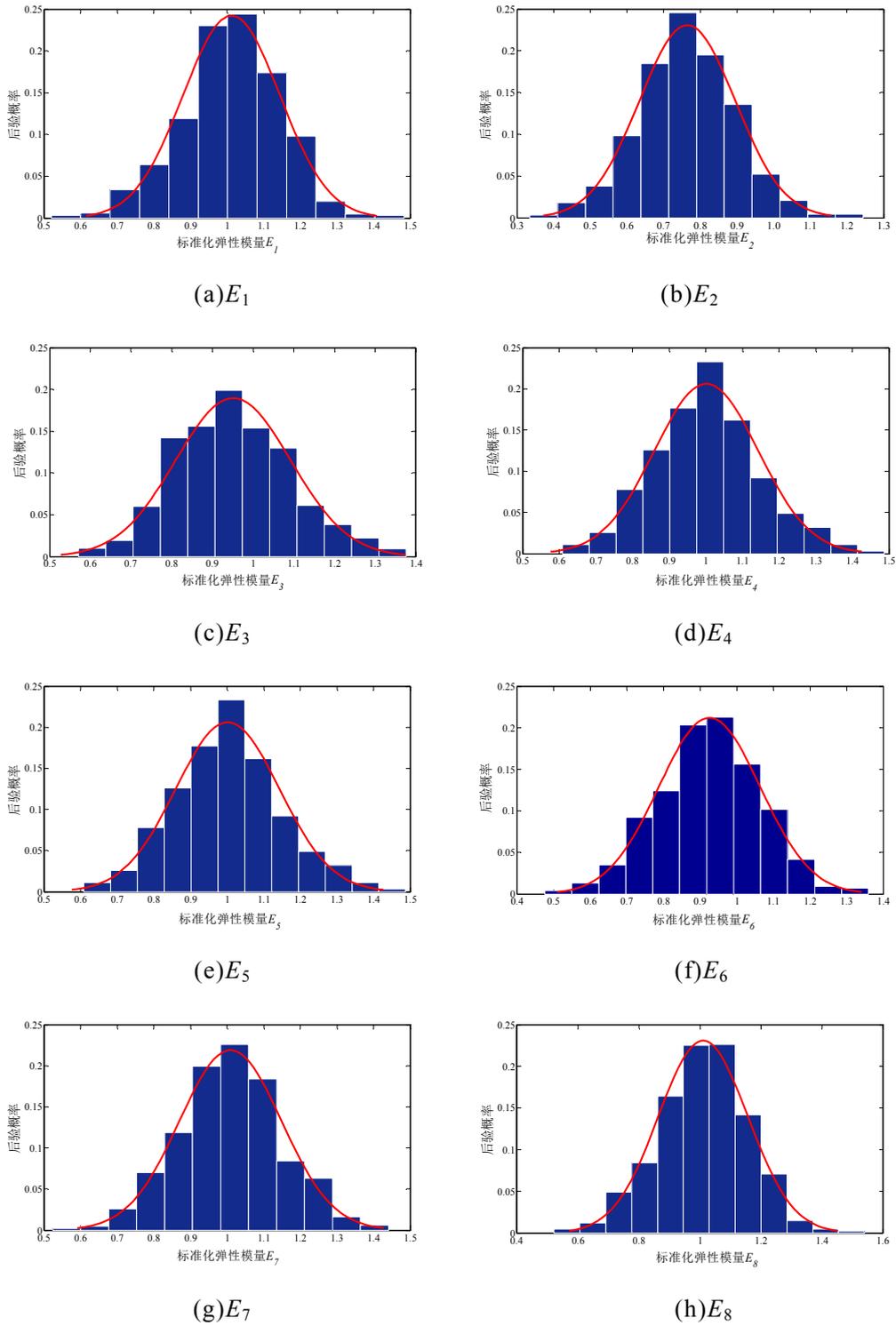


图 2.15 工况 1 无噪声时简支梁单元弹性模量后验分布

工况 2 有噪声识别：噪声水平  $\psi$  被设置为 10%，在计算频率与振型数据时加入如式 (2.35)、(2.36) 所示噪声数据，进行有噪声的多模型识别研究。先验分布与多模型识别过程与工况 1 的无噪声的过程步骤相同。多模型识别结果（最大后验估计值，篇幅有限，以损伤的  $E_2$ 、 $E_6$  为例）如图 2.16 和表 2.3。

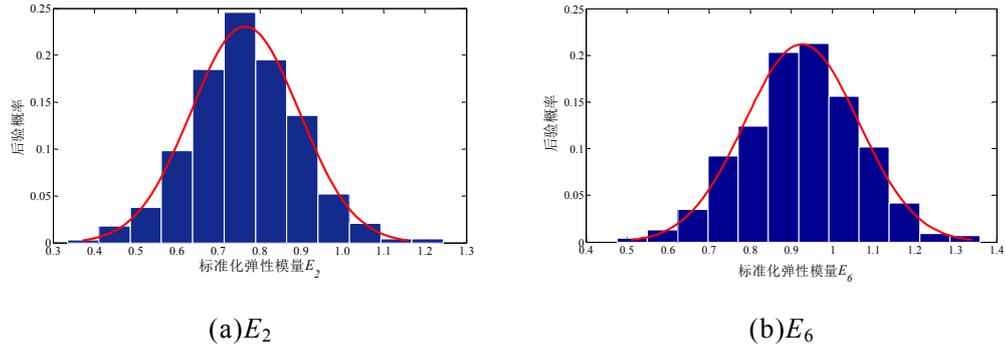


图 2.16 工况 2 有噪声时部分简支梁单元弹性模量后验分布

表 2.3 简支梁基于 TCMC 抽样的多模型识别结果（最大后验估计值）

关键参数	先验分布	“真实值”	工况 1 TCMC	修正误差 (%)	工况 2 TCMC	修正误差 (%)
$E_1$	$N(1, 0.2)$	$1.0E_0$	$1.02E_0$	2.00	$1.03E_0$	3.00
$E_2$	$N(1, 0.2)$	$0.70E_0$	$0.72E_0$	2.86	$0.73E_0$	4.29
$E_3$	$N(1, 0.2)$	$1.0E_0$	$0.97E_0$	-3.00	$0.99E_0$	-1.00
$E_4$	$N(1, 0.2)$	$1.0E_0$	$1.01E_0$	1.00	$0.99E_0$	-1.00
$E_5$	$N(1, 0.2)$	$1.0E_0$	$1.00E_0$	0	$1.01E_0$	1.00
$E_6$	$N(1, 0.2)$	$0.90E_0$	$0.93E_0$	3.33	$0.96E_0$	6.67
$E_7$	$N(1, 0.2)$	$1.0E_0$	$1.01E_0$	1.00	$0.99E_0$	-1.00
$E_8$	$N(1, 0.2)$	$1.0E_0$	$1.03E_0$	3.00	$1.02E_0$	2.00

注：其中修正误差定义为：修正误差=（无噪声/有噪声多模型识别结果-“真实值”）/“真实值”×100%

综合上述图表结果发现：除了弹性模量  $E_6$  偏差较大外，其余的关键参数（“模型碎片”）识别结果均有效准确，说明噪声对基于 TCMC 抽样的多模型识别干扰变化不大，该方法的抗噪性能良好。

### 2.6.4 拉丁超立方抽样（LHS）

本节基于拉丁超立方抽样（LHS）技术，加入传统的 MH 方法，替换蒙特卡罗模拟随机抽样部分。利用 Matlab-Strand7 API 的有限元抽样分析方法在工况 1 无噪声和工况 2 有噪声的两种工况下对损伤的简支梁进行了多模型的结构识别。

工况 1 无噪声识别：利用拉丁超立方抽样指令： $r=lhsnorm(mu, sigma, M, N)$ ，产生服从  $N(1, 0.2)$  分布的  $m$  行  $n$  列随机变量数组  $R$ 。启动值为 1.2，利用本文提出的加入 LHS 的 MH 抽样的多模型结构识别方法对  $E_1 \sim E_8$  这八个关键参数进行了

3000 次的采样，去除前 10%的“燃烧段”，建立有限元模型库（如图 2.17 所示）。

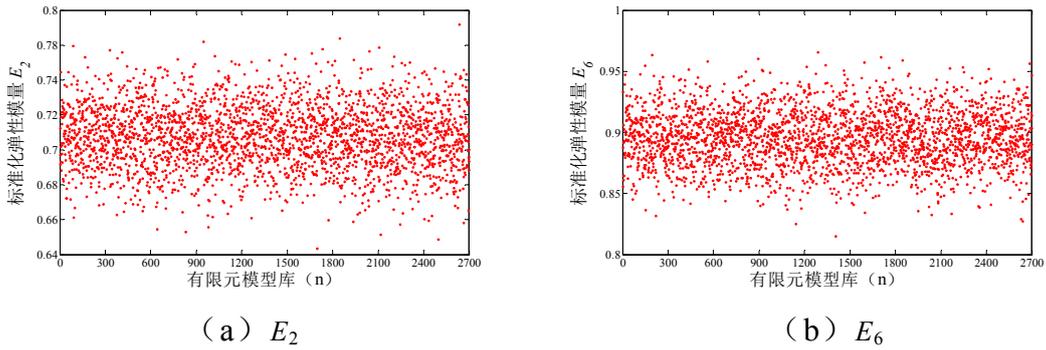
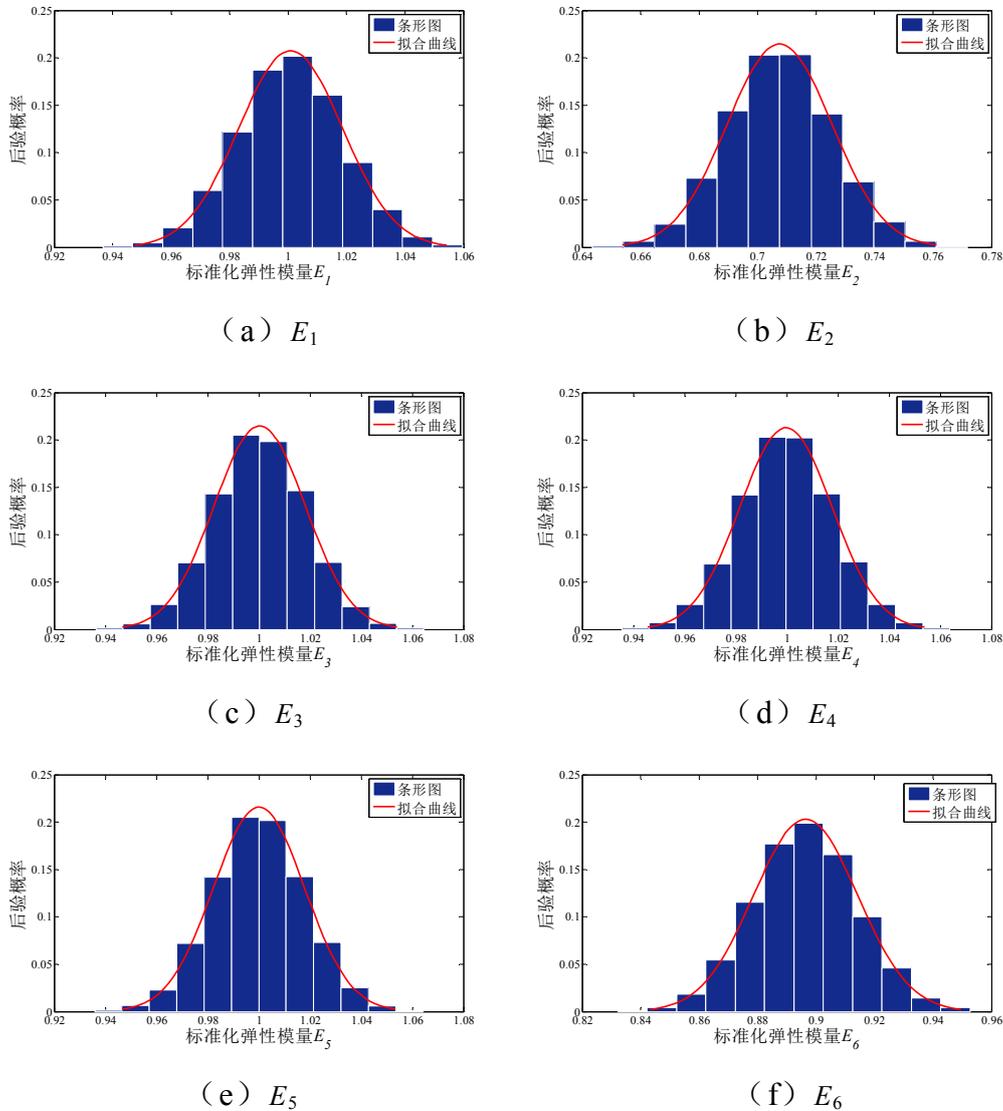


图 2.17 无噪声下简支梁有限元模型的弹性模量的有限元模型库（以  $E_2, E_6$  为例）

同样地，利用有限元模型库绘出简支梁各个关键参数（“模型碎片”）的后验分布图，并完成结构识别，识别结果为最大后验估计值。如图 2.18 所示。



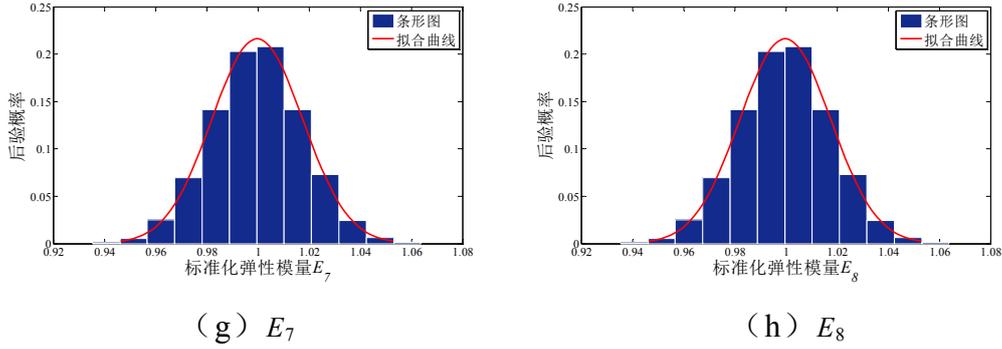


图 2.18 无噪声下简支梁有限元模型的弹性模量的后验分布

工况 2 有噪声识别：噪声水平  $\psi$  被设置为 10%，进行有噪声的多模型识别研究。先验分布与多模型识别过程与工况 1 的无噪声的过程步骤相同。多模型识别结果（最大后验估计值，篇幅有限，以损伤的  $E_2$ ,  $E_6$  为例）如图 2.19 和表 2.4。

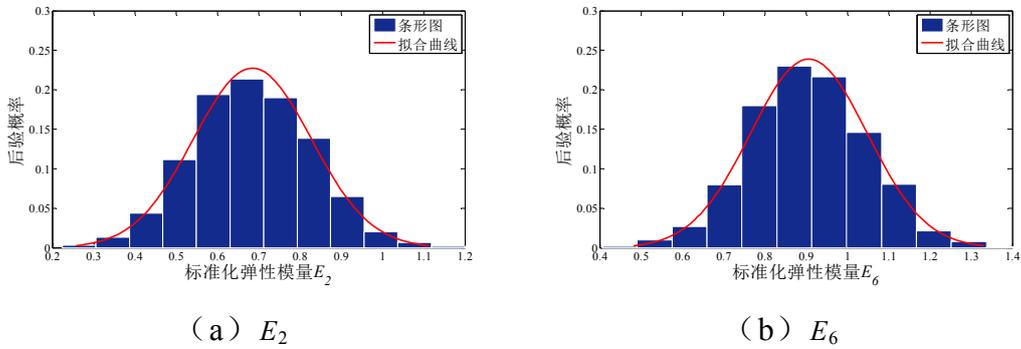


图 2.19 噪声干扰下部分简支梁有限元模型的弹性模量的后验分布

表 2.4 简支梁基于 LHS 的多模型识别结果（最大后验估计值）

关键参数	先验分布	“真实值”	工况 1	修正误差	工况 2	修正误差
			LHS	(%)	LHS	(%)
$E_1$	$N(1, 0.2)$	$1.0E_0$	$1.00E_0$	0	$1.03E_0$	3.00
$E_2$	$N(1, 0.2)$	$0.70E_0$	$0.71E_0$	2.86	$0.69E_0$	-1.43
$E_3$	$N(1, 0.2)$	$1.0E_0$	$0.99E_0$	-1.00	$0.99E_0$	-1.00
$E_4$	$N(1, 0.2)$	$1.0E_0$	$1.00E_0$	0.00	$0.99E_0$	-1.00
$E_5$	$N(1, 0.2)$	$1.0E_0$	$0.99E_0$	-1.00	$1.01E_0$	1.00
$E_6$	$N(1, 0.2)$	$0.90E_0$	$0.89E_0$	-1.11	$0.88E_0$	2.22
$E_7$	$N(1, 0.2)$	$1.0E_0$	$1.01E_0$	1.00	$0.99E_0$	-1.00
$E_8$	$N(1, 0.2)$	$1.0E_0$	$1.01E_0$	1.00	$1.02E_0$	2.00

注：其中修正误差定义为：修正误差 = (无噪声/有噪声多模型识别结果 - “真实值”) / “真实值” × 100%

综合上述图表结果发现：无论噪声是否存在，各个关键参数的修正误差均小于 3%，识别结果均比较有效准确，且在噪声干扰时，对基于 LHS 的多模型识别影响不大，修正误差相对变化很小。

### 2.6.5 单模型算法的验证对比

对该简支梁进行了无噪声和有噪声的基于遗传算法(GA)的单模型识别研究。在 GA 算法中，初始种群数为 40，二进制编码位数为 20，繁殖代数（迭代次数）为 80，同时代沟为 0.9。选择算子 Maxgen 采用随机遍历抽样方法，交叉概率是 0.7，变异概率取 0.07，收敛图像如 2.20 所示,下部实线为无噪声情况下目标函数的收敛曲线，上部虚线为有噪声干扰下的目标函数收敛曲线。具体识别结果见表 2.5-2.6，并与多模型结构识别的结果进行了对比。结果表明：在工况 1 无噪声情况下，多模型结构识别与单模型结构识别结果相差不大，识别结果可靠有效；在工况 2 有噪声干扰下，GA 算法更容易失真，说明多模型识别方法抗噪能力更强。

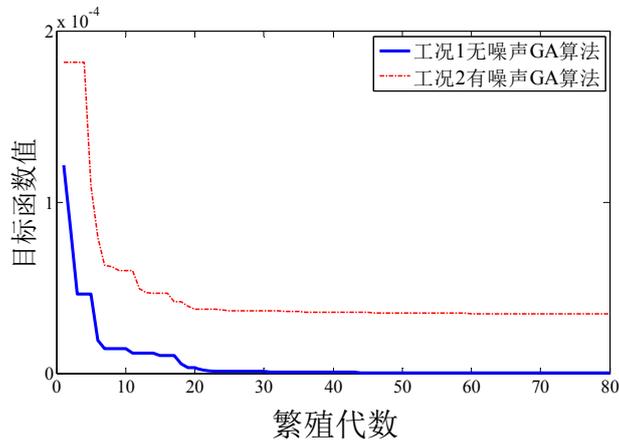


图 2.20 GA 算法的收敛图像

表 2.5 工况 1 无噪声情况下的损伤简支梁的多模型识别与 GA 算法结果

关键参数	“真实值”	改进的 MH	TMCMC	LHS	GA	修正误差 (%)
$E_1$	$1.0E_0$	$0.98E_0$	$1.02E_0$	$1.00E_0$	$1.02E_0$	2
$E_2$	$0.70E_0$	$0.70E_0$	$0.72E_0$	$0.71E_0$	$0.71E_0$	1.42
$E_3$	$1.0E_0$	$1.03E_0$	$0.97E_0$	$0.99E_0$	$0.95E_0$	-5
$E_4$	$1.0E_0$	$1.01E_0$	$1.01E_0$	$1.00E_0$	$0.98E_0$	-2
$E_5$	$1.0E_0$	$0.98E_0$	$1.00E_0$	$0.99E_0$	$1.01E_0$	1
$E_6$	$0.90E_0$	$0.90E_0$	$0.93E_0$	$0.89E_0$	$0.92E_0$	2.22
$E_7$	$1.0E_0$	$0.99E_0$	$1.01E_0$	$1.01E_0$	$1.00E_0$	0
$E_8$	$1.0E_0$	$1.01E_0$	$1.03E_0$	$1.01E_0$	$1.01E_0$	1

注：其中修正误差定义为：修正误差=（GA 识别结果-“真实值”）/“真实值”×100%

表 2.6 工况 2 噪音干扰下的损伤简支梁的多模型识别与 GA 算法结果

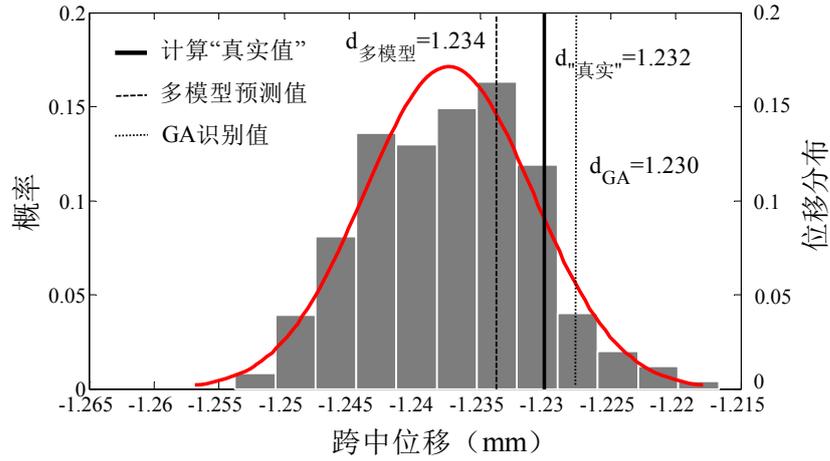
关键参数	“真实值”	改进的 MH	TMCMC	LHS	GA	修正误差 (%)
$E_1$	$1.0E_0$	$1.02E_0$	$1.03E_0$	$1.03E_0$	$1.03E_0$	3
$E_2$	$0.70E_0$	$0.69E_0$	$0.73E_0$	$0.69E_0$	$0.68E_0$	-2.86
$E_3$	$1.0E_0$	$0.99E_0$	$0.99E_0$	$0.99E_0$	$0.94E_0$	-6
$E_4$	$1.0E_0$	$1.03E_0$	$0.99E_0$	$0.99E_0$	$0.95E_0$	-5
$E_5$	$1.0E_0$	$1.01E_0$	$1.01E_0$	$1.01E_0$	$1.03E_0$	3
$E_6$	$0.90E_0$	$0.90E_0$	$0.96E_0$	$0.88E_0$	$0.87E_0$	-3.33
$E_7$	$1.0E_0$	$0.98E_0$	$0.99E_0$	$0.99E_0$	$0.96E_0$	-4
$E_8$	$1.0E_0$	$1.00E_0$	$1.02E_0$	$1.02E_0$	$0.97E_0$	-3

注：其中修正误差定义为：修正误差 = (GA 识别结果 - “真实值”) / “真实值” × 100%

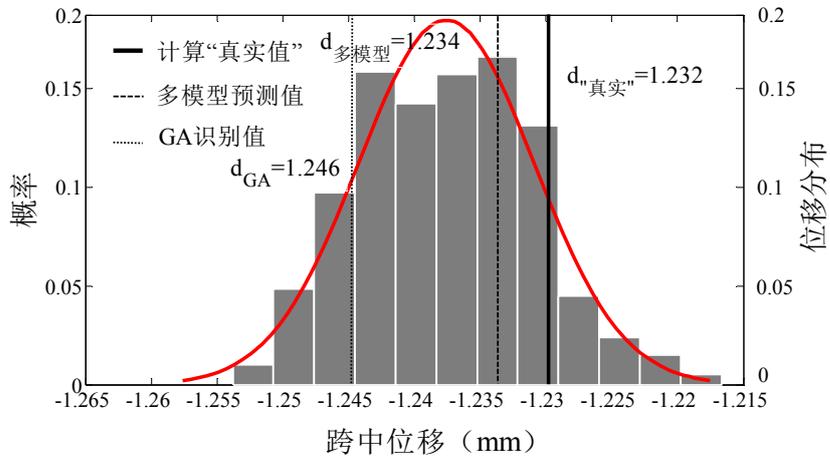
如上表对比所示，工况 1 无噪声的条件下，各多模型结构识别结果相对修正误差均在 3% 以内，基本吻合“真实值”，多模型与单模型结构识别结果相差不大，说明各多模型识别方法在数值模拟分析方面均具有较好的识别效果，兼具有效性和可行性，识别出的损伤概率具有参考价值；而在工况 2 有噪声干扰下，遗传算法 (GA) 更容易失真，说明各多模型识别方法抗噪的能力更强。

## 2.7 位移预测评估

为了验证与对比各个多模型识别方法响应评估的准确性和先进性，以简支梁有限元模型为例。在简支梁有限元模型 4# (3/4 单元交界点)、6# (5/6 单元交界点) 点对称施加 20kN 的荷载，将上文工况 1 无噪声与工况 2 有噪声下三种多模型抽样的关键参数的模型库数据与 GA 算法的识别结果分别代入原模型，通过静载试验计算获取简支梁的跨中位移的响应预测结果。“真实值”是损伤模型静载试验计算出的跨中位移值，“多模型预测值”是相应模型库数据计算所得的跨中位移概率的最大值。多模型识别与单模型识别方法的跨中位移响应结果如图 2.21~2.23 所示，直方图表示跨中位移的概率分布结果，粗实曲线为通过正态拟合 (Histfit) 后的概率，粗直实线表示跨中位移响应计算“真实值” $d_{\text{“真实”}}$ ，粗直虚线表示相应的多模型预测值  $d_{\text{多模型}}$ ，细直虚线表示遗传算法 (GA) 计算预测值  $d_{\text{GA}}$ 。

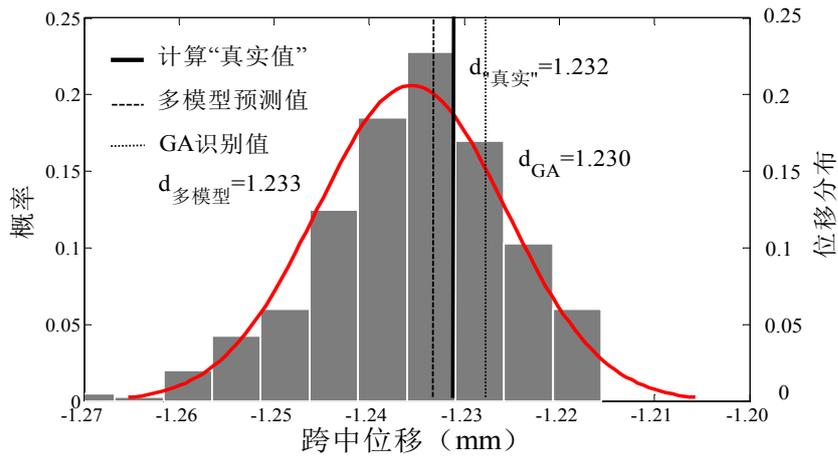


(a) 无噪声 (改进的 MH) : 多模型误差 0.16%, 单模型误差-0.16%

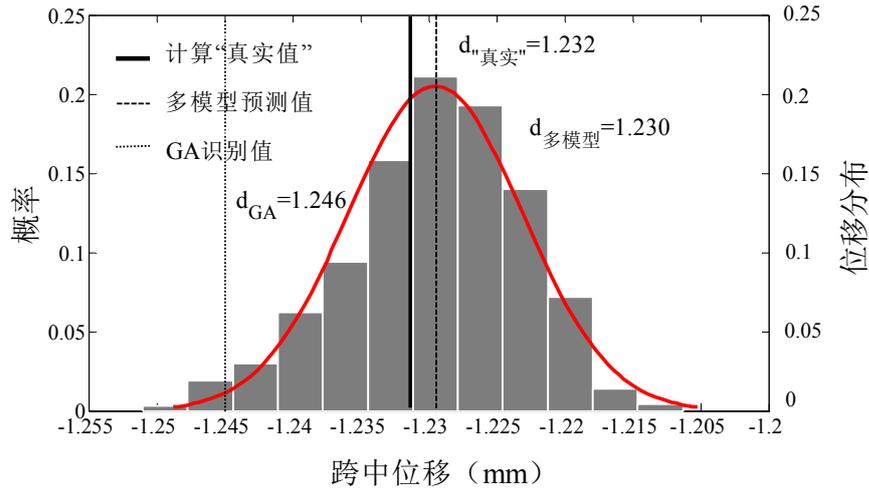


(b) 有噪声 (改进的 MH) : 多模型误差 0.16%, 单模型误差 1.14%

图 2.21 简支梁跨中位移的响应预测结果 (改进的 MH 抽样)

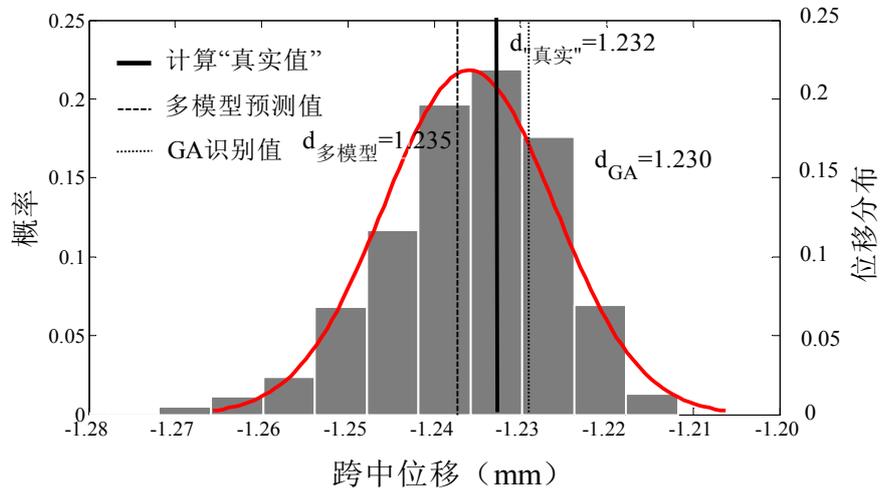


(a) 无噪声 (TCMC) : 多模型误差 0.08%, 单模型误差-0.16%

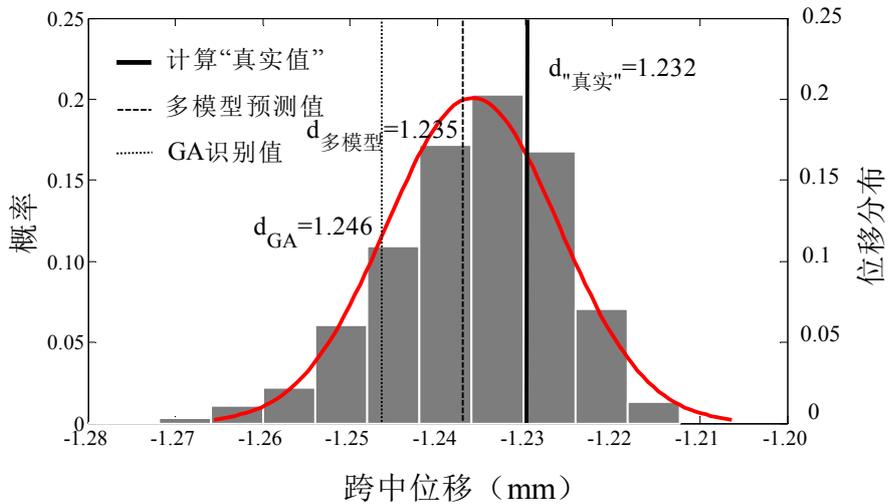


(b) 有噪声 (TCMCMC) : 多模型误差-0.16%, 单模型误差 1.14%

图 2.22 简支梁跨中位移的响应预测结果 (TCMCMC 抽样)



(a) 无噪声 (TCMCMC) : 多模型误差 0.24%, 单模型误差-0.16%



(b) 有噪声 (LHS) : 多模型误差 0.24%, 单模型误差 1.14%

图 2.23 简支梁跨中位移的响应预测结果 (LHS)

从上述对比图可以看出：无噪声时，各多模型和单模型识别方法预测的跨中位移均比较准确；但是在有噪声干扰时，通过 GA 算法修正后的模型的跨中位移预测值  $d_{GA}$  与损伤模型的计算跨中位移值  $d_{\text{“真实值”}}$  差别较大。在噪声干扰下，单模型修正后的模型结构响应与实测值偏差大；而多模型方法预测的跨中位移  $d_{\text{多模型}}$  偏差始终较小，且预测结果为概率分布图，具有统计意义。多模型识别方法牺牲了一定的计算效率而获得更加科学准确、抗噪能力强的识别结果，相对于单模型识别更具有一定的优势。

## 2.8 本章小结

本章依次提出了基于贝叶斯理论的一种改进的 MH 抽样方法，TMCMC 抽样方法，加入 LHS 的 MH 抽样方法，并利用 Matlab-Strand7 API 完成模型修正与建立有限元模型库，能够克服传统 MCMC 方法参数维度较高时难以收敛与计算分析效率低下等问题，利用它可以较为高效准确地实现结构的多模型识别。同时地，笔者还利用一种传统的单模型方法---遗传算法（GA）进行了识别结果的对比。最后通过一个简支梁有限元模型算例，在其两个单元加以损伤与集中荷载，并进行频率与模态振型的噪声干扰，验证了各多模型识别方法具有有效性和先进性，识别结果与响应预测结果合理，在 10%的噪声干扰下，相对误差一般不超过  $\pm 3\%$ ，其抗噪的能力较单模型识别方法更好，预测结果具有准确性和数据统计意义。

## 第3章 误差阈值法与多模型识别在钢-砼板上的应用

### 3.1 绪论

本节为了佐证基于贝叶斯理论的 MCMC 抽样方法及其衍生方法的多模型识别的有效性和可靠性，我们利用一种传统的多模型识别方法---误差阈值法进行多模型识别对比。首先对误差阈值法进行介绍，然后对一块钢-混凝土板进行了实验模态分析（Experimental Modal Analysis, EMA），利用 Strand7 软件建立了三种有限元母（元）模型。基于上文提到的各多模型识别方法，分别建立有限元模型库，对钢-混凝土组合板结构进行了模型识别。通过在板上均匀布置砝码（重力 490kN）加载，完成了响应预测评估和母模型的筛选研究。识别过程框图如 3.1 所示。

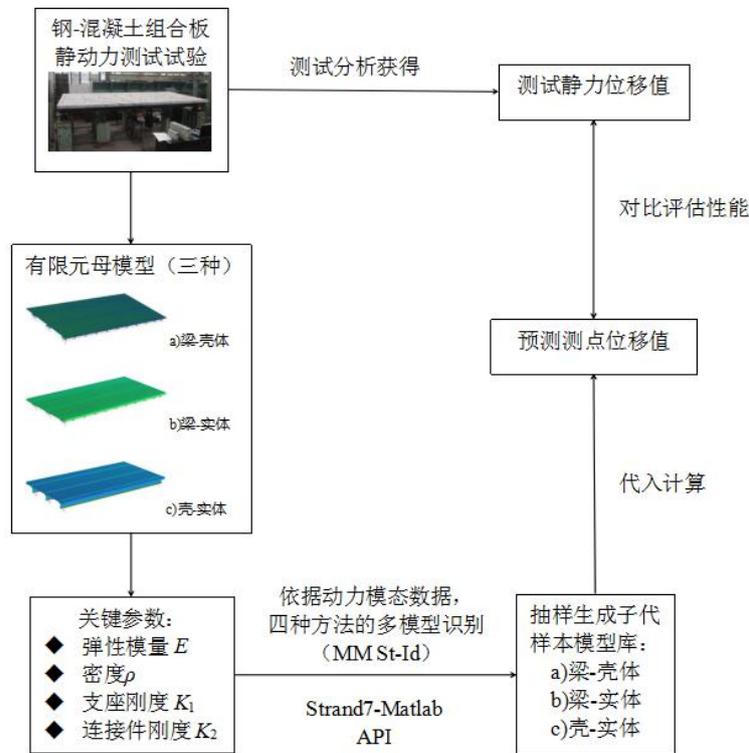


图 3.1 钢-混凝土板结构识别流程图

### 3.2 误差阈值法简介

基于定量分析多种误差对结构识别的影响，研究者们提出了基于误差阈值的多模型筛选策略（误差阈值法）<sup>[78]</sup>。误差阈值法（Error Threshold Method，又称界限阈值法等）是一种经典传统的多模型识别的方法，其误差阈值主要源于测试误差和有限元建模误差两个部分，误差的不确定性通常以（±）百分比来表示。误差阈值法流程概念框图如图 3.2 所示。

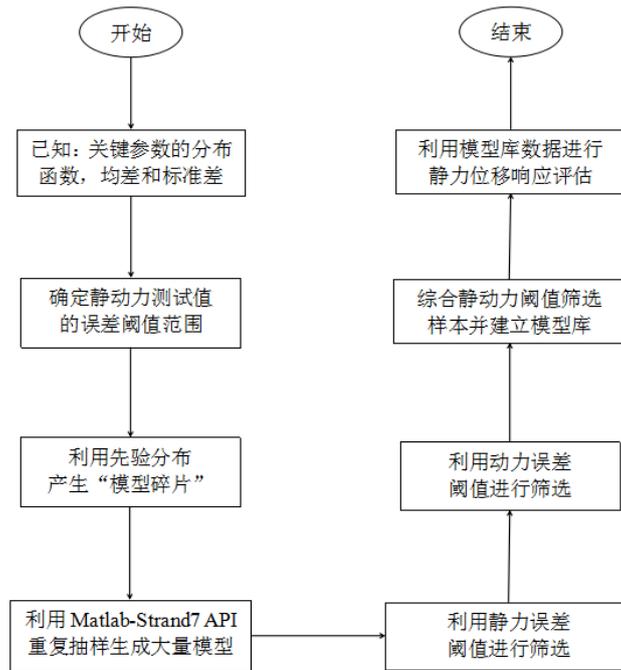


图 3.2 误差阈值法流程概念框图

界限阈值法的研究重点是静动力的误差阈值的范围大小。误差阈值设定（筛选）原则应当严格按照静动力数据不确定性误差来源进行计算统计：对于静力数据来说，误差阈值设定主要考虑了：传感器精度误差、静力加载、有限元分析、温度湿度等的误差影响；对于动力数据来说，误差阈值设定主要考虑了有限元分析、传感器精度、测量噪声和测量可重复性等的误差影响<sup>[78]</sup>。综合计算考虑静动力误差来源和影响大小，分别确定静动力的（±）阈值大小，对有限元模型的静动力预测值进行筛选，选出阈值范围内符合结构性能与特点的模型库，从而进行结构响应预测与性能评估。

在实际应用中，模型修正与参数识别具体操作过程是基于现场试验的结果反应实际结构，根据选定的目标函数和优化方法，得到最符合的数值模型和试验结果。但是，由于测试误差与模型误差的双重影响有可能使得模型识别的物理参数与真实值偏差很大。测量误差和建模误差：前者由测量过程中的多种不确定因素构成，后者由假设和建模过程中的多种不确定因素组成，测量和建模的误差都可能包括认知的不确定性。在这项研究中，不确定性通常以百分比（%）表示。在给定荷载的情况下，给定位置的测量不确定程度被认定为测量值和不确定因素的乘积。类似地，建模不确定程度被认定为预测值和不确定因素的乘积。误差的主要来源分布如下所示：

其中，测试误差包括（偶然误差用  $A$  表示，认知误差用  $E$  表示）<sup>[78]</sup>：

(1) 传感器精度误差 ( $A$ )：传感器的精度是由制造商的分辨率规格决定的。在电子设备的情况下，考虑电缆和接触损失的情况以及现场条件，传感器的精度一般是理论状态下的两倍；

(2) 现场环境的干扰 (A)：从结构的周围振动和传感器通过对多个样本的平均值进行过滤。由于被记录的噪声被认为是随机的，所以平均值趋向于真实的度量。故不确定性的上限一般被计算为三倍的测量样本的标准偏差；

(3) 结构与测试仪器的移动 (A)：误差较小，根据实际工程判断；

(4) 测量和定位的重复性 (A)：测量的位置和可重复性通过重复每个加载工况若干次。每个因素均在一个给定的荷载情况下乘以从测量中得到的标准偏差；

(5) 荷载量值的不确定性 (E)：误差较小，根据实际工程判断；

(6) 温度湿度的干扰 (E) 等每个负载情况下的短时间内，通过测量来消除温度效应，这一部分在本文中暂不考虑。

而有限元建模误差包括 (偶然误差用 A 表示，认知误差用 E 表示) [79]：

(1) 有限元模型方法的近似性 (如模型单元选择、边界条件选择等) (E)：建模经验和判断被用来减少误差，利用有限元分析方法确定的不确定性；

(2) 网格划分的精度 (E)：网格离散化的精度是通过网格优化研究来估计的，在本文中均细致划分了有限元模型单元；

(3) 几何的不确定性 (E)：几何学的不确定性通过使用从“构建” (“as built”) 中获得的结构的维度来消除；

(4) 假设结构为线弹性的 (E)：在模型模拟中，一个基本假设就是结构在静动力加载与测试的过程中是线性的。这方面即意味着结构材料的性质与几何关系是线性的。结构行为被假定是线性的要比非线性的简单得多，这有利于误差阈值识别方法的实现；

(5) 假设荷载的加载方式 (如集中荷载、均布荷载等) (E)：轴承设备被认为是理想化的，结构荷载被认为是点荷载。这种假设简化对真实结构的简化是有效的，本文将利用与钢-混凝土组合板与来华大桥的建模理念中。

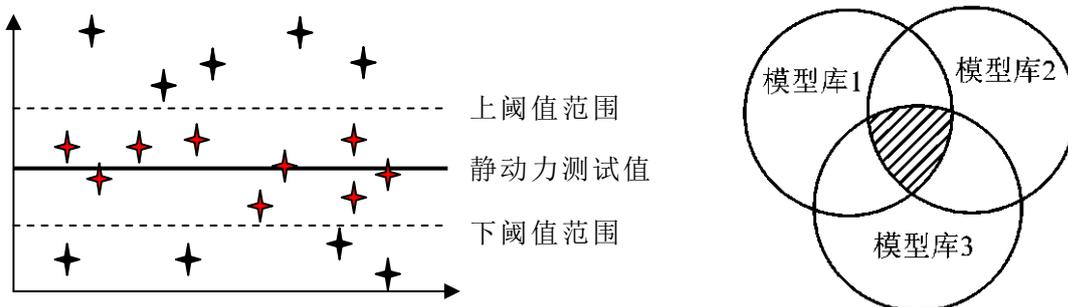


图 3.3 误差阈值法概念图

误差阈值法的原理在于利用多个有限元模型，通过正向问题比较响应测试值与有限元模型预测值结果，设定测试值静力/动力数据信息的阈值范围，接受落在误差阈值 (±) 内的有限元候选模型，排除超出了误差范围的模型，从而获取可以较为准确地反映结构静动力性能的有限元模型库 (如图 3.3 所示，上下阈值范围内的模型生成模型库)。误差阈值法基于通过综合分析结构的认知误差和随机

误差,考虑各种不确定因素的影响,在复杂的模型样本中选出阈值范围内最符合结构性能特点的模型库,进行结构响应预测与性能评估,相比单模型的结构识别理论有很大的优势。该方法识别简单有效,便于操作,识别结果准确且具有概率统计规律;缺点是在识别过程中人工参与较多,工作量较大,筛选模型的效率不够高。总而言之,误差阈值法是一种经典有效的多模型识别方法。

误差阈值法对应的关键参数和先验分布与基于前述的基于贝叶斯理论的多模型识别相同,也需要通过灵敏度分析与工程实际经验的先验信息确定,基于先验分布代入有限元母模型中所抽样计算出的每一个候选模型样本都可以能够预测对应的静动力测量值:如果候选样本的预测值超出了实际静动力测量值的阈值范围,该候选样本就会被淘汰;如果候选样本的预测值在实际静动力测试值的阈值范围内,该模型就被纳入有限元模型库。在本文中,同时符合静动力阈值的有限元模型样本才会被纳入有限元模型库,所以说其模型库建立是相对严苛与效率低的。

本文对一块钢-混凝土组合板进行了实验模态分析,利用 Strand7 建立了三种有限元母模型基于静力位移和动力模态频率的误差阈值进行有限元模型的筛选,通过共同考虑静动力数据的误差不确定性来源,确定误差阈值范围筛选出同时符合静力和动力阈值范围的模型库,通过在板上均布砝码(集中力 490kN)加载,完成了响应预测评估和母模型的筛选研究。为了表述方便,文中首先介绍了钢-混凝土板的实验与有限元建模(三种建模单元),接着利用误差阈值法进行多模型识别,其后利用前文的基于贝叶斯理论的三种抽样方法与遗传算法(GA)进行对比与验证,然后将各识别结果代入均布砝码加载的工况中进行静力响应预测与性能评估,最后在三种母模型上分别利用各个识别方法生成的模型(库)进行模型筛选,确定最能够可靠准确地模拟该钢-混凝土组合板的实际结构的母模型。

### 3.3 试验简介

本试验对象为一块钢-混凝土组合板,该试验采用 3 根 Q235 工字型钢梁作为主梁,在上部铺设 C50 混凝土面板形成组合板结构。本试件宽 2.05 m,长度为 4.0m,面板厚度是 60 mm,在板的内部布置双层双向直径为 6 mm 的 HPB300 钢筋,钢筋纵向间距为 150 mm,横向间距是 80 mm。湖南大学土木工程结构健康监测研究团队([www.hnutest.com](http://www.hnutest.com))于 2015 年间对该组合板进行了系统的静动力试验<sup>[81]</sup>。

钢-混凝土组合板的静载试验原始状态下对其进行了 MIMO(多输入多输出的脉冲锤击法, Multiple Input Multiple Output)动力测试<sup>[81]</sup>。通过动力测试获得试验板的力脉冲和加速度响应信号,对时域信号进行傅里叶变换并获得各个分析工况的频率响应函数(Frequency Response Function, FRF)。试验照片如图 3.4 所示,试验仪器组合板钢筋与平面测点布置照片如图 3.5 所示。



图 3.4 钢-混凝土组合板动力试验照片<sup>[81]</sup>

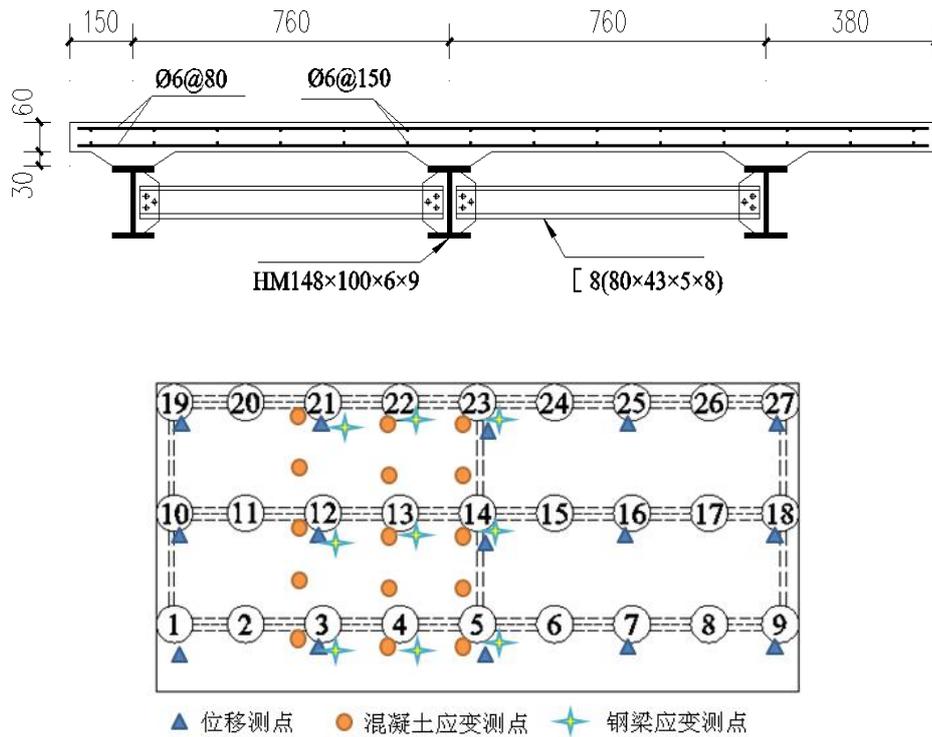


图 3.5 钢-混凝土组合板钢筋与平面测点布置图<sup>[81]</sup>

之后,采用 CMIF 模态识别方法在频率响应函数曲线的峰值处提取模态极点,得到混凝土组合板分析工况的各阶的频率、振型和阻尼比等。剔除若干阶 MAC 值较小的模态,优选了 1、2、3、5、7 这 5 阶的频率和模态振型等模态结果构建目标函数(实测频率如表 3.1),并参与后续的模式参数识别与性能相应评估<sup>[81]</sup>。

表 3.1 钢-混凝土组合板的模态频率实测结果 (Hz) <sup>[81]</sup>

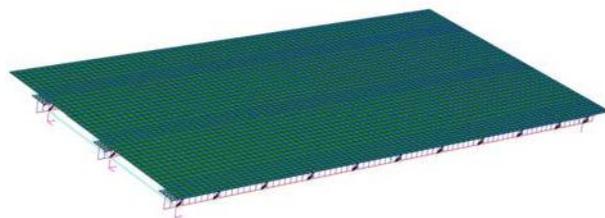
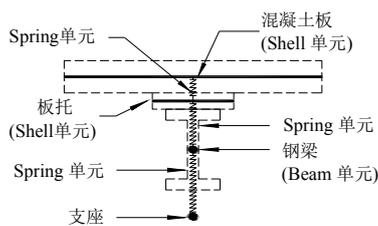
模态	1	2	3	4	5	6	7	8
实测频率 (Hz)	24.78	31.26	56.77	61.80	82.68	109.36	120.01	127.61

### 3.4 有限元母模型的建立

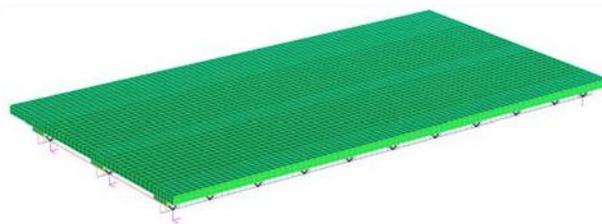
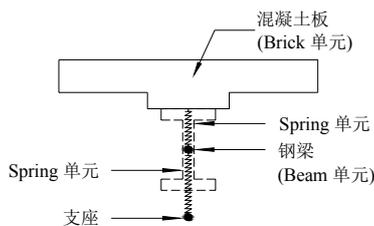
模型修正的一个重要的前提是创建一个能够正确地反映结构有限元模型的静态和动态性能的有限元模型。钢-混凝土结构因为混凝土-钢筋（梁）共同受力，它的界面粘结，配件剪切刚度、边界条件等有许多不确定因素。为了获得一个准确和可靠的有限元模型，在单元类型用于钢梁和混凝土板建模时，以三种建模单元方式建立三种有限元初始校验模型，被称为有限元母（元）模型，三种有限元母模型分别为：梁-壳模型，梁-实体模型和壳-实体模型<sup>[81]</sup>（如图 3.6 所示）。

梁-壳体模型的优点在于所用的结构单元比较简单，运行速度快，对于大型结构简化计算可以显著地提高模型分析的运行速度；梁-实体模型能够克服板托建模问题，然而钢梁采用梁单元使钢-混凝土板的界面连接情况在模型中难以反映；壳-实体模型可以最大程度地反映结构真实的情况，但模型运行的时间相对来说比较长。三种有限元母模型的横向支撑均采用梁单元<sup>[81]</sup>。

为了简化模型，钢-混凝土板采用整体式建模，将钢筋看成一种均匀在混凝土内部分布的材料，并根据等效原理原则定义混凝土的弹性模量和密度<sup>[81]</sup>。混凝土板的等效弹性模量  $E_c=3.51 \times 10^4 \text{MPa}$ ，泊松比  $\lambda_c=0.2$ ，密度  $\rho_c=2450 \text{kg/m}^3$ ；钢梁中钢材的弹性模量  $E_s=2.0 \times 10^6 \text{MPa}$ ，泊松比  $\lambda_s=0.25$ ，密度  $\rho_s=7850 \text{kg/m}^3$ 。



(a)梁-壳体模型



(b)梁-实体模型

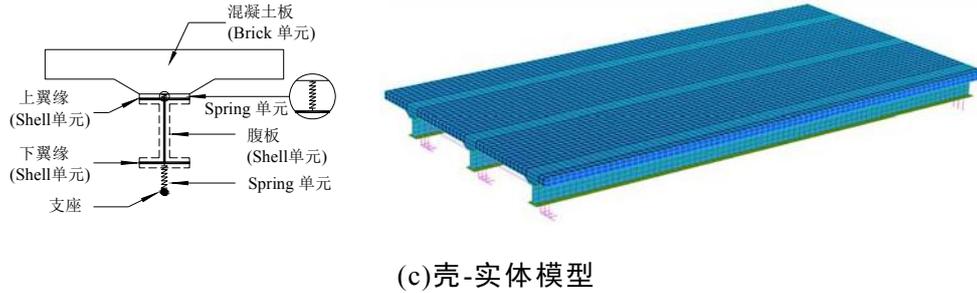


图 3.6 钢-混凝土组合结构的三种有限元母模型（建模单元）<sup>[81]</sup>

### 3.5 “模型碎片”的选择与模型识别

选择前文所述壳-实体钢混凝土组合板有限元模型进行基于多个方法的多模型结构识别。有限元建模材料属性取：混凝土的弹性模量  $E_0=3.51 \times 10^4$  MPa，密度  $\rho_0=2450$  kg/m<sup>3</sup>，支座弹簧轴向刚度  $K_{10}=100$  kN/mm，以及连接件弹簧轴向刚度为  $K_{20}=100$  kN/mm 等。

基于钢-混凝土组合板的各个物理参数灵敏度分析结果<sup>[82]</sup>，选择  $E$ 、 $\rho$ 、 $K_1$ 、 $K_2$  作为关键参数（“模型碎片”）进行模型参数识别和响应预测评估。 $E$ 、 $\rho$ 、 $K_1$ 、 $K_2$  分别表示混凝土的标准化弹性模量、标准化密度、标准化的支座弹簧轴向刚度和标准化的连接件弹簧轴向刚度。下面基于上文所述的四种多模型识别方法与单模型识别方法，对钢-混凝土组合板（篇幅有限，基于贝叶斯理论的多模型识别方法以壳-实体母模型为例，其余两者类似）进行识别。

#### 3.5.1 误差阈值法

为了对比上述基于贝叶斯理论的多模型识别方法的效果，对钢-混凝土组合板进行了基于静动力试验获得的位移和频率数据进行多模型筛选。对于静力数据来说，误差阈值主要考虑了传感器精度误差与有限元分析的误差，用 5% 的阈值来统一考虑上述两种误差的综合影响。对于动力数据来说，误差阈值主要考虑了有限元分析、传感器精度、测量噪声和测量可重复性的误差影响<sup>[78]</sup>，计算后以一个 6% 的综合值用来考虑各种有限元分析的误差影响（模型筛选的误差阈值不确定来源列表见表 3.2，其它影响忽略不计）。其中，钢-混凝土组合板弹性模量  $E \in N(1.2, 0.2)$ ，密度  $\rho \in N(1.0, 0.2)$ ，刚度  $K_1, K_2 \in U(0.8, 1.2)$ 。

表 3.2 误差阈值的 uncertainty 来源

误差类型	评价值	静力阈值	动力阈值
传感器精度	0.01% (约 0.1mm)	√	√
测量噪声	0.12%	—	√
测量可重复性	0.60% ( $3\sigma$ )	—	√
有限元分析	5%	√	√
求和	—	5.01% (定为 5%)	5.73% (定为 6%)

最终,以三种有限元母模型基础上各生成 3000 个相应的有限元子模型中优选出了符合静动力所有阈值条件的若干个有限元模型建立了有限元模型库(如表 3.3-3.5 所示)进行模型识别与响应预测。下图分别为基于静力位移和动力频率的散点筛选分布。其中,上下虚线表示正负阈值(静动力阈值分别为 5%, 6%),它们之间的散点为相应测点(取非支座测点)/阶数(取竖向振动前五阶)满足误差阈值的诸多有限元模型;中间实线表示实际静动力试验测试值(如图 3.7-3.12)。

(1) 壳-实体模型

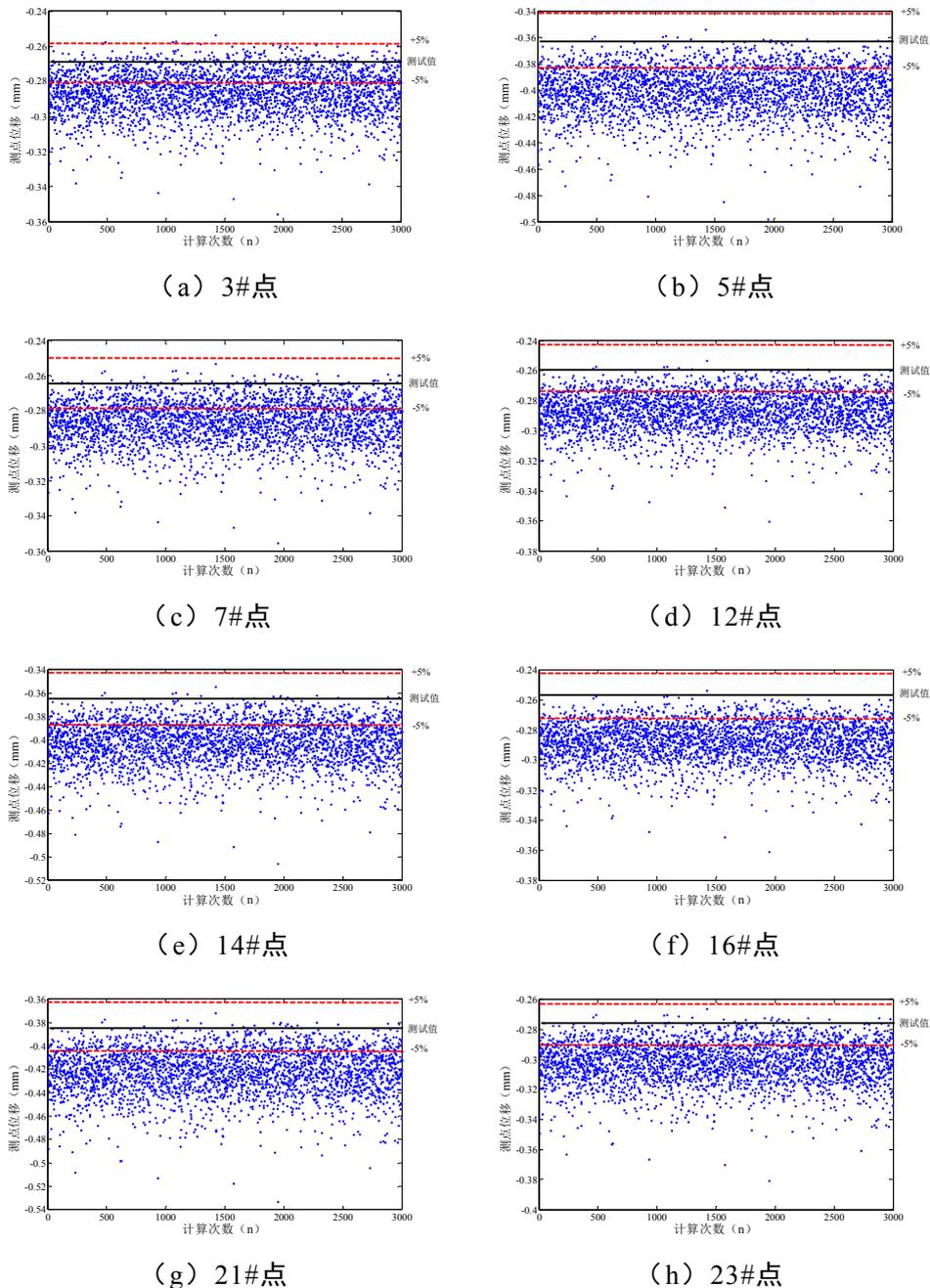


图 3.7 基于静力位移的模型散点分布与筛选

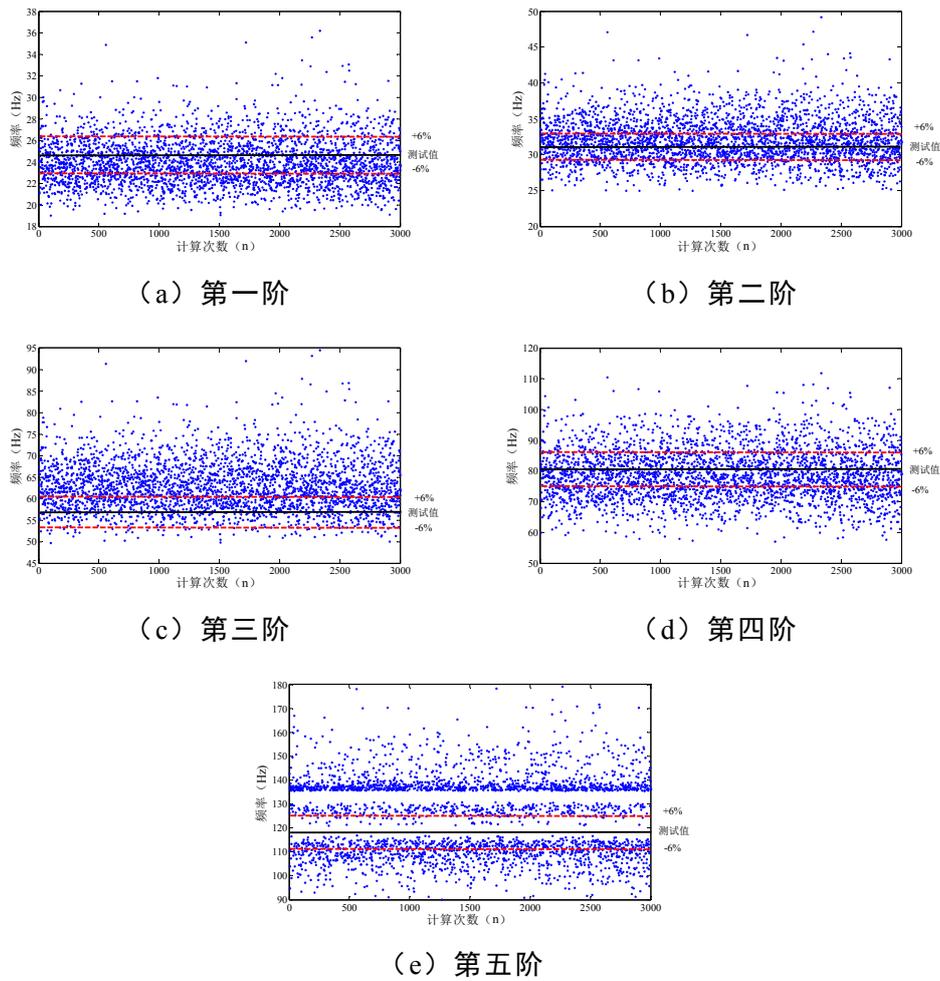


图 3.8 基于动力频率的模型散点分布与筛选

表 3.3 钢-混凝土组合板壳-实体有限元模型库

模型编号	弹性模量 $E$	密度 $\rho$	支座刚度 $K_1$	连接件刚度 $K_2$
1#	1.14	0.82	1.11	0.84
2#	1.21	0.86	1.14	1.20
3#	1.33	0.86	1.02	1.13
4#	1.25	1.02	1.15	1.19
5#	1.26	1.09	1.12	1.19
6#	1.35	0.98	0.82	1.11
7#	1.20	1.51	1.19	1.20
8#	1.23	1.31	1.05	1.17
9#	1.36	0.96	0.94	1.06
10#	1.25	1.12	0.91	1.1
11#	1.27	0.87	1.12	1.11
12#	1.28	1.21	1.08	1.09