

## 多模型结构识别方法及在混凝土连续梁的应用

周云, 谢利民, 蒋运忠, 贾凡丁, 易伟建

(湖南大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410082)

**摘要:**本文介绍了结构识别的基本概念, 针对传统的单模型识别忽视模型正确性而片面强调参数识别的精度问题, 阐述了多模型结构识别的概念, 即利用多个有限元模型来预测结构的测试结果, 其研究重点在于如何从众多待选的模型群中, 挑选出最符合实际并反映结构特性的模型簇。对一根实验室中的钢筋混凝土连续梁进行了分级静力加载试验, 获得各级荷载下结构的位移和应变。对每一级加载后结构进行多参考点脉冲锤击法试验, 获得各级损伤工况下的结构模态参数。利用 Strand7-Matlab 的交互访问技术, 针对 4 个模型碎片进行了灵敏度分析, 基于最大熵原理对连续梁进行了参数敏感位置的排序。最后分别运用模态数据进行基于误差界限阈值的多模型甄选研究, 通过筛选得到 11 个候选模型, 结果表明候选模型能够进一步用来预测连续梁结构在静载下的性能。

**关键词:**结构识别; 多模型方法; 连续梁; 最大熵原理; 误差阈值

**中图分类号:** TU317<sup>+</sup>. 1; P315. 92

**文献标志码:** A

## Multi-model structural identification method and its application in concrete continuous beam

ZHOU Yun, XIE Limin, JIANG Yunzhong, JIA Fanding, YI Weijian

(Civil Engineering College, Hunan University, Changsha 410082, China)

**Abstract:** In this paper, the concept of structural identification is introduced. Due to traditional single-model structural identification method often neglects building the right model while emphasizing the accuracy of parameter identification, the multi-model structural identification method is introduced. This method is to utilize multiple models to anticipate the measured results, while the key is to select the correct models from the model cluster. A reinforced concrete continuous beam in the lab is loaded gradually, and the displacement and the strain are obtained in each damage case. Multiple reference impact test is conducted to obtain the structural modal parameters in each damage case. Strand7 software is used for finite element (FE) modeling, and Strand7-Matlab Application Programming Interface (API) strategy is used for sensitivity analysis of four model fragments. The maximum entropy theory is used for identification of the sequence of the instrumentation location. At last, modal parameter is used for multiple model selection on the basis of error threshold method to generate 11 FE models, and the models in further are verified to anticipate the static performance of the continuous beam.

**Key words:** structural identification; multiple model; continuous beam; maximum entropy theory; error threshold

收稿日期: 2014-07-07; 修订日期: 2014-09-07

基金项目: 国家自然科学基金项目(51208190); 湖南省自然科学基金青年基金项目(12JJ4053); 高校博士点基金新教师基金项目(20120161120029); 湖南大学青年教师成长计划; 湖南省青年骨干教师培养计划

作者简介: 周云(1979-), 男, 副教授, 博士, 主要从事结构识别和损伤诊断研究. E-mail: zhouyun05@hnu.edu.cn

## 引言

结构识别研究始于上世纪70年代,发展至今已有将近40年的历史。结构识别的范式于1977年被Hart和Yao<sup>[1]</sup>率先提出,而在1978年被Liu和Yao<sup>[2]</sup>引入到土木工程领域。随着结构识别研究的不断深入,结构识别的理论框架得以不断升级和完善,对其定义也越来越规范和成熟。2000年Doebbling提出了结构识别的准确定义<sup>[3]</sup>;利用试验数据校验过的模型来进行与参数相关的结构反应预测,并被学者们广泛接受与推广。近年来,美国土木工程师学会结构工程委员会(ASCE-SEI)在总结大量的结构识别研究概况的基础上,试图建立结构识别的理论框架。2011年ASCE-SEI正式提出了结构识别6个步骤<sup>[4]</sup>:(1)观察和概念;(2)先验模型;(3)控制实验;(4)数据分析与阐述;(5)模型校验和参数识别;(6)模型模拟预测。

## 1 结构识别的多模型方法

结构识别分为基于单模型的识别和基于多模型的识别2种方法。单模型结构识别是建立在有且仅有一个能正确反映结构性能的模型前提下,该方法的关键在于建立正确的有限元模型,这往往依靠个人工程经验将对结构响应的影响最大的因素反映到模型中。如果构建的结构模型不正确,即使再精准的结构识别方法的运用也毫无意义。

基于多模型方法的结构识别,是在传统的基于单模型识别方法存在应用局限性的基础上发展起来的,它建立在全面分析结构的认知误差和偶然误差的基础上,依据概率统计学的基本思想,利用多个有限元模型来预测结构的测试结果。它不是简单地为了寻找到最优最正确的单个模型,其研究重点在于如何从众多待选的模型群中,挑选出最符合实际并反映结构特性的模型簇。它能帮助研究者在面对似是而非的众多可行的有限元模型上进行合理模型选择的决策,并能了解结构模型对于测试结果的预测范围。利用一群有限元模型来匹配结构的真实反应,能够预测结构反应的可能范围,极大地提高结构识别的可靠性。

在过去的15年中,以瑞士联邦理工Smith教授为首的团队开展了一系列有关多模型系统识别的初探和研究。1998年,Raphael等<sup>[5]</sup>开发了针对复杂结构工程的混合推理系统。基于Lutrive大桥的24种建模假设,阐述结构诊断的复杂性,并利用组合建模建立近百万种模型来提高结构诊断的有效性,为决策者提供更精准的结构反应预测。2003年,Raphael等<sup>[6]</sup>提出一种基于洛桑(lausanne)概率的全局搜索方法(PGSL)。2005年,Saitta等<sup>[7]</sup>论述了基于相关性、主成分分析和决策树三种数据挖掘技术的系统识别方法。2005年,Robert-Nicoud等<sup>[8]</sup>为了识别出合理匹配试验数据的候选模型,提出基于最大熵函数的测试系统布局方法。2005年,Robert-Nicoud等<sup>[9]</sup>指出许多误差及其相互补偿可能导致识别错误的模型。通过研究系统识别的可靠性,提出基于误差界限阈值的多模型筛选方法。2006年,Saitta等<sup>[10]</sup>提出一种联合主成分分析和K值聚类分析的多模型推理策略,其主要目标是改善模型空间拓扑图的可视化,该方法为决策者进行多模型结构识别提供技术支持。2008年,Saitta等<sup>[11]</sup>基于系统识别中的多模型生成和迭代过滤策略,仔细研究多模型识别的聚类技术,利用聚类分析来快速分离错误的模型群,而收敛到正确的模型群,并对如何估计和评估聚类种群进行深入探讨。2010年,Goulet等<sup>[12]</sup>提出一种基于不确定性和建模假定的多模型方法。2010年,Saitta等<sup>[13]</sup>提出基于封装方法的多模型结构识别的特征选择策略,其核心思想是通过随机抽样搜索候选模型,使用支持向量基进行模型分类。2010年,Zapico-Valle等<sup>[14]</sup>提出了一种全新的有限元模型修正方法。该方法定义模型各物理参数服从Beta分布,基于自适应抽样算法进行迭代搜索,获得最小化的时域误差函数。2012年,Laory等<sup>[15]</sup>提出了基于静载数据的无模型损伤检测的测试布局方法。该方法基于三准则来布设传感器:无法检测损伤的工况个数,平均检测时间和损伤检测能力。

基于前人研究的基础,为了深入研究多模型结构识别问题,本文设计了一根钢筋混凝土连续梁的静动力试验。针对传统单模型结构识别的缺点与不足,利用该梁在建模过程中和物理参数的选取中的不确定性,运用多模型识别中最大熵理论辨识了最优测点,并基于误差界限阈值的策略利用多模型的方法进行了结构识别研究,并有效地进行了该梁的静力反应预测,通过该梁的研究有效地应用了结构识别的多模型理论和方法。



梁长短跨跨中。压力传感器和应变片由 TDS-530 应变仪采集,人工读取百分表位移数值,并记录试验过程中的裂缝出现与开展。

### 2.3 模态试验

静载试验为模态试验提供不同损伤工况的研究对象,加速度传感器沿着梁长等距离布置 1#~13#共 13 个测点,在每级加载完毕卸载后,利用力锤敲击产生力脉冲激励,并用 13 个加速度传感器拾取加速度信号。输入和输出信号均由美国 SignalCalc DP730 采集,采样频率设为 4 096 Hz,采样时长为 2.0 s,并设定 0.05 s 的提前触发采样以完整捕捉脉冲力信号。测试时锤击钢筋混凝土连续梁中部的 11 个测点,每个测点平均锤击 6 次,并利用 13 个加速度传感器同时采样。

### 2.4 荷载位移曲线

钢筋混凝土连续梁的静载试验分为 4 次加载-卸载过程,对应的荷载步长为 10 kN、15 kN、20 kN 和 25 kN。图 3 示例了钢筋混凝土连续梁 4 次静力加载历程中的长跨跨中的荷载-位移曲线和荷载-应变曲线。在连续梁 3 个控制截面的纵筋和混凝土上粘贴了应变片。第 4 次静力加载时中间支座的上部纵筋最先屈服,其次是短跨跨中底部纵筋屈服,而长跨跨中的纵筋应变最后屈服。其它测点的位移和应变测试结果见文[16]。

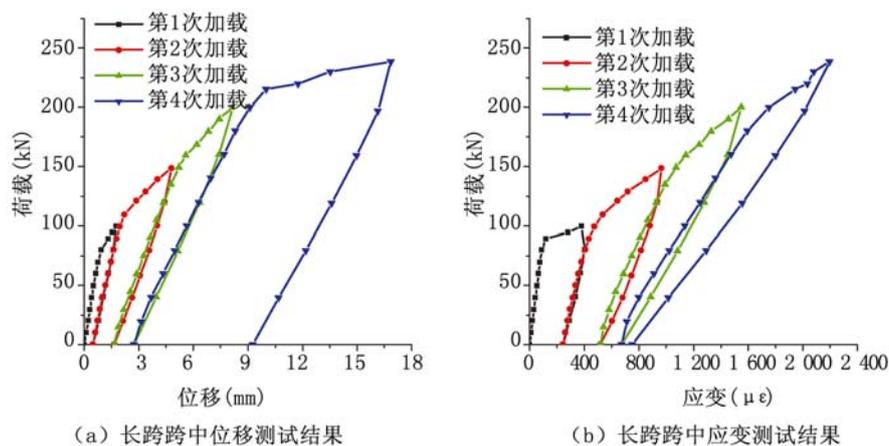


图 3 试验结果

Fig. 3 Test results

### 2.5 实验模态分析

对钢筋混凝土连续梁进行多参考点脉冲锤击法模态试验,测试获得力脉冲和加速度响应信号,通过计算自谱、互谱利用  $H_1$  估计获得频响函数,然后采用复模态指示函数模态识别方法(CMIF法)进行模态识别。在奇异值峰值处提取模态极点如图 4(a)所示,其中 MAC 值柱方图见图 4(b)。图 5 为 CMIF 方法识别的钢筋混凝土连续梁在各种损伤工况下的前 8 阶振型,模态振型采用最大值为 1 的方法进行振型归一。由于受到中间支座刚度和两端支座刚度的影响,钢筋混凝土连续梁的各阶振型与理想连续梁的振型表现出一定差别,支撑点处仍具有一定的振型幅值。模态振型随钢筋混凝土连续梁的损伤变化不明显,但最大损伤工况的模态振型与参考状态差异较大,这与钢筋混凝土连续梁破坏时的损伤严重程度有关。

## 3 基于 Strand7-Matlab 交互访问的多模型建模

多模型建模是结构识别多模型理论的一个关键步骤。多模型建模按模型构成分为两种类型:其一是不同结构形式的模型,即模型碎片的构成不同;其二是相同结构形式的模型,即由相同的模型碎片构成,但碎片参数不同。前者与后者相比建模要困难,它需要具有实践经验的人工干预来进行建模指导。对于后者而言,多模型建模按模型参数的取值方式可分为确定性建模和概率性建模。确定性建模是通过模型碎片人为确定碎片取值来生成模型群,其优点是模型参数取样的高度透明性。而概率性建模是通常基于概率统计理论的建模方法,利用材性试验获得模型碎片的先验分布,结合试验结果的后验概率来选择优化模型,其最大的优点是模型群能密集覆盖模型空间的最优区域。

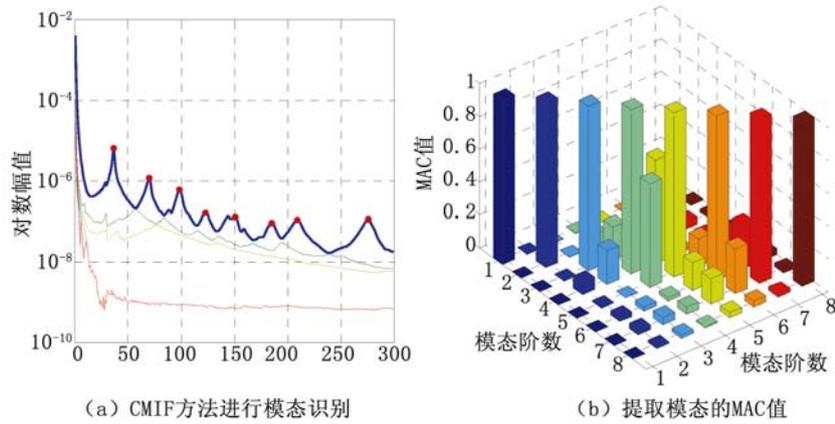


图4 (a) CMIF方法进行模态识别;(b)提取模态的MAC值

Fig.4 (a) Modal parameter identification by CMIF method; (b) MAC value of identified mode

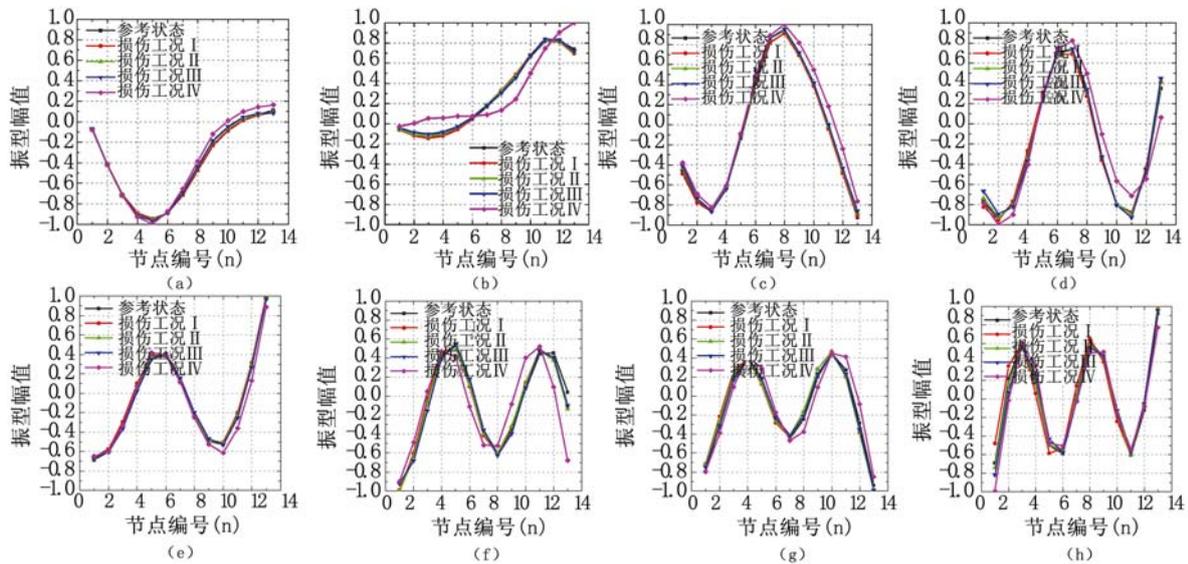


图5 CMIF识别钢筋混凝土连续梁的前8阶振型

Fig.5 Identified first 8 mode shapes for reinforced concrete continuous beam by CMIF method

本节采用相同模型碎片的建模方式,从“模型碎片库”中选择模型碎片组合,并用模型碎片协调组装成一个合理的模型。Strand7 是一款澳大利亚著名的通用有限元分析软件,本文基于 Matlab 与 Strand7 软件交互访问技术进行多模型建模研究,利用 Strand7 软件进行建模,并用 Matlab 的编程功能进行参数的赋值迭代以及参数分析等。利用 Strand7 中梁单元模拟钢筋混凝土连续梁,用弹簧单元模拟边界支撑,有限元模型如图6所示。基于钢筋混凝土连续梁结构的实际受力状态,选取不确定性程度较高的混凝土弹性模量、混凝土密度、端部支座刚度和中间支座刚度等4个模型碎片,利用 Matlab 编程指定模型参数取值并调用 Strand7 分析来进行多模型研究,以建立多个有限元模型。

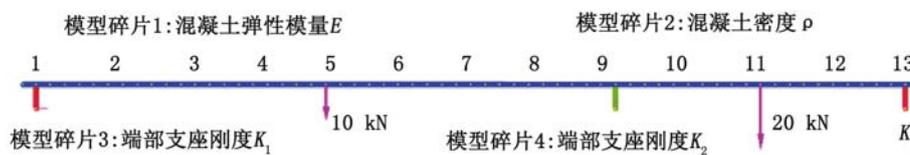


图6 钢筋混凝土连续梁的有限元模型

Fig.6 Finite element model for reinforced concrete continuous beam

首先进行灵敏度分析研究模型碎片对结构响应的敏感性,确定结构模型中合理的物理参数和取值范围,

对钢筋混凝土连续梁的 4 个模型碎片进行灵敏度分析,模型参数的取值范围见表 1,表中 C40 混凝土弹性模量的规范取值为  $E_0 = 3.25 \times 10^4$  MPa,钢筋混凝土密度取  $\rho_0 = 2450$  kg/m<sup>3</sup>,支座轴向刚度参考同类型简支梁试验识别值取  $K_0 = 100$  kN/mm<sup>[16]</sup>。灵敏度分析的目标函数通常被定义为预测值与试验值的相对差值。本节定义的目标函数是基于连续梁前  $n$  阶的频率和振型如式(1)所示。

$$obj(x) = \frac{\sum_{i=1}^n \left( \left| \frac{f_E^i - f_A^i}{f_E^i} \right| + 1 - MAC_i \right)}{n} \quad (1)$$

式中, $obj(x)$  表示目标函数, $x$  为待识别的模型参数, $f$  表示自振频率,MAC 为模态置信因子,下标  $E$ 、 $A$  分别为试验值和 Strand7 预测值。模型碎片的灵敏度分析首先在 Strand7 中建立钢筋混凝土连续梁的有限元模型,通过 Matlab 软件指定不同的模型参数值并赋予 Strand7 中的模型,基于 Matlab 和 Strand7 交互访问获得不同模型的目标函数值。图 7 为基于模态参数的模型碎片灵敏度分析结果。研究结果表明 4 个模型碎片对钢筋混凝土连续梁的模态参数都敏感并存在理论最优值。本文的后续研究均基于上述 4 个模型碎片及其合理取值范围来建立钢筋混凝土连续梁的有限元模型。

表 1 灵敏度分析的参数取值  
Table 1 Parameter range for sensitivity analysis

模型碎片	参数下限	参数上限	采样个数	比例间距
弹性模量 $E$	$0.9E_0$	$1.5E_0$	15	线性平均
密度 $\rho$	$0.6\rho_0$	$1.2\rho_0$	15	线性平均
端部支座刚度 $K_1$	$0.01K_0$	$100K_0$	15	对数平均
中间支座刚度 $K_2$	$0.01K_0$	$100K_0$	15	对数平均

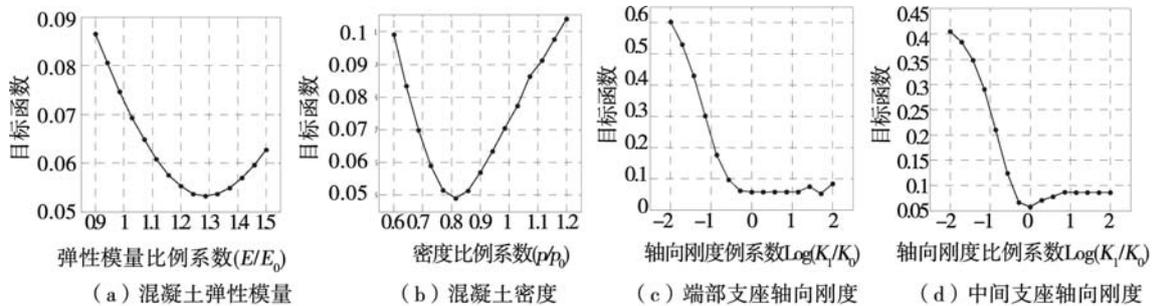


图 7 模型碎片的灵敏度分析  
Fig. 7 Sensitivity analysis for model fragments

## 4 基于最大熵原理的传感器最优布设

熵的概念起源于热力学领域,首先由德国物理学家 Clausius 在 1855 年提出。Shannon 在 1948 年第一次将熵的概念引入信息论中,用来描述系统的不确定性程度。在 1986 年,Kleer<sup>[17]</sup>将熵的定义应用于结构识别领域,并作为衡量模型参数不确定性的指标。测试系统布局的准确程度影响着结构识别的可靠性;在传感器个数不限的前提下,测点布置多意味着有更多用于模型校验的试验结果;但测点布设有限时,可能出现某些测点对结构响应不敏感,导致错误参数的模型也能与试验结果匹配。单模型识别方法的传感器最优布设原理是如何能够利用最少的测点得到鲁棒性最好的测试结果。而多模型识别方法的传感器最优布设原理是:在有限布点的情况下,使不同模型的测点响应具有最大的离散程度。Robert 等将最大熵原理引入到多模型理论中来,将熵值作为模型预测结构测点响应离散程度的衡量指标,为测试布局优化提供了理论指导<sup>[8]</sup>如式(2)~式(4)所示,

$$H = - \sum_i p_i \cdot \log_2 p_i \quad (2)$$

式中, $H$  表示熵值, $p_i$  为第  $i$  个区间上的概率。最简单的情形当只有两个区间时,

$$H = - (p \log_2 p + (1 - p) \log_2 (1 - p)) \tag{3}$$

实际多模型分析不能直接得到概率  $P_i$ , 而是统计落在第  $i$  个区间内的模型个数  $N_i$ , 根据统计学原理, 模型群总数  $N_{tot}$  很大时, 区间  $i$  内的频率近似于概率,

$$H = - \sum_{i=1}^n \left( \frac{N_i}{N_{tot}} \log_2 \left( \frac{N_i}{N_{tot}} \right) \right) \tag{4}$$

本节将基于静力位移测试结果进行钢筋混凝土连续梁的测点熵值研究, 以确定位移传感器的最优排序。采用概率性建模方式建立多个有限元模型, 依据混凝土材性试验和灵敏度分析结果, 指定弹性模量和密度服从正态分布, 支座轴向刚度服从自定义的指数均匀分布, 模型碎片的参数分布见表 2 所示。

表 2 测点熵值研究的参数取值

Table 2 Shannon's entropy value for measurement point

模型碎片	normrnd(mu, sigma)		模型碎片	$K_0 \cdot 10^{\sim} \text{unifrnd}(A, B)$		
	mu	sigma		$K_0$	A	B
弹性模量 $E$ (MPa)	35 000	5 000	端部支座刚度 $K_1$ ( $\text{kN} \cdot \text{mm}^{-1}$ )	$10^5$	-1	2
密度 $\rho$ ( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ )	2 450	50	中间支座刚度 $K_2$ ( $\text{kN} \cdot \text{mm}^{-1}$ )	$10^5$	-1	2

注: normrnd 和 unifrnd 分别为 Matlab 程序的正态分布和均匀分布函数。

利用 Matlab 编程生成 4 个模型碎片的参数并赋给指定的单元, 静力分析后获得 1# ~ 13# 测点的位移数据, 然后循环迭代至 10 000 个模型。其次将 10 000 个模型的静力位移结果进行分析, 按照其最大值和最小值合理划分统计区间, 统计得到落在每个区间上的模型个数, 因为 10 000 个模型样本总量已经足够大, 并认为频率近似等于概率。最后按式(4)计算钢筋混凝土连续梁各测点的熵值。

图 8 为基于静力位移的钢筋混凝土连续梁测点熵值直方图, 表 3 给出了连续梁位移测点的最优排序。研究结果显示测点 10 的位移熵值最大, 测点 1 和 13 的位移熵值最小, 这表明测点 10 布置位移传感器对模型辨识具有最高的区分度, 而两端支座效果最差。基于最大熵原理传感器最优布设的中心思想是最大熵值测点对应模型群的最大离散程度, 这对于在传感器个数有限的情况下布设提供了优化策略, 此外熵值为多模型筛选的位移测点优先顺序提供参考, 或作为单模型结构识别的权重比例因子。

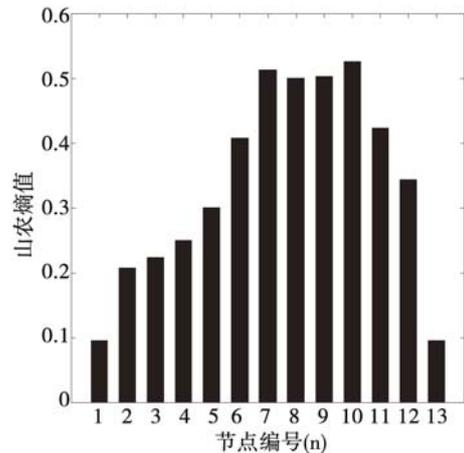


图 8 连续梁有限元模型的位移测点熵值直方图

Fig. 8 Entropy histogram for FE model of continuous beam

表 3 最大熵原理的位移测点排序

Table 3 Sequence of measurement point based on maximum entropy theory

测点	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
排序	12	11	10	9	8	6	2	4	3	1	5	7	12

### 5 基于误差界限阈值的多模型筛选

本节将利用模态参数进行多模型筛选。由于模态分析过程中弯曲模态和扭转模态在线性结构中常易混淆, 利用 MAC 值进行模态匹配容易出错, 需要人工干预检验模态匹配的正确性。本节将用于模态分析的模型减少至 1 000 个以正确判定模态匹配的精度。模型筛选的误差阈值<sup>[18]</sup>见表 4, 测试误差主要考虑传感器精度、测量噪声和测量可重复性。传感器精度为加速度传感器的测量误差, 测量噪声取平均噪声水平与加速度响应最大值的比值, 测量可重复性为 6 次模态测试频率的标准差与平均值的比值的 3 倍。一个 5% 的综

合值用来考虑各种有限元分析的误差影响。本文基于钢筋混凝土连续梁模态试验得到第1、4、7和8阶频率进行模型筛选。图9所示为基于4阶模态频率的模型散点分布及误差界限阈值。

表4 误差界限阈值的 uncertainty 来源  
Table 4 Uncertainty sources of error threshold

误差类型	偏差	模态阶数			
		1	4	7	8
传感器精度	—	0.01%	0.01%	0.01%	0.01%
测量噪声	—	0.12%	0.12%	0.12%	0.12%
测量可重复性	$\pm 3\sigma$	0.60%	0.84%	0.72%	0.42%
有限元分析	—	5.00%	5.00%	5.00%	5.00%
误差阈值	—	5.72%	5.96%	5.84%	5.54%

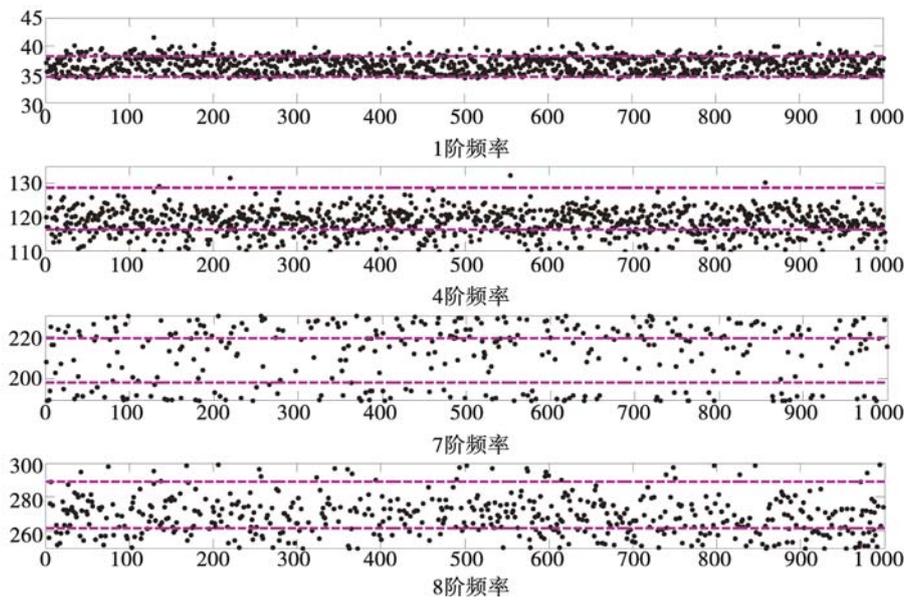


图9 基于模态频率的模型散点分布

Fig. 9 Scatter diagram based on modal frequency

图中数据显示第7、8阶模态的辨识度高,基于模态频率的阈值筛选,其核心思想在于从这些散点图中寻找公共的模型从而来预测结果。1000个模型中同时满足在界限阈值之内的4阶模态的公共模型有33个,人工筛选并剔除不合理模型后还剩下11个模型,图10为11个候选模型预测连续梁的静力位移,对应模型碎片的参数值见表5,即由模态参数筛选出来的11个模型所构成的模型簇能最好地表达该结构的实际静动力特性。

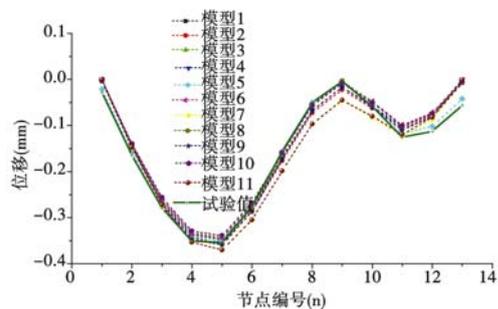


图10 11个候选模型预测的静力位移

Fig. 10 Anticipated static displacement results based on 11 models

表5 11个候选模型的物理参数

Table 5 Physical parameters of 11 selected models

模型	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$E(10^4 \text{ MPa})$	3.82	3.76	3.79	3.77	3.74	3.85	3.60	3.69	3.84	3.74	3.77
$\rho(10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3})$	2.42	2.36	2.45	2.40	2.39	2.32	2.33	2.36	2.43	2.35	2.38
$K_1(10^6 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-1})$	2.58	1.98	1.80	8.26	3.11	0.75	1.55	0.77	0.94	5.12	1.20
$K_2(10^6 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-1})$	1.18	0.92	2.74	1.15	3.98	0.44	5.30	1.19	2.29	0.58	0.72

## 6 结论

本文介绍了结构识别的基本理论,传统的单模型结构识别方法在于追求相对精确的参数识别方法,而忽略了模型本身的正确性,这样容易导致在模型错误的情况下,即使参数识别的精确程度再高产生的也是与实际结构不符的模型。而基于多模型的结构识别方法是解决该问题一种途径,它利用多个有限元模型来预测结构的测试结果,它不是简单地为了寻找到最优最正确的单个模型,其研究重点在于如何从众多待选的模型群中,挑选出最符合实际并反映结构特性的模型簇。本文研究的主要结论如下:

(1) 本文对一根钢筋混凝土连续梁进行了分级加载-卸载的静动力试验研究,获得了该连续梁在分级加载下各损伤工况的位移和应变结果,并对各损伤工况的试验梁进行多参考点脉冲锤击法模态试验,利用 CMIF 方法提取了该连续梁的前 8 阶模态频率和振型。

(2) 以钢筋混凝土连续梁的静动力结果为依据,选取混凝土的弹性模量和密度、中间支座刚度及端部支座刚度 4 个模型碎片建立连续梁有限元模型,并进行模型碎片的灵敏度分析,基于 Matlab 和 Strand7 交互访问生成 10000 个有限元模型,基于静力数据研究最大熵原理的传感器最优布设,获得了连续梁的 13 个测点位移最优排序,在测点布置有限的情况下最优的测点布置能提高模型区分能力的辨识度。

(3) 运用模态数据进行基于误差界限阈值的多模型甄选研究,通过模型碎片参数值的组合,挑选出 11 个最符合实际的结构模型,候选模型能够进一步用来预测连续梁结构在静载下的性能。

本文在前人研究的基础上运用多模型结构识别理论应用于连续梁上,而对于大型复杂结构的多模型识别今后值得进一步研究。

### 参考文献:

- [1] Hart G C, Yao J T P. System identification in structural dynamics[J]. Journal of the Engineering Mechanics Division, 1977, 103(6): 1089 - 1104.
- [2] Liu S C, Yao J T P. Structural identification concept[J]. Journal of Structural Division, 1978, 104(10): 1845 - 1858.
- [3] Doebling S W, Farrar C R, Aktan A E, et al. The state of the art in structural identification of constructed facilities[R]. A Draft Report by the ASCE Committee on Structural Identification of Constructed Facilities, 2000.
- [4] Catbas F N, Kijewski-Correa T, Aktan A E Structural identification (St-Id) of constructed facilities: Approaches, methods and technologies for effective practice of St-Id[R]. A State-of-the-Art Report by ASCE SEI Committee on Structural Identification of Constructed Systems, 2011.
- [5] Raphael B, Smith I. Finding the right model for bridge diagnosis[M]. Artificial Intelligence in Structural Engineering in Computer Science, Springer, Heidelberg, 1998, 308 - 319.
- [6] Raphael B, Smith I F C. A direct stochastic algorithm for global search[M]. Applied Mathematics and Computation, 2003, 146: 729 - 758.
- [7] Saitta S, Raphael B, Smith I F C. Data mining techniques for improving the reliability of system identification[M]. Advanced Engineering Informatics, 2005, 19: 289 - 298.
- [8] Robert-Nicoud Y, Raphael B, Smith I F C. Configuration of measurement systems using Shannon's entropy function[M]. Computers and Structures, 2005, 83: 599 - 612.
- [9] Robert-Nicoud Y, Raphael B, Smith I F C. System identification through model composition and stochastic search[J]. Journal of Computing in Civil Engineering, 2005, 19(3): 239 - 247.
- [10] Saitta S Raphael B, Smith I F C. Combining two data mining methods for system identification[M]. Intelligent Computing in Engineering and Architecture, Springer-Verlag, Berlin, 2006: 606 - 614.
- [11] Saitta S, Kripakaran P, Raphael B, et al. Improving system identification using clustering[J]. Journal of Computer Civil Engineering, 2008, 22(5): 292 - 302.
- [12] Goulet J A, Kripakaran P, Smith I F C. Multimodel structural performance monitoring[J]. Journal of Structural Engineering, 2010, 136(10): 1309 - 1318.
- [13] Saitta S, Kripakaran P, Raphael B, et al. Feature selection using stochastic search: An application of system identification[J]. Journal of Computing Civil Engineering, 2010, 24(1): 3 - 10.
- [14] Zapico-Valle J L, Alonso-Cambor R, Gonzalez-Martinez M P, et al. A new method for finite element model updating in structural dynamics[M]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2010, 24: 2137 - 2159.
- [15] Laory I, Ali N B H, Trinh T N, et al. Measurement system configuration for damage identification of continuously monitored structures[J]. Journal of Bridge Engineerin, 2012, 17(6): 857 - 866.
- [16] 谢利民. 基于模态柔度的钢筋混凝土结构损伤识别理论与试验研究[D]. 长沙: 湖南大学, 2014.  
XIE Limin. Theoretical and experimental research on damage identification of reinforced concrete structures with modal flexibility[D]. Changsha, Hunan University, 2014. (in Chinese)
- [17] Kleer J D, Williams B C. Diagnosing multiple faults[M]. Philadelphia. Artificial Intelligence, 1987.
- [18] Weidner J S. Structural identification of a complex structure using both conventional and multiple model approaches[D]. Philadelphia: Drexel University, 2012, 205 - 393.