

斜拉索截面信息未知时的刚度识别及索力计算

周 云, 易伟建

(湖南大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410082)

摘 要: 用拉索振动实测数据计算斜拉桥拉索的索力时, 不考虑斜拉索刚度影响的计算方法可演化为许多种. 计算表明由不同计算方法造成的误差已不能忽视. 斜拉桥索力检测的实例分析表明斜拉桥拉索的抗弯刚度影响是不能忽略的. 在斜拉索截面信息未知的情况下, 利用一种实用的拟合方法得到了拉索的刚度. 在考虑刚度的影响后, 计算结果表明基频法能反应中长索索力的真实值, 对于短索的索力应根据基频法进行折减. 用数值拟合方法对拉索截面未知情况下的拉索刚度进行了识别, 改进了固支情况下索力的计算结果.

关 键 词: 斜拉桥; 索力测试; 刚度识别

中图分类号: TU317

文献标识码: A

Stiffness Identification and Cable Force Calculation without Cable's Section Information Available

ZHOU Yun, YI Wei-jian

(College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract: Quite a number of methods have been deduced for calculating cable forces by vibration determination without considering the effect of stiffness. The errors caused by these methods couldn't be ignored. The measuring results of cable force of one cable-stayed bridge indicated that the effect of stiffness on cable-stayed bridge couldn't be neglected. Without the cable's section information available, a practical curve fitting method was used to identify the stiffness of cables. Taking the stiffness effect into account, the basic-frequency method could reflect the real forces of the medium and long cables, but the force of the short cables should be deducted according to the basic-frequency method.

Key words: cable-stayed bridge; cable force determination; stiffness identification

从 1955 年瑞典的斯特罗姆桥开始, 作为一种大跨度的桥梁形式, 斜拉桥以其形式优美、跨越长度大而受到人们的喜爱. 斜拉桥在服役过程中, 其斜拉索在锚固区高度应力集中、腐蚀、疲劳以及在风雨作用下引起的振动, 均会引起斜拉桥索力的改变, 因此, 准确测定索力值成为检测斜拉桥的关键. 斜拉桥的索力测量方法分为压力表测定法、压力传感器测定法和振动频率法等, 其中振动频率法是一种间接测量方法, 多用于成桥梁后的检测工作^[1]. 作为一种由频率间接换算索力的方法, 振动法测索

力的关键在于如何由实测数据得到正确的拉索频率值^[2].

国内外许多学者对斜拉索的抗弯刚度、边界条件、计算长度、斜度、垂度、非线性、阻尼识别等问题进行了研究. Roman^[3]等考虑到实测中拉索高阶频率比理想张拉弦偏高的现象, 用了适用的理论公式识别了拉索的抗弯刚度以及索力. 宋一凡^[4]等引入动力计算长度的概念, 将两端固支的拉索等效为两端铰支的拉索, 有较高的实用价值. 张宏跃^[5]等综合运用随机振动、风工程、非线性和误差分析理论, 改进了估算拉索索力的方法. Xu Y.L.^[6]等在实验室进行了斜拉索模型试验, 对拉索的非线性振动现象进行了仔细研究. 任伟新^[7]在实验室对斜拉索进行了锤击法和随机振动法研究, 探讨了在实际

收稿日期: 2006-01-29

基金项目: 湖南省高速公路管理局项目(50378034)

作者简介: 周 云(1979-), 男, 湖南长沙人, 博士研究生.

索力检测中采用锤击法进行测试的可行性. 笔者以长沙某大桥的索力测试为基础, 对斜拉索的刚度识别和索力计算方法进行研究.

1 典型案例

长沙某大桥位于长沙市境内 319 国道上, 建于 1994 年, 跨越浏阳河. 该桥为一联 760 m 的连续梁, 桥跨布置为 15 m×16 m+9 m×20 m+2 m×50 m+9 m×16 m, 通航孔为 2 m×50 m(图 1, 图 2). 该桥拉索截面情况未知. 2005 年 2 月笔者对该桥索力进行了索力测试.



图 1 长沙某大桥全貌

Fig.1 The panorama of a bridge in Changsha city

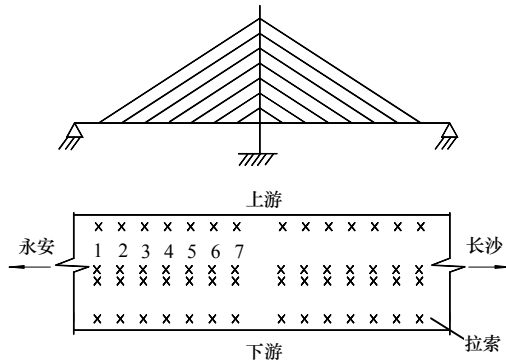


图 2 大桥斜拉索编号

Fig.2 The numbering of the bridge's cables

振动法测试索力的常用方法是利用自谱的峰值确定频率函数, 拾取功率谱上的各阶峰值作为各阶频率, 将各阶频率及阶数代入柔性索计算公式:

$$T = 4\rho L^2 f_n^2 / n^2 \tag{1}$$

其中, ρ 为拉索的密度; L 为拉索的计算长度; f_n 为拉索的第 n 阶频率.

计算相应的索力并取其平均值作为所求索力^[2]. 斜拉桥拉索功率谱上的峰值在理论上是等间距的, 而且间距的值就是拉索的基频, 因此, 围绕此公式有如下几种计算方法:

(1) 直接公式法或平均处理法^[8]: 直接用公式 (1), 采用任一阶频率或采用前 3 阶至前 4 阶频率的平均频率 $f = (f_n + f_m + f_k) / (n + m + k)$ 的方法, 以降低干扰, 提高测试精度.

(2) 基频法: 用基频计算索力, 计算公式简化为 $T = 4\rho L^2 f^2$.

(3) 频差求均值法: 求频率间距的均值, 然后作为基频代入计算.

以中上游永安岸的 1[#]~7[#]索为研究对象, 3 种方法的计算值如图 3 所示. 以拉索测试基频的 1, 2, 3, ..., n 倍为理论值, 对比实测结果如图 4 所示.

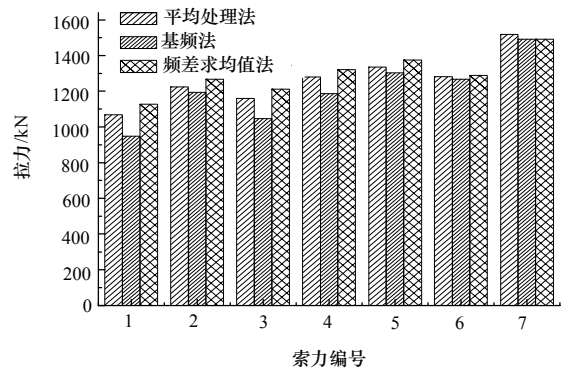
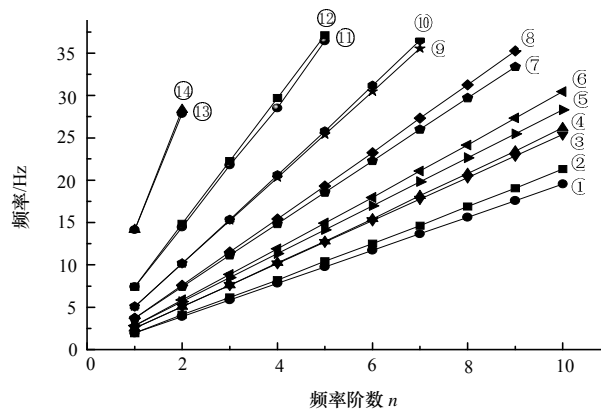


图 3 3 种方法的计算值比较

Fig.3 The comparison of calculating results by three methods



□1[#]索实测值, □1[#]索计算值, □2[#]索实测值, □2[#]索计算值, □3[#]索实测值, □3[#]索计算值, □4[#]索实测值, □4[#]索计算值, □5[#]索实测值, □5[#]索计算值, ⑬[#]索实测值, ⑪[#]索计算值, ⑬[#]索实测值, ⑪[#]索计算值

图 4 频率测试值与理论值比较

Fig.4 The comparison between frequencies of measuring results and theoretical results estimation

比较图 3 的 3 种方法，基频法比其他两种方法计算所得结果都要低，其中 1[#]拉索相差最大，相差值达 178.55 kN，低估索力达 18.8%。工程中大于 5% 的误差已经不能忽略不计。本次测试如果用基频法之外的另两种方法，则结果会比 2005 年以前其他检测部门所测试的该桥所有斜拉索索力的数值还要大，结果明显有误。由图 4 可知，以测试基频值的 n 倍为理论值，比较不同拉索的频率值，结果表明：频率阶数越高，则偏离越大，而且实测值均偏大，但前 3 阶频率还是基本重合。这是平均处理法和频差求均值法的结果大于基频法的重要原因。索力的不同是由公式(1)中 L^2 项的放大造成的。笔者现探讨用何种计算方法所得的理论值比较正确可靠。

2 拉索刚度识别及计算方法选择

文献[9]指出拉索抗弯刚度对索力的影响很小，影响一般不会超过 3%，且随索长的增加，其影响愈来愈小。测试分析表明，索长小于 40 m 时，其影响会超过 5%，但一般不会超过 10%。针对计算模型的假定如下：

(1) 当斜拉索从 20° 变化到 80° 时，索力的变化不超过 1%，因此，在计算模型中不考虑拉索斜度的影响^[9]。

(2) 对于边界条件，分别考虑简支和固支两种情况，不考虑端部支撑刚度与阻尼的影响。

(3) 不考虑非线性的影响。

缆索张紧状态下的自由振动方程为：

$$EI \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} - T \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \tag{2}$$

其中， x 为沿缆索方向的坐标； $u(x, t)$ 为缆索上各点在时刻 t 的横向位移； EI 为缆索的抗弯刚度； T 为索拉力； ρ 为缆索的线密度。

2.1 考虑拉索两端铰支的索力计算

假定缆索的边界条件为两端铰支。在这种情况下方程解为：

$$T = \frac{4\rho L^2 f_n^2}{n^2} - \frac{n^2 \pi^2 EI}{L^2} \tag{3}$$

由(3)式可以看出，由于拉索刚度不可忽略，由

任一阶频率计算出的拉索拉力，应该减去拉索刚度的贡献；对应于 1, 2, 3, ..., n 阶频率，拉索刚度会按 1, 4, 9, ..., n^2 的倍数增长；对于同一根拉索，任取第 m 和 n 阶频率，则有：

$$T_1 = \frac{4\rho L^2 f_n^2}{n^2} - \frac{n^2 \pi^2 EI}{L^2} \tag{4}$$

$$T_2 = \frac{4\rho L^2 f_m^2}{m^2} - \frac{m^2 \pi^2 EI}{L^2} \tag{5}$$

由于 $T_1 = T_2$ ，则有：

$$EI = \frac{4\rho L^4}{\pi^2} \left[\frac{(f_m)^2}{m^2} - \frac{(f_n)^2}{n^2} \right] \tag{6}$$

从(6)式可以看出，如果测试的频率值如图 4 中理想的等差数列的话，则刚度 EI 将为 0。这一点也可反证由于 EI 导致的图 4 中频率值到后期增大的现象。将 1[#]~7[#]拉索的各阶频率值除以频率阶次，并将频率阶次和频率值平方后得到图 5 的对应关系。

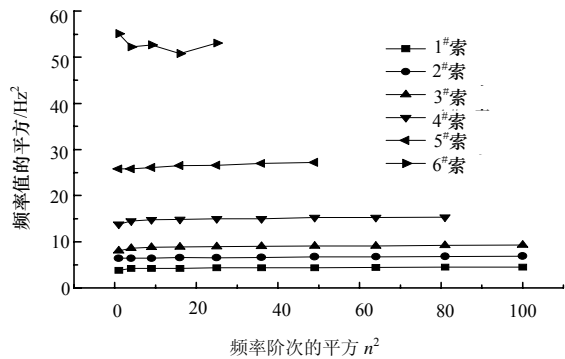


图 5 频率值与频率阶次的比较

Fig.5 The relationships between frequency and the number of frequency

其中某些局部点的不均匀主要受到频率分辨率 $\Delta f = 0.098$ Hz 的影响，也与输入噪声有一定关系。选用二次函数对图中曲线进行拟合，即将 $Y = Ax^2 + Bx + C$ 代入式(6)，得到：

$$EI = \frac{4\rho L^4}{\pi^2} \left[\frac{A(m^2 - n^2) + B(m - n)}{m - n} \right] = \frac{4\rho L^4}{\pi^2} [A(m + n) + B] \tag{7}$$

由式(7)可以看出， EI 刚度的识别值与选用的频率阶数和 $m + n$ 有关。由于 A 通常为负，选用前

几阶频率得到的刚度识别值将大于选用后面频率所得值。在进行曲线拟合时,观察到 A 值通常比较小,则把 A 值近似为 0,则(7)式简化为:

$$EI = \frac{4\rho L^4}{\pi^2} B \quad (8)$$

从式(8)可识别出拉索的刚度,并反算斜拉索索

力值(表 1)将由各阶频率计算出的不考虑拉索刚度的索力均值和均方差与考虑拉索刚度的均值和均方差进行比较,可以看出考虑拉索刚度后,索力计算值离散程度明显减小。1[#]和 5[#]索的刚度差异说明了 1[#]索为 5[#]索直径的 1.4 倍。这反映了斜拉桥设计中 1[#]索截面通常较大的规律。

表 1 拉索两端固支时求得的索力值及相关数据
Table 1 Comparison between the cable forces when its ends are fixed

索号	ξ	C	L/cm	f_2/Hz	T/kN	$\Delta T_1/\text{kN}$	$\Delta T_2/\text{kN}$
1 [#]	91.40	0.044 4	4 888.8	4.102	995.01	27.46	46.56
2 [#]	122.77	0.041 4	4 217.9	5.078	1 150.26	44.85	42.49
3 [#]	98.99	0.059 1	3 543.6	5.859	1 070.73	46.41	24.08
4 [#]	102.96	0.074 9	2 878.1	7.617	1 196.28	46.44	9.90
5 [#]	91.87	0.110 6	2 203.7	10.156	1 240.31	64.46	62.03

6[#], 7[#]索由于采样频率值设置较低而未能采集到高阶频率,未能拟合曲线,未对短索作分析。

应当指出,上述方法是一种实用方法。工程中拉索抗弯刚度的取值是利用拉索刚度的惯性矩求得的,并考虑了拉索中填充物等的影响,因素复杂,且和服役时间有一定关系。等效拉索的圆截面直径能近似反应拉索的截面情况。由于实际拉索外包防护物形状呈椭圆形而未能比较。文献[3]提出的拉索抗弯刚度以及索力识别方法,是在截面面积已知的情况下,按照截面惯性矩 2/3 经验折减所得到的。笔者所提出的实际上是一种在拉索信息未知情况下的拉索抗弯刚度识别方法。

2.2 考虑拉索两端固支的索力计算

假定拉索两端为固支,斜拉索微分方程同式(2)。方程需要用迭代法求解,计算过程复杂。文献[10]在考虑垂度和刚度的条件下,当 $\xi \geq 60$ 时,利用第一阶和第二阶自振频率可推导出如下索力简化计算公式:

$$T = \frac{w}{g} (f_2 L^2) \left[1 - 4.40 \frac{C}{f_2} - 1.1 \left(\frac{C}{f_2} \right)^2 \right] \quad (9)$$

式中: $\xi = \sqrt{T/EI} \cdot l$ 为引入的无量纲参数,

$$C = \sqrt{(EIg)/(wL^4)}.$$

将考虑两端铰支情况下识别出来的刚度值代入式(9)求固支情况下的索力值,求得拉索的 ξ , C

和拉力 T 如表 1 所示。表 1 中还比较了在边界条件铰支和固支两种情况下,在考虑刚度影响下所求得的拉力差值 ΔT_1 , 以及各斜拉索边界条件固支和用基频法直接求阶所求得拉力的差值 ΔT_2 。

由 Rayleigh 约束定理^[11], 当一个有 n 个自由度的线性系统被加予 s 个独立的约束后,被约束系统的固有频率 p_r 和原系统的固有频率 p_r 及 p_{r+s} 之间满足以下关系:

$$p_r \leq p_r \leq p_{r+s} \quad (r=1, 2, \dots, n-s) \quad (10)$$

这说明增加约束后能使系统的固有频率提高。对于笔者所研究的拉索,当 EI , L , T 均相同时,两端固支斜拉索的自振频率大于两端简支斜拉索的;反之,对于 EI , L 相同的两根拉索,要使两种边界条件下的拉索频率相等,只要使设计简支索的拉力大于固支索的拉力即可。表 1 和表 2 的计算值能反应这种差距。由于斜拉索的锚固端构造复杂,服役多年的锚固端无法正确模拟,其边界条件正处在理想简支和理想固支之间,即是表 1 ΔT 中的某一个数值。

比较各值的计算结果可以发现,中长拉索的索力值接近于用基频法求得的拉力值,在实际运用中可直接利用公式(1)由基频法计算拉索索力。对于短拉索,刚度的影响使基频法高估了实际的索力值,

应该根据实际进行一定程度的折减。实际的斜拉桥在无车辆运行时，基频值能够清晰找到。如果在有车辆运行时进行检测，桥梁振动频率峰值会影响判

别。这需要先进行桥梁自振频率的测试，剔除这种影响因素。

表 2 斜拉索刚度的识别值
Table 2 The identification results of cable's stiffness

索号	索长/cm	识别刚度 $EI/(kN \cdot m^2)$	不考虑刚度		考虑刚度		采样频率分辨 率误差/kN	等效拉索圆截 面直径/mm
			索力均值/kN	索力均方差/kN	索力均值/kN	索力均方差/kN		
1 [#]	4 888.8	292.42	1 068.90	51.47	1 022.46	29.65	2.372	73.9
2 [#]	4 217.9	141.07	1 225.21	28.21	1 195.11	7.01	1.765	61.6
3 [#]	3 543.6	143.17	1 160.42	48.27	1 117.14	28.16	1.246	61.8
4 [#]	2 878.1	100.05	1 280.44	42.03	1 242.72	24.55	0.822	56.5
5 [#]	2 203.7	75.07	1 335.35	28.19	1 304.77	6.23	0.482	52.6

3 结 论

a. 平均处理法、基频法和频差求均值法等不考虑拉索刚度的索力计算方法中，基频法所得的计算结果值最低，其原因是测试结果在高频时为差值逐渐增大的数列。这种数据发散现象是由拉索刚度引起的。

b. 经过比较发现，采用基频法所得计算结果接近中长索索力的真实值，但该方法高估了短拉索的索力值，需要根据情况不同程度地折减。

c. 建议检测部门对拉索进行索力检测时指明所用的计算方法，以防止由于历史记录值不准确而导致误差累积。

参考文献:

- [1] 刘效尧, 蔡 键, 刘 晖. 桥梁损伤诊断[M]. 北京: 人民交通出版社, 2002: 107-119.
- [2] 陈 刚, 任伟新. 基于环境振动的斜拉桥拉索基频识别[J]. 地震工程与工程振动, 2003, 23(3): 100-106.
- [3] Roman Geier, Guido De Roeck, Johannes Petz. Cable force determination for the Danube channel bridge in Vienna[J]. Structural Engineering International, 2005,

15(3): 181-185.

- [4] 宋一凡, 贺拴海. 斜拉索动力计算长度研究[J]. 中国公路学报, 2001, 14(3): 70-72.
- [5] 张宏跃, 田石柱. 提高斜拉索索力估算精度的方法[J]. 地震工程与工程振动, 2004, 24(4): 148-151.
- [6] Xu Y L, Zhan S, Ko J M, et al. Experimental study of vibration mitigation of bridge stay cables[J]. Journal of Structural Engineering, 1999, 125(9): 977-986.
- [7] 任伟新, 胡卫华, 林友勤. 斜拉索模态试验参数研究[J]. 实验力学, 2005, 20(1): 102-108.
- [8] 吴海军, 辰思甜, 龚尚龙, 等. 斜拉桥索力测试方法研究[J]. 重庆交通学院学报, 2001, 20(4): 24-37.
- [9] 方 志, 张智勇. 斜拉桥的索力测试[J]. 中国公路学报, 1997, 10(1): 51-58.
- [10] Hiroshi Zui, Tohru Shinke, Yoshio Namita. Practical formulas for estimation of cable tension by vibration method[J]. Journal of Structural Engineering, 1996, 122(6): 651-656.
- [11] 殷学纲, 陈 淮, 蹇开林. 结构振动分析的子结构方法[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1991: 25.

责任编辑: 王赛群

英文编辑: 罗文翠

斜拉索截面信息未知时的刚度识别及索力计算

作者: 周云, 易伟建, ZHOU Yun, YI Wei-jian
作者单位: 湖南大学, 土木工程学院, 湖南, 长沙, 410082
刊名: 湖南农业大学学报(自然科学版) ISTIC PKU
英文刊名: JOURNAL OF HUNAN AGRICULTURAL UNIVERSITY(NATURAL SCIENCES)
年, 卷(期): 2006, 32(4)
被引用次数: 2次

参考文献(11条)

1. 刘效尧;蔡键;刘晖 桥梁损伤诊断 2002
2. 陈刚;任新伟 基于环境振动的斜拉桥拉索基频识别[期刊论文]-地震工程与工程振动 2003(03)
3. Roman Geier;Guido De Roeck;Johannes Petz Cable force determination for the Danube channel bridge in Vienna 2005(03)
4. 宋一凡;贺栓海 斜拉索动力计算长度研究[期刊论文]-中国公路学报 2001(03)
5. 张宏跃;田石柱 提高斜拉索索力估算精度的方法[期刊论文]-地震工程与工程振动 2004(04)
6. Xu Y L;Zhan S;Ko J M Experimental study of vibration mitigation of bridge stay cables[外文期刊] 1999(09)
7. 任伟新;胡卫华;林友勤 斜拉索模态试验参数研究[期刊论文]-实验力学 2005(01)
8. 吴海军;陈思甜;龚尚龙;许羿 施尚伟 斜拉桥索力测试方法研究[期刊论文]-重庆交通学院学报 2001(04)
9. 方志;张智勇 斜拉桥的索力测试 1997(01)
10. Hiroshi Zui;Tohru Shinke;Yoshio Namita Practical formulas for estimation of cable tension by vibration method 1996(06)
11. 殷学纲;陈淮;蹇开林 结构振动分析的子结构方法 1991

本文读者也读过(10条)

1. 方旭慧. 何培新. 李尧鑫. FANG Xu-hui. HE Pei-xin. LI Yao-xin 超长预应力箱梁预应力检测试验分析[期刊论文]-浙江建筑2008, 25(8)
2. 瞿阳. 袁宝. 王丰. QU Yang. YUAN Bao. WANG Feng 中承式钢管混凝土拱桥吊杆索力检测[期刊论文]-工程与建设2009, 23(4)
3. 林立. 张雷. 瞿志豪. 李胡生. LIN Li. ZHANG Lei. QU Zhi-hao. LI Hu-sheng 斜拉桥索力检测中受减振器影响的等效索长计算方法[期刊论文]-上海应用技术学院学报(自然科学版) 2008, 8(3)
4. 赵兴奎. 周宇. 李周至. 王晓东. 冯志敏. Zhao Xingkui. Zhou Yu. Li Zhouzhi. Wang Xiaodong. Feng Zhimin 基于传感器的斜拉索基频提取的混合算法研究[期刊论文]-计算机测量与控制2011, 19(2)
5. 张俊岱. 谢尉鸿 委内瑞拉马拉开波桥的拉索检测与调索张拉[期刊论文]-中外公路2004, 24(6)
6. 张严 振动法检测斜拉桥索力[期刊论文]-河南建材2009(2)
7. 黄福伟. 王标才. HUANG Fuwei. WANG Biaocai 无粘结预应力空心板桥混凝土现存预应力检测的计算分析[期刊论文]-公路交通技术 2008(6)
8. 刘邵平. 段鸿杰. 李求源. Liu Shaoping. Duan Hongjie. Li Qiuyuan 寒山大桥吊杆二次张拉索力计算[期刊论文]-现代交通技术 2011, 08(1)
9. 王代华. 刘建胜 斜拉桥桥索张力检测理论与实验研究[会议论文]-1999
10. 郭升烈. Guo Shenglie 前湖钢管拱桥系杆张拉技术[期刊论文]-市政技术2008, 26(3)

引证文献(2条)

1. 何伟. 何容. 陈淮 运用中、下承式拱桥吊杆张力变化进行吊杆损伤识别研究[期刊论文]-振动与冲击 2012(5)
2. 赵兴奎. 周宇. 李周至. 王晓东. 冯志敏 基于传感器的斜拉索基频提取的混合算法研究[期刊论文]-计算机测量与控制 2011(2)

引用本文格式: 周云. 易伟建. ZHOU Yun. YI Wei-jian 斜拉索截面信息未知时的刚度识别及索力计算[期刊论文]-湖南农业大学学报(自然科学版) 2006(4)