

学校代号 10532

学 号 S11011028

分 类 号 TU375

密 级 公开



硕士学位论文

基于模态柔度的钢筋混凝土结构 损伤识别理论与试验研究

学位申请人姓名 谢利民

培 养 单 位 土木工程学院

导师姓名及职称 易伟建教授 周云副教授

学 科 专 业 结构工程

研 究 方 向 结构识别与损伤诊断

论文提交日期 2014年5月31日

学校代号：10532

学 号：S11011028

密 级：公开

湖南大学硕士学位论文

基于模态柔度的钢筋混凝土结构 损伤识别理论与试验研究

湖南大学青年教师成长计划资助

高校博士点新教师基金(20120161120028)资助

湖南省自然科学基金青年基金(12JJ4053)资助

国家自然科学基金青年基金(51208190)资助

学位申请人姓名：谢利民

导师姓名及职称：易伟建教授 周云副教授

培 养 单 位：土木工程学院

专 业 名 称：结构工程

论文提交日期：2014年05月31日

论文答辩日期：2014年06月03日

答辩委员会主席：沈蒲生教授

Theoretical and experimental research on damage identification of
reinforced concrete structures with modal flexibility

by

XIE Limin

B.E.(North China Institute of Science & Technology)2011

A thesis submitted in partial satisfaction of the

Requirements for the degree of

Master of Engineering

in

Structural Engineering

in the

Graduate School

of

Hunan University

Supervisor

Professor YI Weijian, Associate Professor ZHOU Yun

May, 2014

湖南大学

学位论文原创性声明

本人郑重声明：所提交的论文是本人在导师的指导下独立进行研究所取得的研究成果。除了文中特别加以标注引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写的成果作品。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全意识到本声明的法律后果由本人承担。

作者签名：

日期： 年 月 日

学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅。本人授权湖南大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

本学位论文属于

- 1、保密 ，在_____年解密后适用本授权书。
- 2、不保密 。

(请在以上相应方框内打“√”)

作者签名：

日期： 年 月 日

导师签名：

日期： 年 月 日

摘 要

结构识别是一门跨学科的综合性研究,自上世纪 70 年代以来一直处于热门研究领域。近十年来 ASCE-SEI 致力于推广结构识别六步圆的研究框架,以此来规范结构识别的相关研究,这已受到很多研究学者的推崇。依据“理论-试验-决策”的研究思路,结构识别六步圆包括:(1)观察和概念;(2)先验模型;(3)控制实验;(4)数据分析与阐述;(5)模型校验和参数识别;(6)模型模拟预测。本文在总结和吸收国内外的优秀成果基础上,对实验室的钢筋混凝土简支梁、连续梁和地基上空间框架模型进行静动力试验及结构识别研究。具体内容如下:

(1)在理论上拓展了模态柔度概念,并发展了基于频响函数截距的模态柔度算法。针对模态柔度仅基于位移响应的研究现状,本文提出了包含力矩和转角信息的广义模态柔度。一根薄壁方钢管悬臂梁的静力分析、模态分析和线性时程分析结果被用来验证模态柔度算法的正确性,研究表明转角振型比位移振型的质量参与系数低,因而转角模态柔度的精度比位移模态柔度低,合成转角模态柔度需要更高阶的转角振型。

(2)钢筋混凝土简支梁自振频率随着损伤程度的加深逐渐降低,阻尼比增加,且应变振型比位移振型更能敏感地识别损伤位置,而模态柔度能综合全面地反映钢筋混凝土简支梁的损伤位置和损伤程度。混凝土非线性使模态柔度位移和静载位移处于不同的受力状态。钢筋混凝土简支梁的边界条件对模态参数影响大,并基于 Strand7 API-Matlab 交互访问修正不同损伤工况简支梁的物理参数,获得钢筋混凝土简支梁的刚度梯形退化曲线。

(3)由于结构识别中测量误差和模型误差的补偿抵消,传统单模型结构识别显示出其局限性,从而指出结构识别可靠性的重要性。本文以钢筋混凝土连续梁的静动力测试结果为依据,选取混凝土的弹性模量和密度、中间支座刚度及端部支座刚度 4 个模型碎片建立了 10000 个有限元模型,研究模型碎片的灵敏度和位移测点熵值排序,并运用静力位移和模态频率进行基于误差阈值的多模型甄选。

(4)填充墙对钢筋混凝土空间框架模态参数的影响显著。设计一组空框架、粘土砖框架和填充墙框架的对比试验,分别研究填充墙的附加质量和附加刚度对钢筋混凝土框架模态参数的影响。研究表明填充墙的附加质量使频率降低而附加刚度使频率提高,填充墙刚度会引起空间框架某些模态的缺失或耦合,填充墙的位置对空间框架的模态参数变化幅值有决定性影响。

关键词: 结构识别; 模态柔度; 试验模态分析; 多模型方法; 钢筋混凝土结构

Abstract

Structural identification (St-Id) is an interdisciplinary comprehensive study, which has been an active research since the 1970s. ASCE-SEI is devoted to normalize the St-Id research in latest decade, which has been adopted by many researchers. According to the ‘theory-test-decision’ research idea, St-Id process composes of six steps: (1)observation and conceptualization, (2)a priori modeling, (3)controlled experimentation, (4)processing and interpretation of data, (5)model calibration and parameter identification and (6)utilization of model for simulation. This paper summarized the domestic and foreign excellent results of St-Id research, and conducted static and modal tests on a reinforced concrete (RC) simply-supported beam, a RC continuous beam and a RC space frame. The detailed contents are listed in the following:

(1)Theoretically expanding the concept of modal flexibility, and proposing a algorithm of modal flexibility based on the intercept at 0Hz of frequency response function. For a currently limited application to displacement response, in this paper moment impulse and angle response were introduced to obtain its extensive definition. The numerical static and dynamic analysis were carried out on a thin-walled square steel tube cantilever beam to verify the rationality of suggested algorithm. Results show displacement-based mode shape generally has lower mass participation factor than angle-based mode shape. Therefore, accurate synthesis of modal flexibility needs more angle-based mode shapes.

(2)Natural frequencies were decreased with successive damage of RC simply-supported tested beam, while damping ratios were increased with the damage. Strain mode shape is more sensitive to identify the damage location than displacement mode shape, and modal flexibility can comprehensively indicate the location and degree of the damage. Nonlinear phenomenon of concrete made modal flexibility generated displacement and static displacement being different force bearing condition, consequently, the error between them were increased with the increment of the damage. Boundary conditions have great influences on modal parameters of a RC simply-supported beam, and a trapezoidal distribution of stiffness degradation is identified via Strand7 API–Matlab model updating for different damage scenarios.

(3)Due to compensation of measurement error and model error in St-Id process,

traditional single model St-Id shows its shortcoming. Ten thousand finite element models, which are made up of four model fragments: elastic modulus E_c , density of concrete ρ_c , axial stiffness of middle support K_1 and two boundary supports K_2 , are modelled for multiple St-Id research. Sensitivity analysis of model fragments, maximum entropy of transducer optimal configure and model selection based on error threshold are studied using static displacement and modal frequency results of the tested RC continuous beam.

(4) In-filled wall significantly affects modal parameters of a RC space frame. Three modal experiment cases, which are empty frame test, brick frame test and in-filled wall frame test, were designed for comparison study of the influence of infilled wall additional mass and stiffness to modal parameters. Results show the in-filled wall lead to the coupling of certain modes, modal frequencies were decreased by additional mass of in-filled walls while frequencies were increased by additional stiffness, and change magnitude of the RC space frame modal parameters depend on position of in-filled wall.

Key Words: Structural identification; Modal flexibility; Experimental modal analysis; Multiple model method; Reinforced concrete structures

目 录

学位论文原创性声明和学位论文授权使用授权书	I
摘要	II
Abstract	III
第 1 章 绪论	1
1.1 研究背景与意义	1
1.2 结构识别	2
1.2.1 结构识别的定义	2
1.2.2 结构识别六步圆	3
1.2.3 模型校验	4
1.3 结构识别的模型理论	4
1.3.1 无模型方法	4
1.3.2 单模型方法	5
1.3.3 多模型方法	5
1.4 结构识别的研究进展	7
1.4.1 钢筋混凝土简支梁	7
1.4.2 钢筋混凝土连续梁	9
1.4.3 钢筋混凝土框架	10
1.5 本文研究的主要内容	11
第 2 章 基于 MRIT 的模态柔度理论	12
2.1 引言	12
2.2 模态柔度的概念	12
2.2.1 位移模态柔度	13
2.2.2 转角模态柔度	13
2.2.3 模态柔度的分类	13
2.3 模态柔度的算法	13
2.3.1 基于圆频率和质量归一振型提取模态柔度	14
2.3.2 基于频率响应函数的截距提取模态柔度	14
2.4 梁的横向振动理论与悬臂梁仿真	16
2.4.1 梁的横向振动理论	16
2.4.2 SAP2000 有限元分析	19
2.4.3 实验模态分析	20

2.4.4	模态柔度计算结果对比分析	22
2.4.5	转角模态柔度的应用	27
2.5	本章小结	27
第 3 章	基于单模型的 RC 简支梁损伤识别	28
3.1	引言	28
3.2	钢筋混凝土简支梁的静动力试验	28
3.2.1	试验目的	28
3.2.2	试验对象	28
3.2.3	试验装置	29
3.2.4	Atena 有限元分析	32
3.2.5	试验工况	32
3.2.6	传感器标定试验	33
3.3	试验现象及结果	34
3.3.1	静载试验的裂缝开展	34
3.3.2	位移模态分析和应变模态分析	36
3.3.3	模态参数识别	38
3.3.4	模态柔度位移与静载位移	42
3.4	有限元模型修正	44
3.4.1	基于 Strand7 API-Matlab 交互访问的模型修正理论	44
3.4.2	钢筋混凝土简支梁的有限元建模	45
3.4.3	损伤工况参数识别	47
3.5	本章小结	49
第 4 章	基于多模型的 RC 连续梁损伤识别	50
4.1	引言	50
4.2	多模型结构识别理论	50
4.2.1	结构识别可靠性	50
4.2.2	误差理论	50
4.2.3	误差补偿	51
4.2.4	多模型结构识别方法	51
4.3	钢筋混凝土连续梁试验	52
4.3.1	静载试验	52
4.3.2	Atena 有限元分析	54
4.3.3	多参考点脉冲锤击法模态试验	55
4.3.4	混凝土和钢筋的材性试验	55
4.4	试验结果	57

4.4.1 静载试验的裂缝开展.....	57
4.4.2 荷载-位移曲线.....	58
4.4.3 荷载-应变曲线.....	58
4.4.4 试验模态分析.....	60
4.4.5 模态参数识别.....	61
4.4.6 模态柔度位移与静载位移.....	64
4.5 多模型识别钢筋混凝土连续梁.....	66
4.5.1 基于模型不确定性构建模型碎片库.....	66
4.5.2 基于 Strand7API-Matlab 交互访问的多模型建模.....	66
4.5.3 基于灵敏度分析的模型碎片筛选.....	67
4.5.4 基于最大熵值的传感器最优布设.....	69
4.5.5 基于界限阈值的多模型甄选.....	71
4.6 本章小结.....	74
第 5 章 地基上 RC 框架的静动力试验研究	75
5.1 引言.....	75
5.2 钢筋混凝土框架模型试验.....	75
5.2.1 模态试验.....	76
5.2.2 静载试验.....	78
5.2.3 回弹法测试框架混凝土的弹性模量.....	78
5.2.4 砂浆抗压强度试验.....	79
5.3 静载试验结果.....	80
5.3.1 荷载-位移曲线.....	80
5.3.2 荷载-应变曲线.....	81
5.4 模态试验结果.....	82
5.4.1 模态分析与参数识别.....	82
5.4.2 频率和阻尼比.....	85
5.4.3 模态振型.....	86
5.5 静载位移和模态柔度位移.....	90
5.6 本章小结.....	93
结论与展望	94
参考文献	96
致谢	103
附录 A (攻读学位期间所发表的学术论文目录)	104

第 1 章 绪 论

1.1 研究背景与意义

我国已迈入土木工程建设的高速发展时期，近年来大批高层建筑不断涌现，各地相继出现了标志性的超高层建筑。对一些地标性建筑进行长期健康监控以确保超高层结构的安全，已成为世界各国的一种流行做法。另一方面，民用建筑已转向旧建筑的维修与改造。随着房屋的产权多元化和租赁频繁化，房屋使用安全隐患日益凸现：擅自改变房屋使用功能，盲目改建加层，胡乱装修拆除承重构件，这些因素严重影响房屋结构的整体性与安全性^[1]。

我国目前大量桥梁的使用寿命已超过 40 年。由于反复受到磨损冲击、暴雨洪水、风沙冰雪、日晒冻融等外部因素侵蚀，加上以往设计水平达不到现有的要求，以及汽车的数量剧增和超载频繁，部分建筑材料性能发生退化，桥梁结构呈现出不同程度的损伤甚至垮塌，其安全性能面临巨大的威胁^[2]。为此桥梁管理部门须加强桥梁维护与检测，使用行之有效的方法来评估桥梁的安全状况。



a) 香港青马大桥

b) 广州新电视塔

图 1.1 结构识别的经典案例

过去的房屋和桥梁结构检测主要依据视觉检查，而基于可控载荷试验的结构识别方法需要一定的专家经验和资金支持，这很大程度上局限于当时的社会条件。然而随着经济的飞速发展和对结构安全性能的逐步重视，工程师逐渐意识到以往的结构检测评估不可靠，需要快速且可靠的评估方法为管理部门提供决策支持，这在一定程度上促进着结构识别状况评估方法的发展。图 1.1 为国内地标性建筑进行结构识别的两个经典案例，王柏生等^[3]运用数值模拟来识别青马大桥桥面板的结构损伤；顾明^[4]和周晷毅^[5]分别研究了广州新电视塔模型的风洞试验和风致响应分析。

本文的研究对象是钢筋混凝土结构。相对原始社会的土木结构，文明史初期的砌体结构，以及工业革命时期的钢结构来说，钢筋混凝土结构是结构工程中最年轻的成员。但在当今中国，它已发展成为最为兴旺发达的一族。随着科技水平的不断创新，钢筋混凝土的性能及其制作工艺不断得到改善和提高，结构形式变化多样，应用范围逐渐扩大。预应力技术的发明促进了大跨钢筋混凝土桥梁结构的发展；高强混凝土的诞生为高层建筑中钢筋混凝土结构的应用提供技术支持；耐高温、抗腐蚀的高性能混凝土的出现使钢筋混凝土结构应用于核反应堆的压力容器等特殊结构中变得可能。钢筋混凝土是由性质迥异的钢筋、混凝土两种材料组合而成，必定具有区别于单一材料的特殊性。混凝土质脆易变形开裂，拉压强度相差悬殊；而钢筋强度高，塑形变形性能优良，且与混凝土粘结牢固；两者材料特性的互补注定其完美结合所体现的性能优势。钢筋混凝土结构的受力性能，很大程度上取决于混凝土的材料性能，及其对钢筋的支撑和约束作用，通过合理优化钢筋布设，充分发挥混凝土抗压和钢筋受拉的性能优势^[6]。

1.2 结构识别

结构识别研究始于上世纪 70 年代，发展至今已有将近 40 年的历史。结构识别的范式于 1977 年被 Hart 和 Yao^[7]率先提出，而在 1978 年被 Liu 和 Yao^[8]引入到土木工程领域，这些开创性的文章极大激发着土木工程师对结构识别研究的热情。随着结构识别研究的不断深入，结构识别的理论框架得以不断升级和完善，对结构识别的定义也越来越规范和成熟。

1.1.1 结构识别的定义

2000 年 Doebling 提出了结构识别的准确定义^[9]：利用试验数据校验的模型来进行与参数相关的结构反应预测，并被学者们广泛接受与推广。结构识别研究具体包括损伤诊断和健康监控两种形式。损伤诊断侧重研究损伤引起结构性能或模态参数的变化。损伤是指对结构目前或未来性能产生不利影响的变化，这是 Montalvao^[10]引入 Sohn 的损伤概念。此定义隐含着损伤是不同结构状态比较的产物，损伤一旦失去结构状态的对比将毫无意义。总体来说，结构损伤一般表现为刚度变化引起的结构开裂、边界条件改变导致的桥墩下沉、质量变化导致的对重结构失衡或接触变化引起的节点松动。1993 年 Rytter^[11]提出损伤诊断的四个层次：(1)确定结构损伤是否存在；(2)确定结构损伤的几何位置；(3)确定损伤的严重程度；(4)预测结构的剩余寿命；这为结构损伤诊断提供了整体的研究框架。Doebling 等^[12]分别从自振频率、模态振型、模态曲率、动力柔度、矩阵修正、非线性方法、神经网络等方面总结 1996 年之前的损伤诊断研究。健康监控是一种结构全寿命期的无损监测方法，主要监控建造施工和正常使用阶段的结构性能，以确保结构的

安全。2001年, Sohn等^[13]总结1996~2001年关于健康监控的文献, 并将健康监控分为工作评估、数据获取和信号处理、特征展开和信息缩聚、统计描述损伤诊断特征等方面。

1.1.2 结构识别六步圆

基于结构识别的多年研究成果, 学者们开始着手构建结构识别的理论框架。早在1997年 Aktan等^[14]曾提出结构识别六步圆的雏形。近年来, 美国土木工程师学会结构工程委员会(ASCE-SEI)在总结大量的结构识别研究概况的基础上, 试图建立结构识别的理论框架。2011年 ASCE-SEI正式提出了图1.2所示的结构识别六步圆^[15]: (1)观察和概念; (2)先验模型; (3)控制实验; (4)数据分析与阐述; (5)模型校验和参数识别; (6)模型模拟预测。

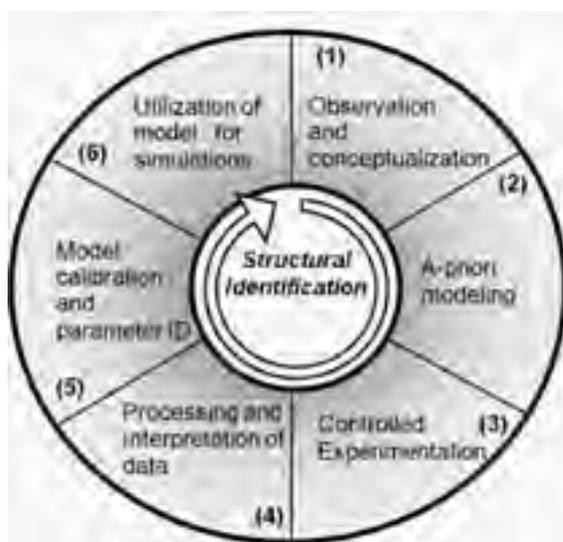


图 1.2 结构识别六步圆^[15]

(1)观察和概念。通过观察确定建筑材料、结构型式和荷载传力路径, 了解详细的图纸记录、可能出现的损伤、目前使用状况以及决策管理水平。

(2)先验模型。基于已知结构信息建立初始有限元模型, 利用关键响应指标进行模型参数的灵敏度分析。

(3)控制实验。基于模型校验所需数据类型及其分辨率的成本-效益评估, 设计一个合适的试验方法、测试装置和传感器布置系统, 并执行完成。

(4)数据分析与阐述。通过错误筛选、滤波、平均和信号分析等一系列的试验模态分析步骤, 提取结构的关键模态参数信息, 或是基于静载试验获得的位移和应变信息, 并合理阐释相应的响应指标。

(5)模型校验与参数识别, 也称模型-试验匹配。基于反复试算的手动调整参数或模型参数估计, 使有限元模型分析结果与试验数据相吻合。

(6)模型模拟预测, 也称易损性评估或校验模型性能评估。基于参数识别的物理模型研究其他不确定性对结构性能的影响, 或预测结构使用寿命。

上述结构识别六步圆是依据“理论-试验-决策”的研究思路制定的，且明确规定了结构识别的研究步骤，在理论方法上为结构识别研究提供了指导。

1.1.3 模型校验

结构识别中一个具有挑战性的步骤是模型校验。模型校验是试验结果与模型预测相匹配的过程，模型校验是通过目标函数反复迭代直至收敛来识别结构相应的物理参数，一般由以下几部分组成^[16]：

- (1)数据准备。准备结构试验的相关数据和有限元模型的对应数据。
- (2)参数选择。指定一个或多个表征结构模型不确定性的物理参数，并评估这些参数是否能够识别，并从中选择最合适的模型参数。
- (3)目标函数选择。以最佳方式定义一个预测值和试验值的差值目标函数。
- (4)优化算法选择。选择一个最小化目标函数的优化算法。
- (5)误差收敛准则。定义一个误差阈值以控制反复迭代的结束，为模型修正的合理化提供证明。
- (6)执行分析。执行模型修正的迭代过程，获得物理参数的修正值。

1.3 结构识别的模型理论

早期的结构识别研究侧重于对结构损伤识别敏感的动力指纹参数，而很少涉及结构模型校验研究。1980年，Kenley和Dodds^[17]对将拆除的海洋平台人为制造不同损伤状态，并对此进行动力模态试验。由于很难获取海洋平台的振型，提出基于特征值和特征向量识别海洋平台的结构损伤。1990年，李德葆等^[18]针对自振频率对结构损伤变化不敏感，提出基于传递函数对海洋平台进行损伤检测。1994年，袁向荣^[19]研究损伤对动力指纹参数的影响，结果表明振型曲率比频率或振型对结构损伤更敏感。

1.1.4 无模型方法

结构识别按照是否建立其物理模型，分为物理模型(Physics-Based Models)结构识别和非物理模型(Non-Physics-Based Models)结构识别两大类。非物理模型结构识别也称无模型(Model-Free)结构识别，其主要思想是不建立结构物理模型，直接基于试验数据进行结构参数识别。常用的方法包括人工神经网络，小波变换，遗传算法，Hilbert-Huang变换等。1998年，郭国会和易伟建^[20]提出一种子网基础的分区组合式神经网络方法，基于静力试验挠度实现钢筋混凝土简支梁的边界条件识别及其损伤诊断。2000年，Hou等^[21]提出基于小波变换的损伤诊断和健康监控的新方法，小波分析能够获取结构的损伤发生时刻和损伤位置。2001年，易伟建和刘霞^[22]提出多父体变量级杂交和变量微调等遗传算法的改进策略，并成功

识别固端梁的损伤。2004年, Yang等^[23]提出基于 Hilbert-Huang 变换的经验模态分析进行结构损伤检测。这些方法在模拟复杂受力、结构非线性和长期健康监控方面具有优势, 但是只能基于响应数据变化识别结构损伤, 却不能获取引起结构损伤的原因。

1.1.5 单模型方法

常见的结构识别方法是基于物理模型的结构识别, 它利用有限元软件来建立一个或多个明确定义了结构连续性、边界条件和平衡方程的物理模型, 通过校验模型预测值和试验观测值来确定结构所处的状态及模型参数, 且识别模型能够预测不同作用形式下的结构性能。依据建立的有限元模型个数, 物理模型结构识别又可分为单模型方法和多模型方法。单模型方法是利用单个物理模型模拟结构性能, 基于目标函数的优化迭代识别结构模型参数。2002年, Ren 和 DeRoock^[24]提出一种基于模态参数变化的结构损伤识别技术, 通过表征结构动力特性的特征值方程建立结构的单元损伤方程, 然后基于截断误差的正则化算法来识别损伤位置及严重程度。2004年, Xia 和 Brownjohn^[25]提出运用系统校验的有限元模型评估钢筋混凝土桥面板的损伤状况。该方法通过模型修正确定桥梁的剩余刚度分布进而定位损伤, 引入损伤指标来识别损伤程度和评估剩余承载力。2006年, Zanardo 等^[26]对西澳第 3014 号公路上的四跨连续梁桥在碳纤维加固前后的动力性能进行研究。采用 SAP2000 横格梁单元和壳单元来实现桥梁的简化建模, 基于灵敏度方法识别桥梁加固前后的物理参数, 结果显示动态评估能够有效确定桥梁的弹性抗弯刚度。2006年, Unger 等^[27]引入损伤函数的概念, 利用置信区间的牛顿方法对参考状态和损伤工况的结构模型进行参数修正, 结果表明由于裂缝在预应力作用下会重新闭合, 很难识别出预应力混凝土梁的早期损伤。2010年, Esfandiari 等^[28]提出采用频响函数进行结构损伤识别和模型修正, 频响函数表征结构刚度、质量和阻尼参数的变化, 因而对损伤的识别灵敏。

单模型结构识别是建立在有且仅有一个能正确反映结构性能的模型的前提下, 该方法的关键是建立正确的先验模型, 这往往依靠个人经验将结构响应的影响因素最大程度地反映在先验模型中。如果一开始构建的结构模型就不正确, 那再精准的参数识别也毫无意义。由于测试误差和模型误差的双重影响也可能使单模型修正的物理参数与真实值偏差很大。

1.1.6 多模型方法

相比单模型方法, 多模型结构识别考虑结构模型的不确定性, 利用一群有限元模型来匹配结构的真实反应, 且能够预测结构反应的可能范围, 极大提高结构识别的可靠性。在过去的十五年中, 以瑞士联邦理工 Smith 教授为首的团队开展了一系列有关多模型系统识别的初探研究。

1998年, Raphael和Smith^[29]开发针对复杂结构工程的混合推理系统。基于Lutrive大桥的24种建模假设, 阐述结构诊断的复杂性, 并利用组合建模建立近百万种模型来提高结构诊断的有效性, 为决策者提供更精准的结构反应预测。

2003年, Raphael和Smith^[30]提出一种基于洛桑(lausanne)概率的全局搜索方法(PGSL)。其基本思路是优化解能够从满意的解答点附近搜索出来, 通过对基准问题的研究发现对于多参数非线性目标函数, PGSL的性能要优于遗传算法和模拟退火算法, 并成功应用于结构设计、损伤诊断以及风险控制领域。

2005年, Saitta等^[31]论述了基于相关性、主成分分析和决策树三种数据挖掘技术的系统识别方法。该方法的关键是生成一系列候选模型群, 通过观测待选模型群的特征提高系统识别的可靠性, 采用相关性分析分离出独立的模型参数, 再综合主成分分析和决策树进行模型筛选。

2005年, Robert-Nicoud等^[32]为了识别出合理匹配试验数据的候选模型, 提出基于最大熵函数的测试系统布局方法。该方法采用山农熵函数来区分模型的离散程度, 熵值最大的测点即为传感器的最优布点。一根实验室连续木梁和瑞士自来水供水系统被用来验证该方法的可靠性。

2005年, Robert-Nicoud等^[33]指出许多误差及其相互补偿可能导致识别错误的模型。通过研究系统识别的可靠性, 提出基于误差界限阈值的多模型筛选方法, 并基于PGSL全局搜索和系统优化布局, 对一根连续木梁进行多模型结构识别。

2006年, Saitta等^[34]提出一种联合主成分分析和K值聚类分析的多模型推理策略, 其主要目标是改善模型空间拓扑图的可视化, 该方法为决策者进行多模型结构识别提供技术支持。

2008年, Smith和Saitta^[35]正式提出一种系统识别和模型修正新方法。在考虑误差源分析以及误差补偿的前提下, 基于洛桑概率的全局搜索方法, 综合主成分分析和K值聚类分析来阐释候选模型的预测响应, 并成功对Schwandbach桥进行多模型结构识别。

2008年, Saitta等^[36]基于系统识别中的多模型生成和迭代过滤策略, 仔细研究多模型识别的聚类技术, 利用聚类分析来快速分离错误的模型群, 而收敛到正确的模型群, 并对如何估计和评估聚类种群进行深入探讨。

2010年, Goulet等^[37]提出一种基于不确定性和建模假定的多模型方法。该方法是利用成千上万个参数化的有限元模型来预测结构性能, 提高了结构识别的可靠性。Langensand桥被用来验证其正确性, 候选模型的预测结果显示位移平均误差在4~7%之内, 正常使用条件下该桥有30%富余承载力。

2010年, Saitta等^[38]提出基于封装方法的多模型结构识别的特征选择策略, 其核心思想是通过随机抽样搜索候选模型, 使用支持向量基进行模型分类。通过对Schwandbach桥的基准数据进行特征选择表明, 该方法优于遗传算法, 能很好地

为管理者提供决策支持。

2010年, Zapico-Valle 等^[39]提出一种全新的有限元模型修正方法。该方法定义模型各物理参数服从 Beta 分布, 基于自适应抽样算法进行迭代搜索, 获得最小化的时域误差函数。

2012年, Laory 等^[40]提出了基于静载数据的无模型损伤检测的测试布局方法。该方法基于三准则来布设传感器: 无法检测损伤的工况个数, 平均检测时间, 损伤检测能力。一个德国铁路桁架桥被用作试验研究对象, 基于多准则决策来选择最优解, 并利用滑动主成分分析和稳健回归分析来阐释试验结果。

2013年, Catbas 等^[41]研究一个有限元基准模型和一群被监测数据持续校验的模型对预测结构性能的可靠性。实验室一个钢框架结构的监测数据被用来校验有限元模型, 该校准模型是一组表征不确定性的子代模型通过人工神经网络筛选出的父本模型。结果表明结构关键参数不能准确定义时, 父本-子代模型对模拟结构性能很重要, 因为他们对结构反应及其失效概率提供一个更切实际的估计。

多模型方法依据概率统计的思想, 综合考虑结构识别中各种误差因素, 建立反映出结构的更多不确定性的模型群, 并从中挑选出满足测试响应结果的模型簇, 这些模型能预测结构未来性能的一个可能范围, 即能够为管理者提供决策支持, 这比单模型结构识别更科学合理。

1.4 结构识别的研究进展

结构识别一直是土木工程领域的研究重点, 大批国内外学者孜孜不倦的研究精神成为推动结构识别持续向前发展的不竭动力。近年来其它学科的研究方法不断引入到结构工程领域, 结构识别呈现出跨学科、多元化和系统化的研究趋势。下文将以钢筋混凝土简支梁、连续梁和框架三个不同研究对象为出发点, 介绍结构识别研究的相关进展。

1.1.7 钢筋混凝土简支梁

钢筋混凝土简支梁的结构型式相对简单, 有利于推导结构损伤识别的相关理论, 且钢筋混凝土简支梁的试验验证很容易获得, 因此对钢筋混凝土简支梁进行结构损伤识别研究的文献非常多。

1992年, Liang 等^[42]进行简支梁和悬臂梁的特征频率变化与裂缝的关系的理论分析, 引入一个无质量扭转弹簧来表征裂缝处的局部弹性, 推导平衡特征方程并给出其高阶行列式解。

1992年, Chowdhury 和 Ramirez^[43]对27根相同尺寸的钢筋混凝土梁和素混凝土梁进行模态测试, 其中一部分梁通过裂缝开展来模拟损伤工况。采用悬吊法模拟自由边界条件以降低不同边界条件对模态参数的不确定性影响, 并探讨混凝土强

度等级、负荷的大小和增量引起试验梁的自振频率和功率谱的变化。

1993年, Slastan和Pietrzko^[44]研究钢筋混凝土T形梁的开裂损伤及碳纤维加固引起的模态参数变化。设计三种裂缝水平与碳纤维加固的损伤工况对比, 研究发现弯曲模态的频率下降与损伤程度对应, 扭转及弯扭模态的频率下降随损伤工况不明显, 且碳纤维加固后损伤梁的自振频率重回到未开裂状态水平。

1994年, Casas和Aparicio^[45]提出了基于动力响应进行混凝土结构检测的方法。设计简支梁不同开裂位置及其对应完好状态的四组对比试验, 基于实测的共振频率和振幅利用最小二乘算法识别裂缝的位置、范围和数量。研究表明仅依靠基频的损伤识别不可靠, 应采用至少两个频率或频率与振型的组合来提高结构识别的准确性。

1998年, Kisa等^[46]运用有限元方法和模态综合法对一个开裂悬臂梁进行自由振动分析。该悬臂梁分成两个由界面相互力的柔度矩阵联系的子结构, 每一子结构利用3自由度的Timoshenko梁单元建模, 而界面相互力是考虑断裂力学中应力强度因子和应变能释放率的影响推演得到。

2000年, Maeck等^[47]提出基于动力刚度的结构损伤识别方法。以一根钢筋混凝土梁为例, 将表征模态特征的动力抗弯刚度与多种识别指标进行比较, 证明开裂刚度退化识别钢筋混凝土梁的损伤位置和程度的正确性。

2002年, Ren和DeRoock^[48]基于钢筋混凝土简支梁的模态试验, 针对两点对称静力加载情形提出基于截面弯矩的梯形损伤模式, 成功识别出简支梁的刚度退化曲线。

2008年, 易伟建等^[49]利用遗传退火混合算法, 基于一根无粘结预应力混凝土简支梁的前8阶模态对其基线模型进行参数识别, 获得各损伤工况下简支梁的动力刚度损伤系数。利用荷载挠度关系对各损伤工况下试验梁的静力刚度损伤系数进行识别, 并对无粘结预应力混凝土梁动静力刚度进行比较。

2010年, Ren和Chen^[50]提出一种基于响应面模型的有限元模型修正方法。该方法的关键是依据实验设计抽样, 选择重要的修正参数以及构筑一个二次多项式的响应面函数, 并基于相同权重的模态频率残差的单目标优化搜索最优模型。一个简支梁有限元仿真和一个预制混凝土桥被用来验证该方法的可行性。

2012年, Goldfeld和Klar^[51]提出基于空间分布的应变测量进行钢筋混凝土梁的损伤识别。实验室一个开裂钢筋混凝土梁的试验研究发现, Brillouin光学时域反射分析的曲率增量与1m范围内未损伤截面裂缝大小的比率直接相关, 且这种相关性只适应于曲率增量仅由开裂损伤引起的静定梁, 对存在内力重分配的超静定梁结构, 则提出一个评估曲率增量不同贡献的迭代算法。

钢筋混凝土简支梁结构损伤识别侧重研究实验室结构的动力指纹选择, 研究结果表明自振频率能够反映结构损伤的出现, 但无法诊断损伤的位置, 位移振型

对损伤识别不敏感，而位移振型曲率或应变振型对损伤非常敏感。钢筋混凝土简支梁的损伤模式为不同程度的裂缝，且损伤区域较集中，往往假定质量不发生改变，而去修正表征结构动力特性的刚度指标。

1.1.8 钢筋混凝土连续梁

钢筋混凝土简支梁的简单结构型式限制了在实际工程中的应用，而超静定连续梁结构具有更多的冗余度，被广泛应用于桥梁工程领域，相关的结构识别研究更具代表性。

1997年，Alampalli等^[52]基于统计学方法研究了桥梁结构识别中各种动力损伤指标的敏感性，结果表明尽管自振频率和模态振型在某种程度上能够识别桥梁损伤的存在，却很难识别具体的损伤位置。

2001年，郭国会和易伟建^[53]对一矩形截面两跨连续梁进行有限元数值模拟，分别利用梁损伤前后一阶振型的改变率、前四阶振型曲率的绝对差值以及两个特征参数，识别出连续梁的损伤位置和损伤程度。研究表明振型曲率的绝对差值比一阶振型改变率对结构损伤的识别效果好。

2003年，Brownjohn等^[54]针对新加坡公路桥梁的车辆交通及轮载不断增加的现状，提出了基于动力测试和模型修正的公路桥梁升级评估方案。该方案包括三项任务：将近一个月的应变和加速度监测，正常工作状态的桥梁动力测试和有限元修正模型，研究表明升级后桥梁的自振频率提高50%。

2004年，宗周红等^[55]对福建泉州后渚大桥进行随机环境振动测试，并利用频域的单模态识别法和峰值法以及时域的随机子空间识别法分别进行动力特性识别。利用 ANSYS 建立全桥三维有限元模型，基于现场测试结果进行模态修正与参数识别，建立该桥的有限元基准模型。

2005年，Unger等^[56]基于模态曲率诊断逐步加载的预应力混凝土梁的损伤状况，利用有限元模型修正技术获得预测模态参数，并建立模态参数实测值与预测值的差值目标函数，基于灵敏度的迭代算法求解最优化问题。结果表明模态曲率比自振频率和模态振型对局部损伤的识别更敏感。

2010年，阳洋等^[57]在改进直接刚度方法的基础上，提出了一种基于刚度变化指标(SVI)的损伤识别方法，该指标与模态弯矩和模态曲率的比值相关。通过对比一个双跨连续梁的数值模拟和试验研究，结果表明SVI方法对弯曲变形为主的梁类结构的损伤识别非常敏感。

2011年，徐赵东等^[58]提出了利用基于应变能的损伤诊断策略进行大跨桥梁的结构识别研究。一个三跨索拉桥的动力仿真模拟，比较其模态曲率指标和应变能指标对损伤识别的敏感程度，结果显示建议方法能够精确定位损伤。

2012年，Zhou等^[59]对 Smithers 桥进行了静力卡车加载和多参考点脉冲锤击

测试。比较三种模态识别方法提取模态参数的优劣性，并综合模态数据和静载数据运用 Strand7 和 Matlab 交互识别物理参数。

对于大型的连续梁结构来说，更多不确定因素使得模型构建相对复杂，往往基于实测数据来修正桥梁的有限元基准模型，校验模型可以预测未来的结构性能。

1.1.9 钢筋混凝土框架

随着结构识别研究的逐步深入，学者们开始向结构体系层面迈进，考察更多不确定性对损伤识别的影响，钢筋混凝土框架成为最常见的研究对象。

1992年，Yao等^[60]运用应变振型进行钢框架振动特性的损伤诊断研究，结果显示建议方法能够精确定位框架的轻微损伤。

1994年，Friswell等^[61]提出综合动力数据与统计分析的结构识别方法。基于一个框架结构和一个悬臂板的仿真模拟，成功识别出结构损伤的位置。

1997年，周先雁等^[62]论述基于应变模态进行结构损伤诊断的测试理论，通过一榀钢筋混凝土框架的模态试验，结果表明应变模态较位移模态对结构的损伤识别更敏感。

1998年，周先雁等^[63]提出了基于振动参数识别技术进行钢筋混凝土框架的损伤评估。该方法是基于残余力向量识别结构的损伤位置，采用加权灵敏度分析方法识别其物理参数，并用实验室三榀平面框架试验验证建议方法的可行性。

2004年，Han 和 Billington^[64]提出了基于界面单元的非线性分析方法。有限元模型用界面单元模拟集中体现结构非线性的框架梁柱交叉区，并赋予界面单元基于混凝土钢筋应力应变的本构关系，其他剩余结构均作线弹性处理，结果显示建议方法能有效反映钢筋混凝土框架结构的抗震性能。

2007年，周云和易伟建^[65]考虑地基-基础-上部结构的动力相互作用，采用上部结构的弯剪型模型和矩形埋置板阻抗函数的基础模型，基于多目标优化准则识别得到钢筋混凝土框架的地基动剪切模量和楼层混凝土弹性模量。

2008年，易伟建等^[66]提出基于高阶模态识别框架局部参数的方法。对一个4层钢筋混凝土空间框架进行低频模态测试，利用框架柱附加质量的方式提供损伤对比工况，并基于多参考点最小二乘复频域法(PolyMAX)获得灵敏度高的高阶模态(HSHMs)。研究表明HSHMs比低阶模态对框架局部损伤的识别更加敏感。

2009年，易伟建等^[67]引进马尔科夫链的蒙特卡洛模拟方法，基于非损伤状态下模态参数的后验概率均值进行第一步模型修正，利用前步修正结果的后验分布均值进行第二步模型修正，最终的后验分布均值能有效识别损伤的位置。一个带局部加强柱的四层钢筋混凝土框架被用来验证该方法的正确性。

2013年，Moaveni 等^[68]提出基于等价线性有限元模型修正策略识别一个砌体填充的三层钢筋混凝土框架结构由振动台引起的渐进损伤。采用随机子空间方法

进行模态识别和基于灵敏度有限元模型修正来检测、定位和量化框架的损伤。

钢筋混凝土框架结构损伤识别需要考虑地基对模态参数的影响，损伤工况一般是通过在框架局部添加填充墙来模拟，因而框架结构的模型修正需要准确反映有限元模型中地基或填充墙的不确定影响。

1.5 本文研究的主要内容

本文是在湖南大学青年教师成长计划、湖南省自然科学基金青年基金(12JJ4053)、高校博士点新教师基金(20120161120028)和国家自然科学基金青年基金(51208190)的资助下开展研究。结构识别是一个多学科交叉的综合性研究，其理论框架相对成熟，但研究方法却在不断革新。本文在总结和吸收国内外结构识别的优秀研究成果的基础上，从理论与试验两方面着手进行结构识别研究，理论上拓展模态柔度概念，并提出基于频响函数截距的模态柔度算法，提出了多模型结构识别 5 步骤的研究方法；试验方面进行了钢筋混凝土简支梁、连续梁和空间框架的静动力试验，从试验研究角度来验证上述结构识别的理论和方法。本文具体的研究内容如下：

第 1 章为绪论部分，主要论述结构识别研究的背景、意义、方法和概况。首先基于目前我国房屋和桥梁的损伤现状，指出对损伤的房屋和桥梁建筑进行结构识别状况评估的重要性；其次论述了结构识别的相关概念，并进一步探讨结构识别的模型理论。最后从钢筋混凝土简支梁、连续梁到框架三种不同的研究对象出发，总结了结构识别研究的相关进展。

第 2 章为基于 MRIT 的模态柔度理论。针对模态柔度仅基于位移变量的现状，提出了广义的模态柔度概念，并给出模态柔度的两种计算方法。一根薄壁方钢管悬臂梁的有限元仿真被用来验证模态柔度算法的正确性。

第 3 章为基于单模型的 RC 简支梁损伤识别。其主要研究工作包括多种损伤工况的静载试验，多种响应数据的动力模态测试，静载位移与模态柔度位移比较和误差分析，以及基于 Strand7 API-Matlab 交互访问的单模型修正。

第 4 章为基于多模型的 RC 连续梁损伤识别。针对传统单模型结构识别的缺点与不足，阐述结构识别可靠性的重要性，从而提出多模型方法的结构识别研究，并基于钢筋混凝土连续梁的试验结果逐一论述五步骤的多模型理论。

第 5 章为地基上 RC 框架的静动力试验研究。通过设计一组巧妙分离填充墙附加质量和附加刚度的对比试验，获得钢筋混凝土空间框架的前四阶模态信息，研究表明填充墙的附加刚度比附加质量对框架模态参数的影响大，而空间框架模态参数的变化幅值最大限度地取决于填充墙的位置。

最后为结论与展望部分，概括全文的研究成果和主要结论，并指出本文研究的不足之处及未来研究方向。

第 2 章 基于 MRIT 的模态柔度理论

1.6 引言

Rytter^[11]将结构损伤诊断分为四个层次：(1)损伤的判定；(2)损伤的定位；(3)损伤的量化；(4)结构剩余寿命预测。结构出现损伤或丧失整体性必定引起动力模态参数的变化，学者们正是基于上述观点提出结构损伤识别的多种动力指纹：自振频率、模态振型、振型曲率或应变振型、模态柔度、功率谱、传递函数等。动力指纹一直是结构识别领域的研究热点，选择最灵敏地反映结构损伤的动力指纹来进行结构识别。从逻辑上讲，用于损伤识别的指标应该是全局量，而用于损伤定位的指标最好是局部量。模态柔度作为一种灵敏度高的动力指纹，广泛应用于大型复杂工程的结构识别研究中，多参考点脉冲锤击法(Multiple Reference Impact Test)是利用锤击激振的方式拾取沿测试结构整体布设传感器的一种动力测试方法，模态柔度可以直接从多参考点脉冲锤击法获取的频响函数中提取出来。而本章将重点论述基于多参考点脉冲锤击法的模态柔度理论。

1.7 模态柔度的概念

柔度的定义是由 1984 年 Maxwell 提出的“位移影响系数”概念演化而来，它的物理意义是单位力作用下的位移。静力柔度是通过静载试验或静力分析得到的柔度矩阵；而模态柔度是基于多参考点脉冲锤击法模态试验或动力模态分析获得的柔度矩阵。1975 年 Clough 和 Penzien^[69]率先提出模态柔度的概念，模态柔度可以直接从动力测试信号中提取，当有足够多阶模态参与合成时，它被证明为一种精确的计算方法。当测试结构处于线弹性状态时，模态柔度与静力柔度相等。1992 年 Raghavendrchar 和 Aktan^[70]将模态柔度引入多参考点脉冲锤击法桥梁动力测试中，并作为一个反应桥梁现存状态的有效指标。1994 年，Pandey 和 Biswas^[71]提出了基于柔度矩阵差的结构损伤损伤方法，研究表明柔度矩阵差对识别结构损伤的定位和严重程度非常有效。1998 年，Doebbling 等^[72]总结了结构损伤诊断中的动力模态柔度的相关研究进展。1999 年，Zhao 和 Dewolf^[73]通过比较频率、振型和柔度的灵敏度，验证了柔度矩阵比频率和振型对结构损伤更加敏感。2003 年，孙国等^[74]提出了改进的柔度矩阵方法，采用柔度矩阵对角元素的变化率来识别连续梁结构的损伤。2006 年，Catbas 等^[75]将模态柔度的应用进一步推广，阐述和验证实际模态试验获取模态柔度的方法。2009 年，李永梅等^[76]提出了基于柔度差曲率的结构损伤识别方法。

2.1.1 位移模态柔度

鉴于实际测试中试验仪器的可操作性和便捷性，基于力锤脉冲和加速度响应的模态试验一直是中小型结构动力测试的主导方法，这种仅基于位移、速度或加速度响应数据获得的模态柔度称为力-位移模态柔度。以 N 个自由度的简支梁为例，力-位移模态柔度的物理意义为简支梁 N 维刚度方阵的逆矩阵：力-位移模态柔度的每一行表示单位力分别作用于简支梁 N 个自由度节点引起的某一对应自由度节点的位移，力-位移模态柔度的每一列表示单位力作用于对应自由度节点引起简支梁的 N 个节点的挠曲。以往学者研究的模态柔度均为利用脉冲力激励和位移响应求得的狭义模态柔度。

2.1.2 转角模态柔度

近年来随着结构测试技术的不断发展，尤其是各种新式传感器的出现及其灵敏度的提高，研究学者们开始尝试从结构试验中获取除位移响应以外的更多响应信息。以往的模态柔度侧重研究结构的力脉冲和位移响应，而广义力和广义位移还应包括力矩和转角。为此本文提出将力矩输入和转角输出信息引入到模态柔度概念中，从而将狭义模态柔度的概念延伸得到一个广义模态柔度。广义模态柔度不再局限于单一的脉冲激励方式和输出响应指标，只要是符合测试需求的物理量，都可以纳入到广义模态柔度的体系中。

2.1.3 模态柔度的分类

动力测试中依据脉冲输入和响应输出方式的不同，获取的模态柔度可分为力-位移、力-转角、力矩-位移和力矩-转角四类模态柔度，其相应的输入输出信息见表 2.1。表中位移相关量是指位移、速度或加速度时程响应，对应的位移相关量是转角、角速度或角加速度时程响应。

表 2.1 四类模态柔度的比较

信息	模态柔度			
	力-位移	力-转角	力矩-位移	力矩-转角
输入脉冲	力	力	力矩	力矩
输出响应	位移相关量	转角相关量	位移相关量	转角相关量
单位	mm-kN	rad-kN	mm-kN·mm	rad-kN·mm

1.8 模态柔度的算法

模态柔度的计算依赖于多参考点脉冲锤击法模态试验获取的动力模态参数。现有两种方法能够获取模态柔度：(1)方法一：基于圆频率和质量归一振型合成模

态柔度；(2)方法二：基于频率响应函数的截距提取模态柔度。

2.1.4 基于圆频率和质量归一振型提取模态柔度

模态柔度可利用测试结构的圆频率和质量归一振型按公式(2.1)计算得到^[70],

$$[f] = [\Phi][\Omega][\Psi]^T \quad (2.1)$$

式中, $[f]$ 为模态柔度矩阵, $[\Omega]$ 为按降序排列的圆频率平方倒数对角矩阵, $[\Phi]$ 、 $[\Psi]$ 均为质量归一振型矩阵, 对于四种模态柔度, $[\Phi]$ 和 $[\Psi]$ 的取值见表 2.2。

表 2.2 模态柔度计算的质量归一振型

质量归一 振型	模态柔度类型			
	力-位移	力-转角	力矩-位移	力矩-转角
$[\Phi]$	位移振型 $[\Phi]_d$	转角振型 $[\Phi]_a$	位移振型 $[\Phi]_d$	转角振型 $[\Phi]_a$
$[\Psi]$	位移振型 $[\Phi]_d$	位移振型 $[\Phi]_d$	转角振型 $[\Phi]_a$	转角振型 $[\Phi]_a$

模态柔度矩阵 $[f]$ 的第 i 行 j 列的元素 f_{ij} 可表示为,

$$f_{ij} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{\omega_k^2} \varphi_{ik} \psi_{jk} \quad (2.2)$$

式中, f_{ij} 表示 i 点作用单位力 j 点的柔度系数, φ_{ik} 、 ψ_{jk} 分别为第 k 阶模态 i 、 j 点的质量归一振型系数, N 为参与模态柔度合成的模态阶数, ω_k 为第 k 阶模态的圆频率。无论是利用前 1 阶、前 2 阶、前 3 阶……前 N 阶振型, 模态柔度矩阵均为与自由度数同维的方阵, 这是由模态振型的自由度个数决定的。且参与合成的模态阶数越多, 模态柔度的计算值越收敛于精确值。由于模态柔度与圆频率平方的倒数成正比, 因此模态柔度识别结构低频模态的变化最为敏感。方法一计算模态柔度的重点是获取测试结构的质量归一振型, 实际结构很难获得精确的质量矩阵, 故方法一的应用受到了局限。

2.1.5 基于频率响应函数的截距提取模态柔度

根据输出响应的不同, 频率响应函数有三种表达形式。输出响应参数为位移的情形称为“位移导纳”(Receptance), 速度响应情形对应“速度导纳”(Mobility), 加速度响应为“加速度导纳”(Inertance)。对于位移导纳频响函数, 其 y 轴截距为模态柔度系数; 对于速度导纳或加速度导纳频响函数, 则需在频域内分别除以 $(j\omega)$ 或 $(j\omega)^2$ 转化为位移导纳。然而后者存在一个不容忽视的问题, 如图 2.1 所示, 当频率接近 0Hz 时, 速度导纳或加速度导纳频响函数除以 $(j\omega)$ 或 $(j\omega)^2$ 将会导致位移导纳趋于无穷大, 而结构真实的位移导纳为一确定有限值。

针对上述病态问题, 采取复模态曲线拟合的方法, 将多自由度体系拟合为多个单自由度体系, 分别获取每个单自由度体系频响函数在 0Hz 处的截距, 最后利

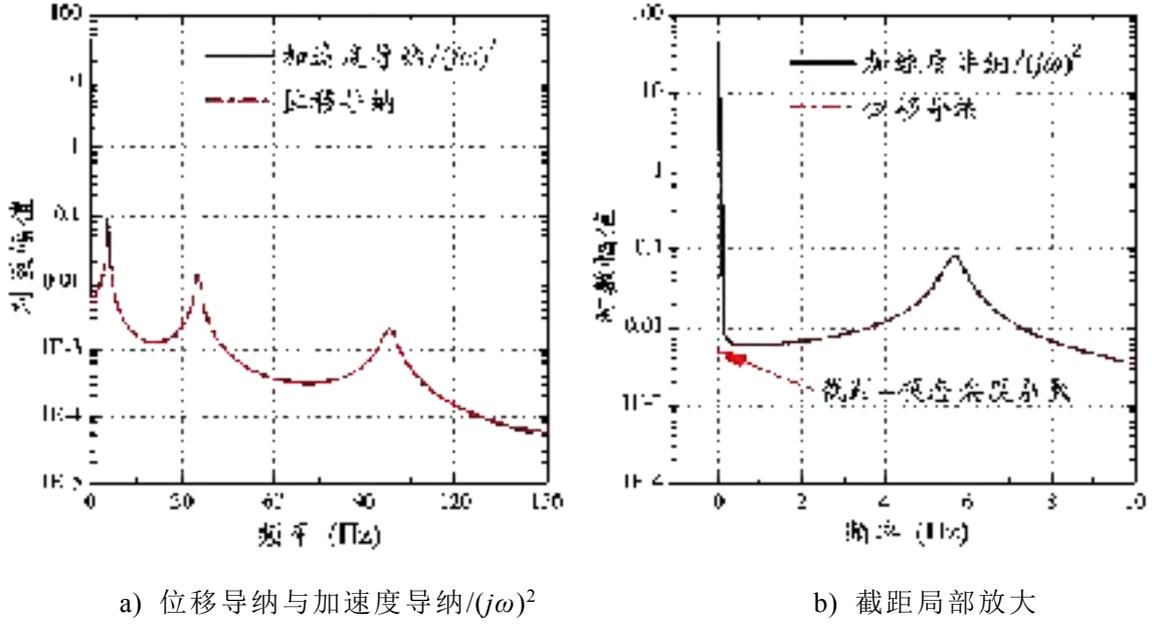


图 2.1 频响函数提取模态柔度系数

用模态叠加获得多自由度体系的模态柔度。曲线拟合是为了获得精确的模态极点和留数的估计值，并使用部分分式(2.3)表达的频响函数来拟合试验频响函数^[75]：

$$H_{pq}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{(A_{pq})_r}{(j\omega - \lambda_r)} + \frac{(A_{pq})_r^*}{(j\omega - \lambda_r^*)} \quad (2.3)$$

$$\lambda_r = \sigma_r + j\omega_r, \quad \lambda_r^* = \sigma_r - j\omega_r \quad (2.4)$$

$$(A_{pq})_r = Q_r \varphi_{pr} \psi_{qr} \quad (2.5)$$

式中， $H_{pq}(\omega)$ 表示 q 点锤击 p 点拾振的频响函数， ω 为频率变量， N 为模态总数， λ_r 为第 r 阶模态极点的复特征值， σ_r 和 ω_r 为第 r 阶模态的阻尼和频率， $(A_{pq})_r$ 和 Q_r 表示第 r 阶模态的留数和比例因子， φ_{pr} 、 ψ_{qr} 为第 r 阶模态在 p 点和 q 点的模态振型系数，*表示复共轭。 $Q_r=1/M_{Ar}$ ， M_{Ar} 为第 r 阶模态的质量比例系数。

质量比例系数可以直接从多参考点脉冲锤击法模态测试的频响函数中提取出来，利用一个复模态指示函数的模态参数估计算法^[77]，在 $\omega=0$ 处计算 p 点和 q 点的频响函数，将式(2.5)代入式(2.3)得到^[75]，

$$H_{pq}(\omega=0) = \sum_{r=1}^N \frac{\varphi_{pr} \psi_{qr}}{M_{Ar}(-\lambda_r)} + \frac{\varphi_{pr}^* \psi_{qr}^*}{M_{Ar}^*(-\lambda_r^*)} \quad (2.6)$$

最终，模态柔度矩阵变为，

$$[f] = \begin{bmatrix} f_{11} = H_{11}(\omega=0) & \cdots & f_{1q} = H_{1q}(\omega=0) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{p1} = H_{p1}(\omega=0) & \cdots & f_{pq} = H_{pq}(\omega=0) \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

上述模态柔度由于模态截断处理近似于结构真实的模态柔度，低阶模态比高阶模态对模态柔度合成的贡献大，随着模态识别阶数的增加，模态柔度的误差就会缩小。方法二的优点是不仅能应用于仿真分析，还能用于真实结构的模态分析。

1.9 梁的横向振动理论与悬臂梁仿真

为了验证上述模态柔度计算方法的正确性，一个 3 自由度薄壁方钢管悬臂梁被用来进行理论分析与试验仿真。悬臂梁的截面尺寸如图 2.2 所示，截面面积为 $6.855 \times 10^2 \text{mm}^2$ ，惯性矩为 $1.649 \times 10^5 \text{mm}^4$ ，弹性模量为 $1.999 \times 10^5 \text{MPa}$ ，质量密度为 $7.842 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ 。下文将以悬臂梁的有限元分析结果研究力-位移、力-转角、力矩-位移、力矩-转角模态柔度算法的正确性，以此来建立模态柔度理论体系。

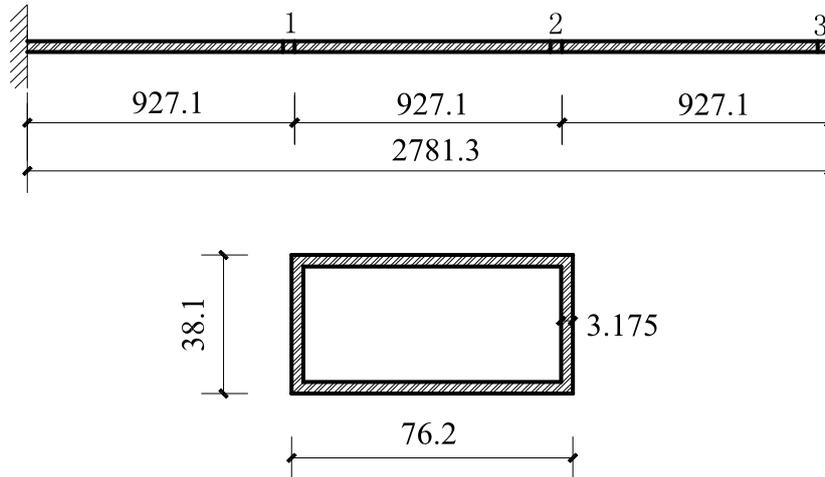


图 2.2 悬臂梁的截面尺寸 (单位: mm)

2.1.6 梁的横向振动理论

梁的横向振动是指梁在弯曲平面内的振动，其理论推导通常是建立偏微分运动方程，利用边界条件和初始条件来进行特征值方程的求解。梁的横向振动一般考虑挠曲力矩、横向位移、剪切变形和转动惯量 4 个因素的影响，其中挠曲力矩和横向变形是必须考虑因素，按照是否考虑剪切变形或转动惯量，梁的横向振动分为四类梁理论^[78]见表 2.3。

表 2.3 四类梁理论^[78]

梁类型	挠曲力矩	横向位移	剪切变形	转动惯量
欧拉-伯努利梁	✓	✓	✗	✗
瑞雷梁	✓	✓	✗	✓
剪切梁	✓	✓	✓	✗
铁木辛柯梁	✓	✓	✓	✓

基于 Hamilton 变分原理，推导四类梁自由振动的偏微分振动方程，将横向位移函数进行振型分解 $v(x,t) = V(x) \cos(\omega t)$ ，代入偏微分振动方程得到特征值方程，同时引入悬臂梁边界条件的数学表达，对于固定端： $V(\bar{x} = 0) = 0$ ， $V'(\bar{x} = 0) = 0$ ；对于自由端： $V''(\bar{x} = 1) = 0$ ， $V'''(\bar{x} = 1) = 0$ ，获得悬臂梁自由振动的特征方程和振型方程。表 2.4 为四类悬臂梁的偏微分振动方程、特征方程、频率方程和振型方

程。表中 E 为弹性模量, I 为转动惯量, G 为剪切模量, ω 为圆频率, λ_r 为第 r 阶频率的特征值, κ 为剪切系数, m 为单位长度质量, A 为横截面积, v 为横向位移函数, V 为振型函数, L 为梁长, \bar{x} 为相对长度。

表 2.4 四类悬臂梁自由振动的理论方程^[78]

梁类型	表达式
	偏微分振动方程: $EI \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0$
欧拉-伯努利梁	特征方程: $\cos \sqrt{\lambda} \cosh \sqrt{\lambda} + 1 = 0$ 频率方程: $\omega = \sqrt{EI \lambda^2 / mL^4}$ 振型方程: $V_r(\bar{x}) = \cosh(\sqrt{\lambda_r} \bar{x}) - \cos(\sqrt{\lambda_r} \bar{x}) - k_r [\sinh(\sqrt{\lambda_r} \bar{x}) - \sin(\sqrt{\lambda_r} \bar{x})]$
	偏微分振动方程: $EI \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} - \frac{mI}{A} \frac{\partial^4 v}{\partial x^2 \partial t^2} + m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0$
瑞雷梁	特征方程: $\gamma_1^4 + \gamma_2^4 + \gamma_1 \gamma_2 (\gamma_2^2 - \gamma_1^2) \sinh(\gamma_1) \sin(\gamma_2) + 2\gamma_1^2 \gamma_2^2 \cosh(\gamma_1) \cos(\gamma_2) = 0$ $\gamma_1^2 = (-\alpha^2 \lambda^2 + \sqrt{\alpha^4 \lambda^4 + 4\lambda^2}) / 2$ $\gamma_2^2 = (\alpha^2 \lambda^2 + \sqrt{\alpha^4 \lambda^4 + 4\lambda^2}) / 2$ 频率方程: $\omega = \sqrt{EI \lambda^2 / mL^4}$ $\alpha^2 = I / AL^2$ 振型方程: $V_r(\bar{x}) = \cosh(\gamma_1 \bar{x}) - \cos(\gamma_2 \bar{x}) - k_r [\sinh(\gamma_1 \bar{x}) - (\gamma_1 / \gamma_2) \sin(\gamma_2 \bar{x})]$
	偏微分振动方程: $EI \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} - \frac{mEI}{\kappa GA} \frac{\partial^4 v}{\partial x^2 \partial t^2} + m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0$
剪切梁	特征方程: $\zeta_1^4 + \zeta_2^4 + \zeta_1 \zeta_2 (\zeta_2^2 - \zeta_1^2) \sinh(\zeta_1) \sin(\zeta_2) + 2\zeta_1^2 \zeta_2^2 \cosh(\zeta_1) \cos(\zeta_2) = 0$ $\zeta_1^2 = (-\beta^2 \lambda^2 + \sqrt{\beta^4 \lambda^4 + 4\lambda^2}) / 2$ $\zeta_2^2 = (\beta^2 \lambda^2 + \sqrt{\beta^4 \lambda^4 + 4\lambda^2}) / 2$ 频率方程: $\omega = \sqrt{EI \lambda^2 / mL^4}$ $\beta^2 = EI / \kappa GAL^2$ 振型方程: $V_r(\bar{x}) = \cosh(\gamma_1 \bar{x}) - \cos(\gamma_2 \bar{x}) - k_r [\sinh(\gamma_1 \bar{x}) - (\gamma_1 / \gamma_2) \sin(\gamma_2 \bar{x})]$
	偏微分振动方程: $EI \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - \frac{mI}{A} \frac{\partial^4 v}{\partial x^2 \partial t^2} \left(1 + \frac{E}{\kappa G}\right) + \frac{m^2 I}{\kappa GA^2} \frac{\partial^4 v}{\partial t^4} = 0$
铁木辛柯梁	特征方程: $\psi_1^4 + \psi_2^4 + \psi_1 \psi_2 (\psi_2^2 - \psi_1^2) \sinh(\psi_1) \sin(\psi_2) + 2\psi_1^2 \psi_2^2 \cosh(\psi_1) \cos(\psi_2) = 0$ $\psi_1^2 = \left(-\lambda^2 (\alpha^2 + \beta^2) + \sqrt{\lambda^4 (\alpha^2 - \beta^2)^2 + 4\lambda^2}\right) / 2$ $\psi_2^2 = \left(\lambda^2 (\alpha^2 + \beta^2) + \sqrt{\lambda^4 (\alpha^2 - \beta^2)^2 + 4\lambda^2}\right) / 2$ 频率方程: $\omega = \sqrt{EI \lambda^2 / mL^4}$ $\alpha^2 = I / AL^2$ $\beta^2 = EI / \kappa GAL^2$ 振型方程: $V_r(\bar{x}) = \cosh(\psi_1 \bar{x}) - \cos(\psi_2 \bar{x}) - k_r [\sinh(\psi_1 \bar{x}) - (\psi_1 / \psi_2) \sin(\psi_2 \bar{x})]$

基于 Matlab 编程求解上述特征方程, 获得悬臂梁的前 6 阶特征频率见表 2.5, 表中最后一行为铁木辛柯梁与欧拉-伯努利梁的频率变化率。将特征频率 λ_r 代入振型方程, 并采用最大值归一的规格化处理, 前 4 阶振型如图 2.3 所示。

表 2.5 悬臂梁前 6 阶频率的解析值

梁类型	频率(Hz)					
	1 阶	2 阶	3 阶	4 阶	5 阶	6 阶
欧拉-伯努利梁	5.67	35.51	99.42	194.81	322.04	481.07
瑞雷梁	5.67	35.49	99.30	194.38	320.90	478.60
剪切梁	5.66	35.40	98.71	192.28	315.43	466.85
铁木辛柯梁	5.66	35.38	98.59	191.87	314.39	464.69
变化率	0.17%	0.36%	0.83%	1.51%	2.38%	3.40%

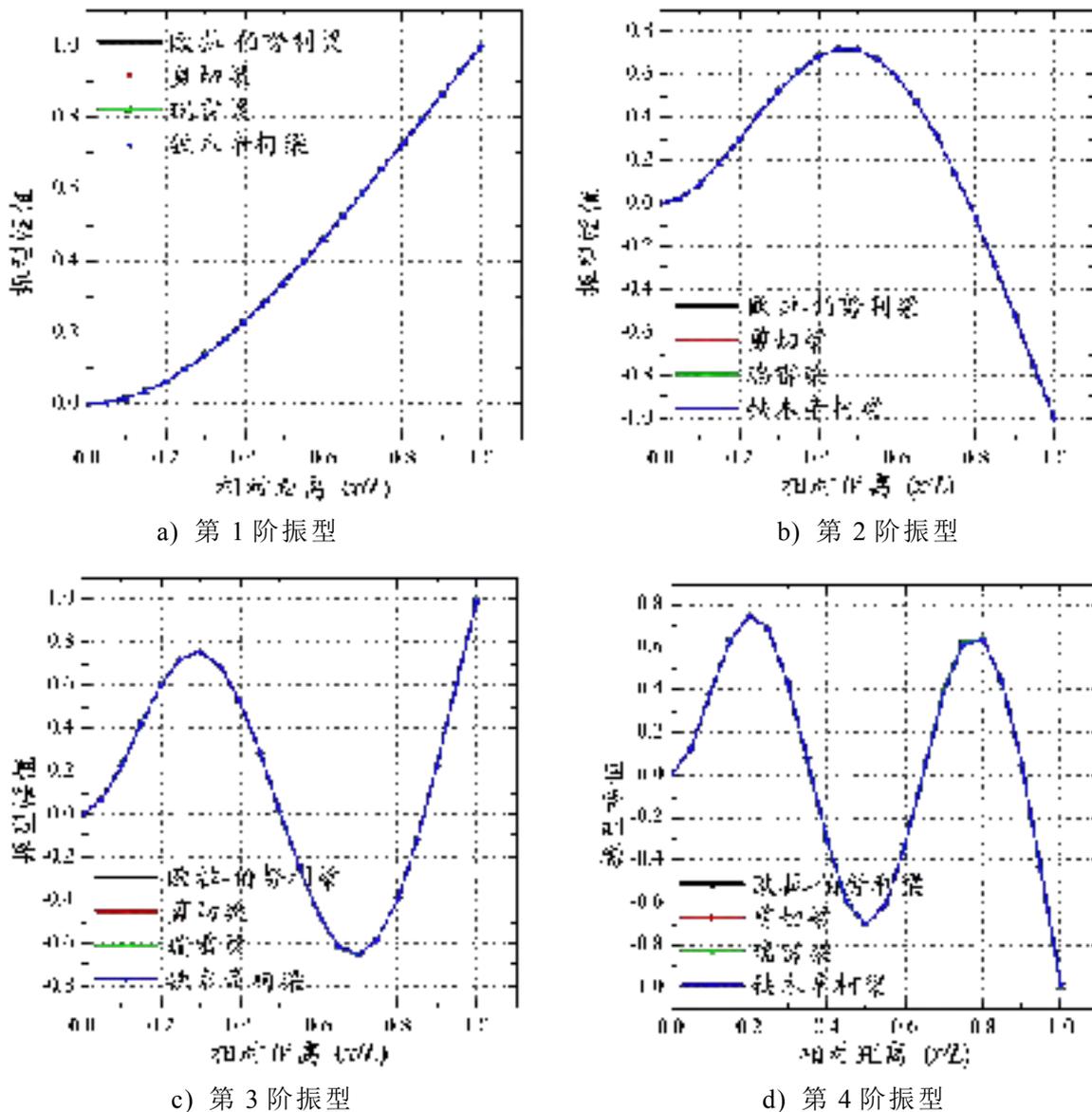


图 2.3 悬臂梁的前 4 阶振型比较

表 2.5 显示出欧拉-伯努利梁的频率最大，其次是瑞雷梁和剪切梁，铁木辛柯梁的频率最小。研究结果表明对于细长梁而言，剪切变形比转动惯量对悬臂梁频率的影响大；相比低阶模态，剪切变形和转动惯量对高阶模态的影响大，图 2.3 所示四类悬臂梁的模态振型差别不大。对梁的横向振动进行理论分析是加深对梁类构件模态分析的理解，为进一步进行试验模态分析作铺垫。

2.1.7 SAP2000 有限元分析

SAP2000 是美国 Computer and Structures Inc. (CSI)公司研发的通用结构分析软件，拥有强大分析功能和集成化视图，已广泛应用于土木工程有限元分析。本文采用 SAP2000 梁单元建立悬臂梁模型，且考虑了剪切变形和转动惯量的影响，基于有限元分析的精度要求将梁单元划分成 60 个单元，并赋予单元的材料属性及边界条件，定义弯曲平面内的静力、模态以及线性时程三个分析工况。

2.1.7.1 静力分析

静力分析是为了提取悬臂梁结构的静力柔度矩阵，并作为后续动力模态柔度的参照对比。分别在节点 1、2、3 作用单位力或力矩，执行静力分析工况后输出节点 1、2、3 的竖向位移或转角信息，图 2.4 为本章分析的柔度示意图。静力分析获得的静力柔度系数见表 2.6。

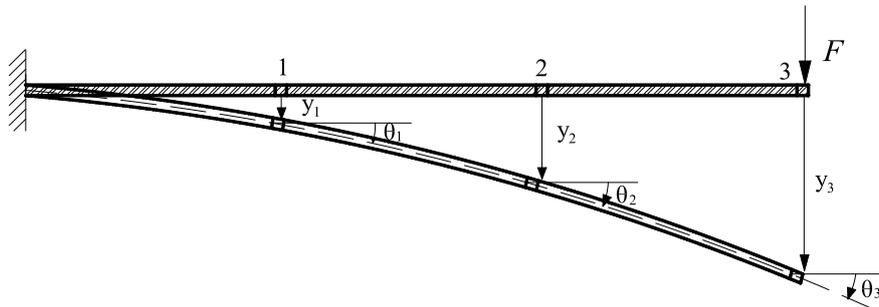


图 2.4 柔度示意图

表 2.6 SAP2000 计算的静力柔度系数

静力柔度系数	位移 (mm)			转角 (rad)			节点
力 (N)	1.42×10^{-3}	3.54×10^{-33}	5.65×10^{-3}	5.80×10^{-5}	5.80×10^{-5}	5.80×10^{-5}	1
	3.54×10^{-3}	1.13×10^{-2}	1.98×10^{-3}	1.74×10^{-4}	2.32×10^{-4}	2.32×10^{-4}	2
	5.65×10^{-3}	1.98×10^{-3}	3.81×10^{-3}	2.90×10^{-4}	4.64×10^{-4}	5.22×10^{-4}	3
力矩 (N·mm)	5.80×10^{-5}	1.74×10^{-4}	2.90×10^{-4}	3.18×10^{-6}	3.18×10^{-6}	3.18×10^{-6}	1
	5.80×10^{-5}	2.32×10^{-4}	4.64×10^{-4}	3.18×10^{-6}	6.35×10^{-6}	6.35×10^{-6}	2
	5.80×10^{-5}	2.32×10^{-4}	5.22×10^{-4}	3.18×10^{-6}	6.35×10^{-6}	9.53×10^{-6}	3
节点	1	2	3	1	2	3	—

上表中的静力柔度系数反应出变量间存在着对应关系：如力与位移，力矩与转角。对应变量的柔度矩阵为对角矩阵，非对应变量的柔度矩阵为非对角矩阵，但力-转角和力矩-位移的柔度矩阵互为转置，这与结构力学的虚功原理相一致。

2.1.7.2 模态分析

模态分析旨在获取结构的频率和振型等模态参数，且 SAP2000 能提供质量归一的振型，并运用 2.3.1 节的方法一合成模态柔度矩阵；模态分析也为线性时程分析提供模态积分的振型。SAP2000 模态分析工况中定义模态类型为特征向量，最大振型数为 10，分析导出的前 3 阶频率、位移振型矩阵 $[\Phi]_d$ 、转角振型矩阵 $[\Phi]_a$ 以及质量参与系数(MPF)如表 2.7 所示。质量参与系数是指某一模态振型在结构振动各方向的参与程度，反映了截断高阶振型对分析精度的影响，我国《高层建筑混凝土结构技术规程》JGJ3-2010 规定“计算振型数应使各振型参与质量之和不小于总质量的 90%”。表 2.7 中的质量参与系数是一个累积值，分析结果显示 1 阶模态的位移振型和转角振型的质量参与系数分别为 0.62 和 0.39，2 阶模态的位移振型和转角振型的 MPF 均为 0.19，3 阶模态的位移振型和转角振型的 MPF 分别为 0.06 和 0.12，这表明低阶模态的质量参与系数最大，但位移振型比转角振型的质量参数系数高，高阶转角振型比位移振型对结构影响大。

表 2.7 模态分析导出的模态参数

模态	位移振型 $[\Phi]_d$				转角振型 $[\Phi]_a$				频率 (rad/s)
	节点 1	节点 2	节点 3	MPF	节点 1	节点 2	节点 3	MPF	
1 阶	1.13	3.74	6.84	0.62	-0.06	-0.08	-0.09	0.39	35.46
2 阶	-4.04	-2.89	6.83	0.81	0.11	-0.18	-0.30	0.58	224.56
3 阶	-4.93	4.40	-6.80	0.87	-0.11	-0.07	0.49	0.70	632.90

2.1.7.3 线性时程分析

线性时程分析的目的是获取脉冲激励下结构响应的时程曲线，并运用 2.3.2 节的方法二提取模态柔度。时程分析工况通过定义力或力矩的荷载及三角形时程函数形成一脉冲激励，并指定模态积分方式，设定模态阻尼比为 0.02，输出时段数为 10000 和输出时段步长为 0.001。输出时段步长为采样频率倒数，即采样频率为 1000Hz，根据山农采样定理规定 $f_s > 2f_{\max}$ ，因此应依据最大分析频率确定合适的采样频率。图 2.5 为线性时程分析获得的典型的三角形力和力矩脉冲和衰减的位移和转角时程信号。

2.1.8 实验模态分析

对线性时程分析获得的脉冲输入和响应输出时程数据进行试验模态分析，以获得模态柔度系数。实验模态分析是运用实验方法寻求模态振型和模态坐标的过

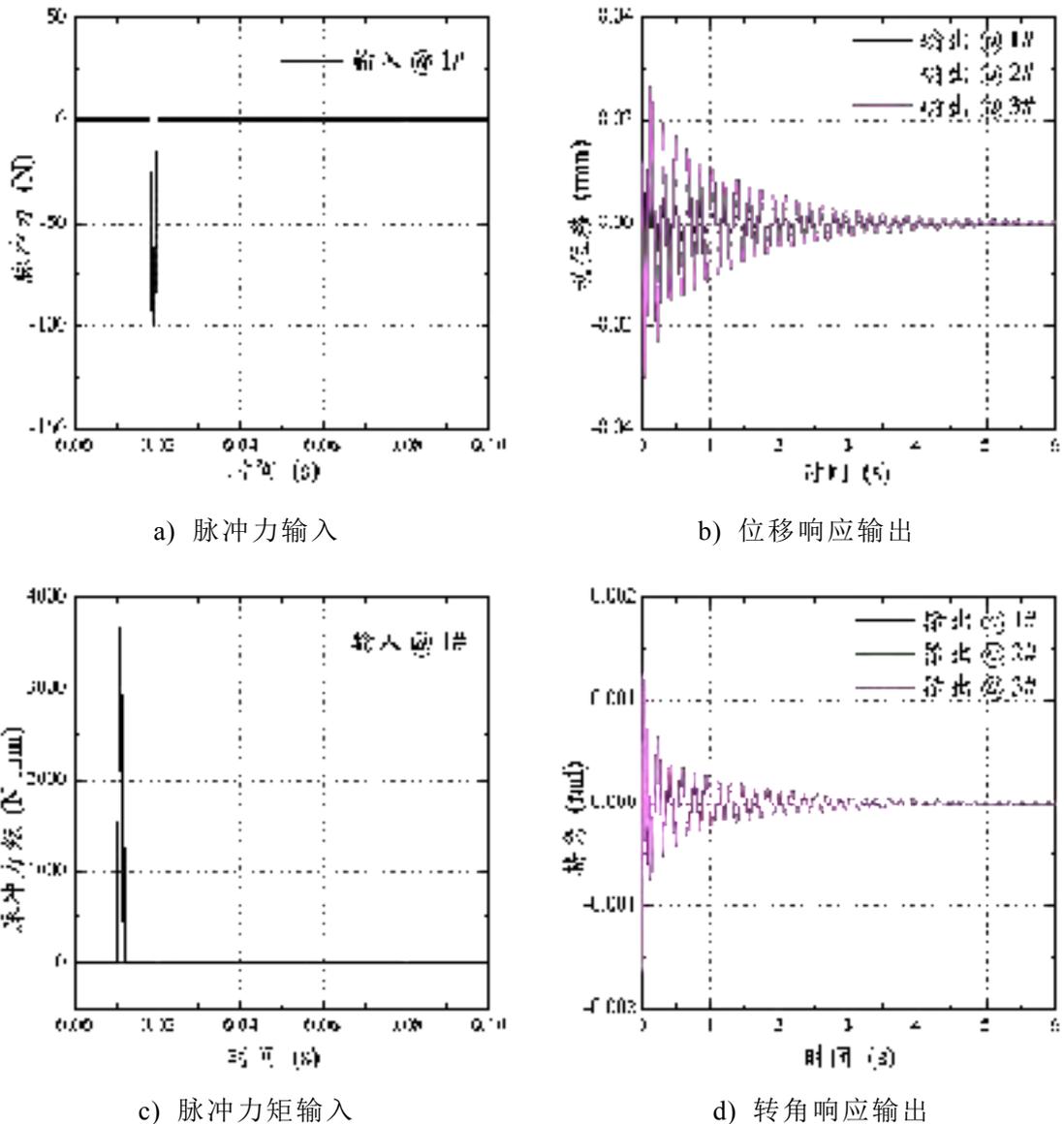


图 2.5 线性时程分析的输入输出信号

程。本文采用基于复模态指示函数(CMIF)的频域模态识别方法, 主要包括频响应函数(FRF)提取和复模态指示函数模态识别两部分内容, 实验模态分析的详细流程见图 2.6。

提取频响应函数由滤波、加窗、快速傅里叶变换(FFT)、频域平均、功率谱和相干函数、以及频响应函数估计等一系列步骤组成。首先必须检验信号数据的正确性, 并剔除错误信号; 其次滤去高频噪声信号, 并对脉冲和响应信号分别加矩形和指数窗, 以防止信号泄漏, 进行点数为 8192 的 FFT 时频转换; 然后采取 1 次频域平均, 获得 G_{xx} 、 G_{xf} 和 G_{ff} 功率谱以及相干函数。频率响应函数有 H_1 、 H_2 和 H_v 估计三种方法^[79], 其差别主要体现在对干扰噪声的数学考虑, H_1 估计仅考虑了输出响应存在噪声, 是一种欠估计; H_2 估计只考虑了激励信号存在噪声, 是一种过估计; H_v 估计同时考虑了输入及输出信号中的噪声误差, 并基于最小二乘算法来求解频响应函数值。

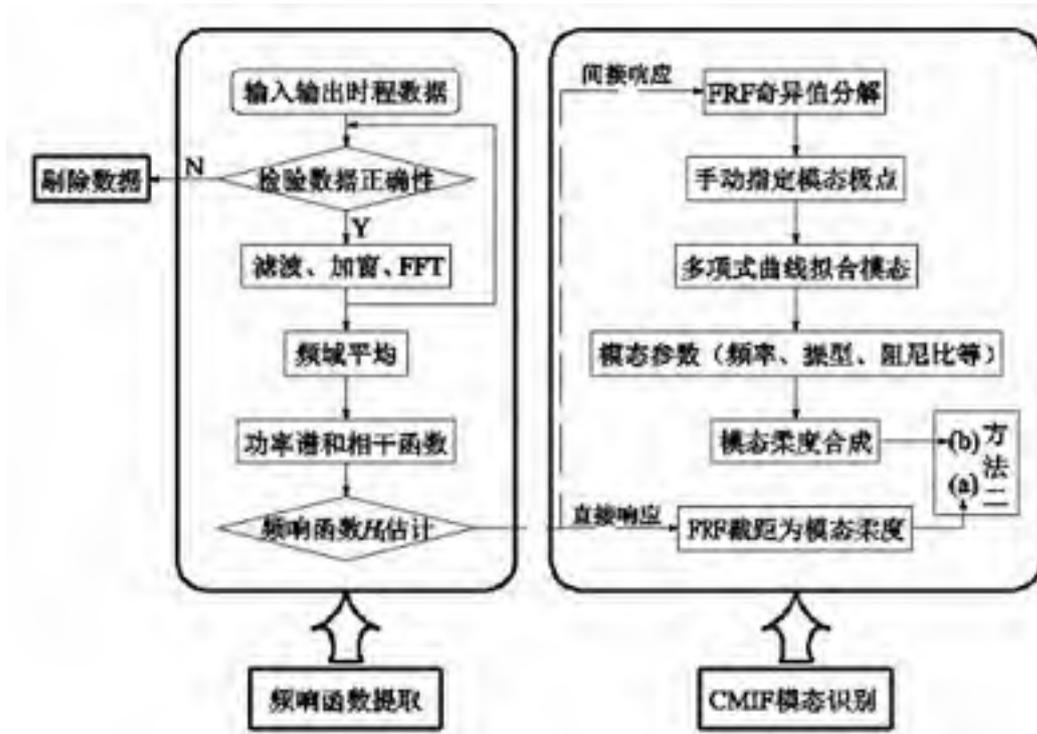


图 2.6 实验模态分析的流程图

频响函数提取由滤波、加窗、快速傅里叶变换(FFT)、频域平均、功率谱和相干函数、以及频响函数估计等一系列步骤组成。首先必须检验信号数据的正确性，并剔除错误信号；其次滤去高频噪声信号，并对脉冲和响应信号分别加矩形和指数窗，以防止信号泄漏，进行点数为 8192 的 FFT 时频转换；然后采取 1 次频域平均，获得 G_{xx} 、 G_{xf} 和 G_{ff} 功率谱以及相干函数。频率响应函数有 H_1 、 H_2 和 H_v 估计三种方法^[79]，其差别主要体现在对干扰噪声的数学考虑， H_1 估计仅考虑输出响应存在噪声，是一种欠估计； H_2 估计考虑激励信号存在噪声，是一种过估计； H_v 估计同时考虑输入及输出信号中的噪声误差，基于最小二乘法求解频响函数值。

CMIF 模态识别^[80]是一种基于频响函数奇异值分解的模态识别方法，通过频响函数的曲率变化人为指定模态极点来进行模态拟合。CMIF 指示每一阶实模态或复模态的存在及其相对幅值，除了得到频率、振型和阻尼比等模态信息外，还能获取测试结构的模态质量，进而合成模态柔度。本文采用 H_1 算法估计频响函数，最后基于 CMIF 模态分析方法提取极点、留数和放大因子，从而识别结构的模态参数。试验模态分析的上述步骤均在 Matlab 软件中编程完成。

2.1.9 模态柔度计算结果对比分析

2.1.9.1 方法一计算模态柔度

方法一计算模态柔度是基于 SAP2000 模态分析的自振频率和模态振型，并利用公式(2.1)合成模态柔度系数见表 2.8。

表 2.8 方法一计算的模态柔度系数

模态柔度系数	位移 (mm)			转角 (rad)			节点
力 (N)	1.41×10^{-3}	3.54×10^{-3}	5.66×10^{-3}	5.81×10^{-5}	5.72×10^{-5}	5.89×10^{-5}	1
	3.54×10^{-3}	1.13×10^{-2}	1.98×10^{-2}	1.75×10^{-4}	2.32×10^{-4}	2.31×10^{-4}	2
	5.66×10^{-3}	1.98×10^{-2}	3.81×10^{-2}	2.88×10^{-4}	4.66×10^{-4}	5.15×10^{-4}	3
力矩 (N·mm)	5.81×10^{-5}	1.75×10^{-4}	2.88×10^{-4}	2.79×10^{-6}	3.26×10^{-6}	3.04×10^{-6}	1
	5.72×10^{-5}	2.32×10^{-4}	4.66×10^{-4}	3.26×10^{-6}	5.98×10^{-6}	6.57×10^{-6}	2
	5.89×10^{-5}	2.31×10^{-4}	5.15×10^{-4}	3.04×10^{-6}	6.57×10^{-6}	8.25×10^{-6}	3
节点	1	2	3	1	2	3	—

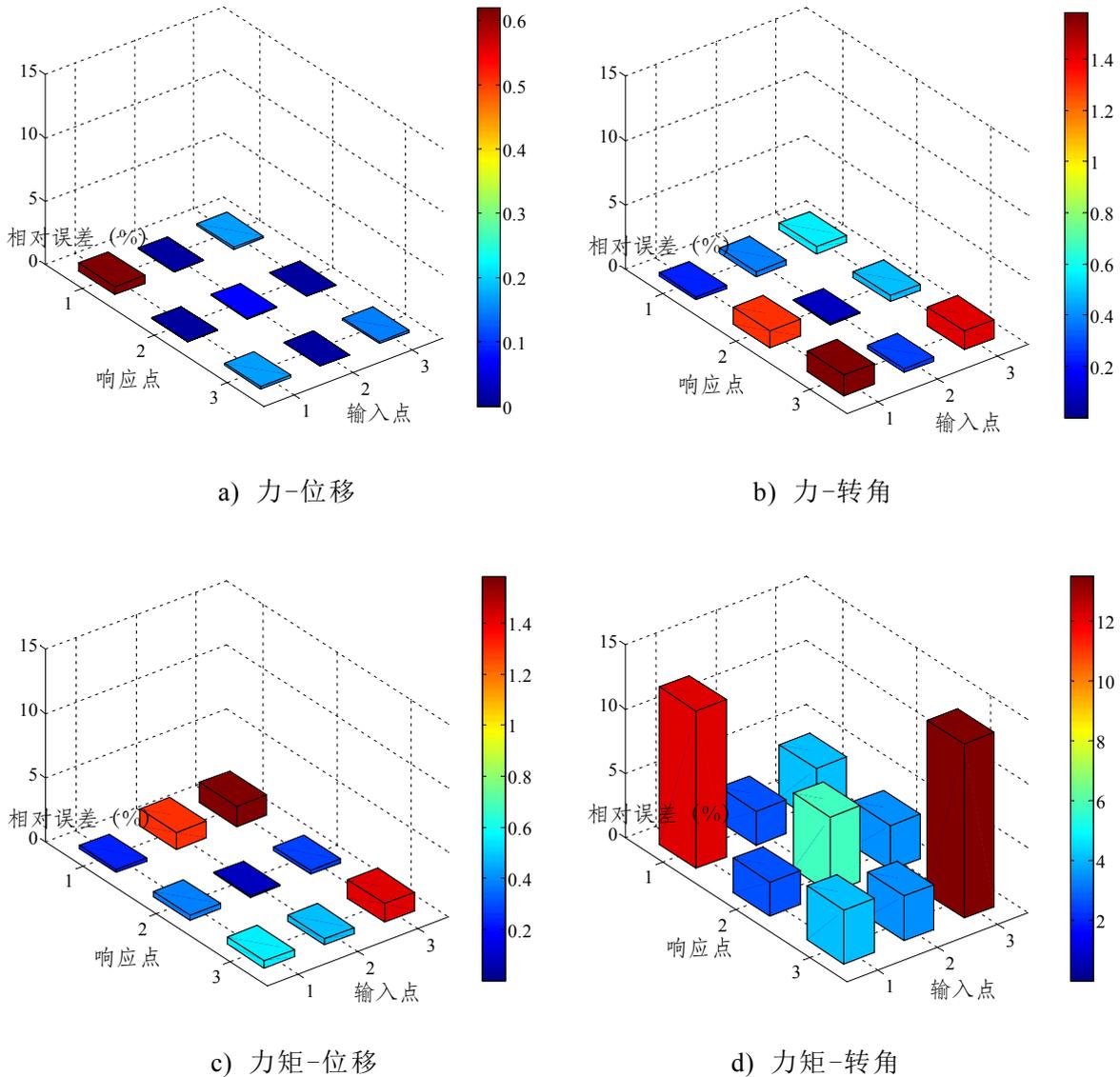


图 2.7 方法一模态柔度与静力柔度的相对误差

图 2.7 清晰地反映出方法一计算的模态柔度与静力柔度的相对误差，力-位移模态柔度与其静力柔度的误差小于 1%；对于力-转角和力矩-位移模态柔度，其

相对误差在 2%以内；而对于力矩-转角模态柔度，其相对误差却高达 13.5%。在无环境噪声干挠的仿真分析中，力矩-转角模态柔度的精度远超出数值模拟的可接受范围。上述力矩-转角模态柔度的误差因素是多方面的：模态分析工况中有限元分析和模态截断均会产生一定的误差，将无限多个自由度体系的悬臂梁简化为 3 个自由度也会相应的误差，但主要误差在于仅基于前 3 阶模态来合成力矩-转角模态柔度，这对于转角振型是不够的。模态分析结果很好地论证了上述观点，前 3 阶位移振型的质量参与系数为 87%，而前 3 阶转角振型的质量参与系数仅为 70%，这表明高阶转角振型比位移振型对模态柔度合成的贡献大。

为了研究模态阶数对力矩-转角模态柔度的影响，将参与模态柔度合成的转角振型从前 3 阶变化至前 10 阶，并用平均值和最大值两个指标来综合反映模态柔度与静力柔度的相对误差。图 2.8a)为相对误差随模态阶数变化曲线，反映出各阶模态对模态柔度的贡献，图 2.8b)为前 10 阶模态合成的模态柔度与静力柔度的相对误差，图中显示出随着参与合成的转角振型增加，力矩-转角模态柔度的误差明显下降，前 10 阶转角振型合成的力矩-转角模态柔度已符合工程要求。

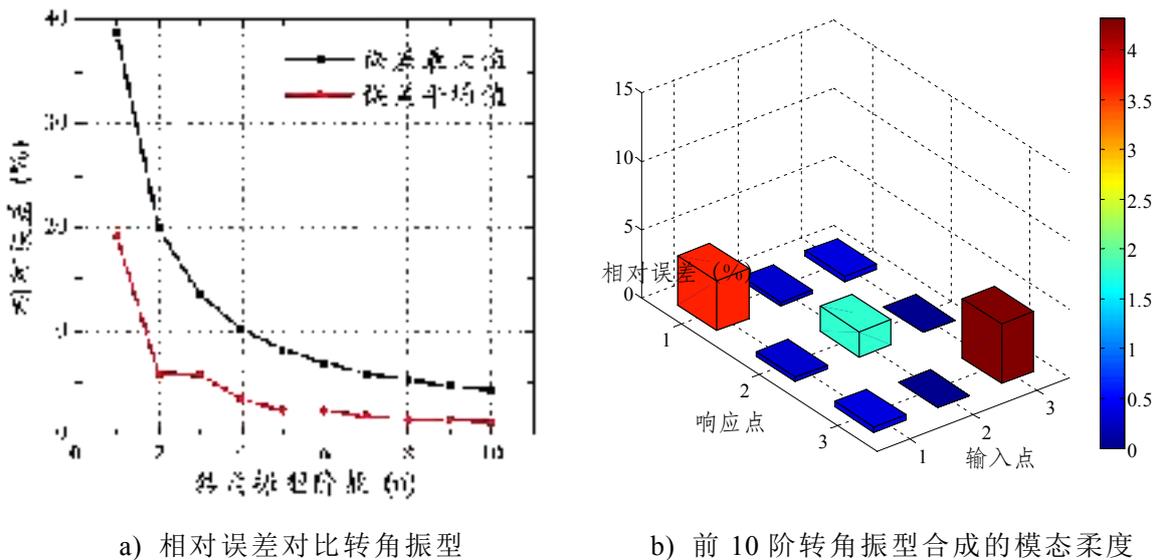


图 2.8 力矩-转角模态柔度与静力柔度的相对误差

2.1.9.2 方法二计算模态柔度

方法二计算模态柔度是基于多参考点脉冲锤击法测试的频响函数截距。根据模态试验中不同的响应输出方式，方法二又分为(a)基于位移或转角的直接响应分析和(b)基于加速度或角加速度的间接响应分析。SAP2000 线性时程分析能够同时获取结构的上述响应信息。表 2.9 为方法二(a)基于位移或转角响应提取的模态柔度，其模态柔度系数直接取频响函数的截距，由于无噪声干挠，因此截距值较为准确。图 2.9 以直方图形式呈现模态柔度与静力柔度的相对误差。结果表明方法二(a)提取的四类模态柔度相对误差均在 5%以内，这说明基于位移或转角响应量

提取模态柔度最为准确；对于力矩-转角模态柔度，方法二(a)与方法一利用前 10 阶转角振型计算的模态柔度误差很接近，这说明方法二(a)力矩-转角模态柔度的误差来源于有限元分析的模态截断。

表 2.9 方法二(a)计算的模态柔度系数

模态柔度系数	位移 (mm)			转角 (rad)			节点
力 (N)	1.42×10^{-3}	3.53×10^{-3}	5.64×10^{-3}	5.80×10^{-5}	5.78×10^{-5}	5.80×10^{-5}	1
	3.53×10^{-3}	1.13×10^{-3}	1.97×10^{-3}	1.74×10^{-4}	2.32×10^{-4}	2.31×10^{-4}	2
	5.64×10^{-3}	1.97×10^{-3}	3.81×10^{-3}	2.89×10^{-4}	4.63×10^{-4}	5.20×10^{-4}	3
力矩 (N·mm)	5.80×10^{-5}	1.74×10^{-4}	2.90×10^{-4}	3.06×10^{-6}	3.17×10^{-6}	3.18×10^{-6}	1
	5.79×10^{-5}	2.32×10^{-4}	4.63×10^{-4}	3.17×10^{-6}	6.23×10^{-6}	6.34×10^{-6}	2
	5.79×10^{-5}	2.31×10^{-4}	5.20×10^{-4}	3.18×10^{-6}	6.34×10^{-6}	9.11×10^{-6}	3
节点	1	2	3	1	2	3	—

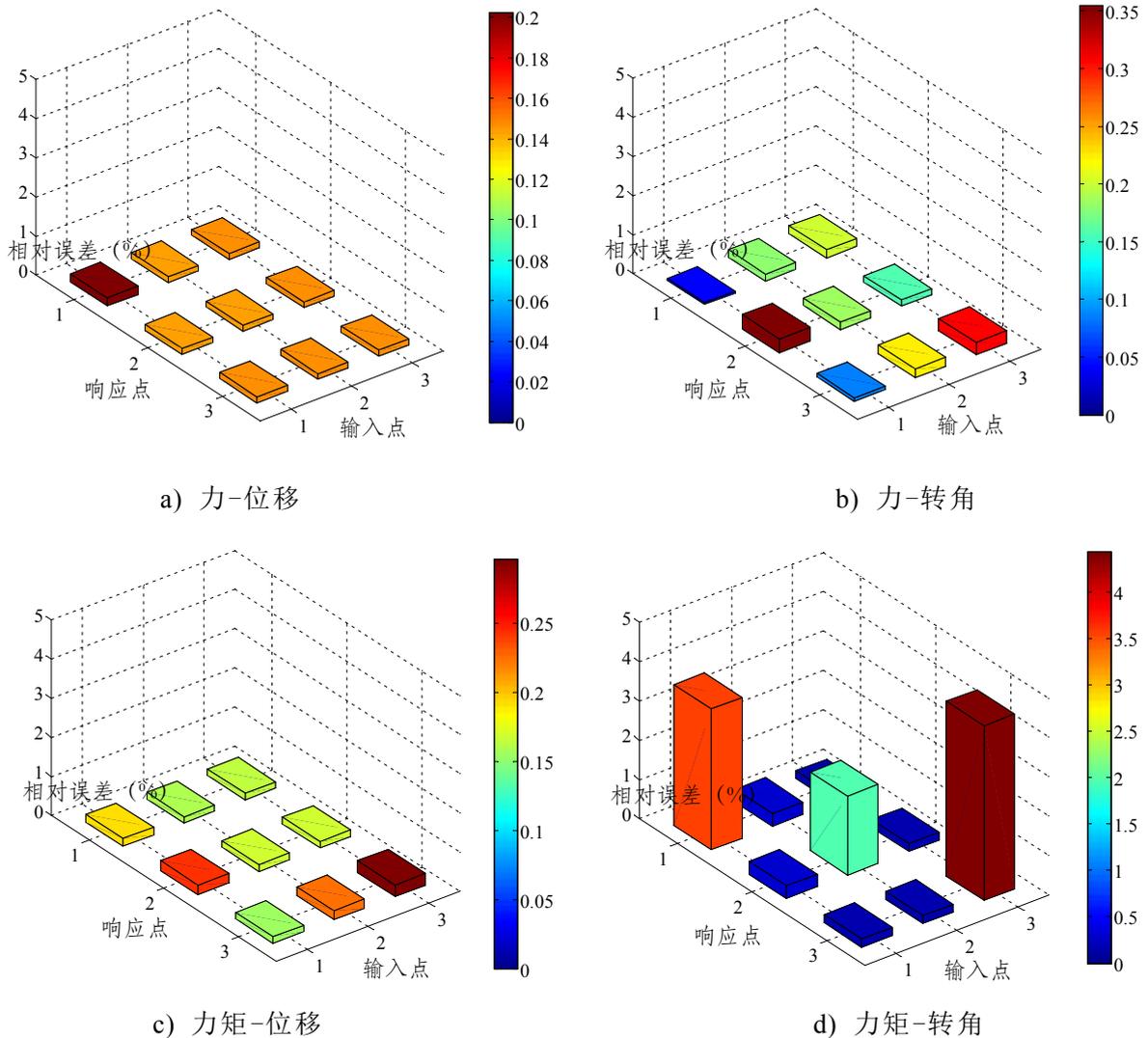


图 2.9 方法二(a)模态柔度与静力柔度的相对误差

方法二(b)计算模态柔度是基于加速度或角加速度响应，并通过一系列的模态参数识别合成模态柔度，它其实是方法一由理论分析通向试验研究的延伸。实际动力模态测试往往采用拾取结构的加速度响应，一方面是由于加速度传感器安装方便，另一方面加速度计敏感，响应的信噪比大，能够得到更宽频带的频响函数。表 2.10 和图 2.10 为方法二(b)合成的模态柔度系数及相对误差。

表 2.10 方法二(b)计算的模态柔度系数

模态柔度系数	位移 (mm)			转角 (rad)			节点
力 (N)	1.40×10^{-3}	3.57×10^{-3}	5.71×10^{-3}	7.06×10^{-5}	5.76×10^{-5}	4.00×10^{-5}	1
	3.57×10^{-3}	1.14×10^{-3}	2.00×10^{-3}	1.91×10^{-4}	2.46×10^{-4}	2.57×10^{-4}	2
	5.71×10^{-3}	2.00×10^{-3}	3.83×10^{-3}	3.11×10^{-4}	5.25×10^{-4}	5.59×10^{-4}	3
力矩 (N·mm)	7.06×10^{-5}	1.81×10^{-4}	3.12×10^{-4}	2.80×10^{-6}	3.31×10^{-6}	3.14×10^{-6}	1
	5.78×10^{-5}	2.46×10^{-4}	5.23×10^{-4}	3.31×10^{-6}	6.02×10^{-6}	6.63×10^{-6}	2
	3.87×10^{-5}	2.57×10^{-4}	5.61×10^{-4}	3.14×10^{-6}	6.63×10^{-6}	8.20×10^{-6}	3
节点	1	2	3	1	2	3	—

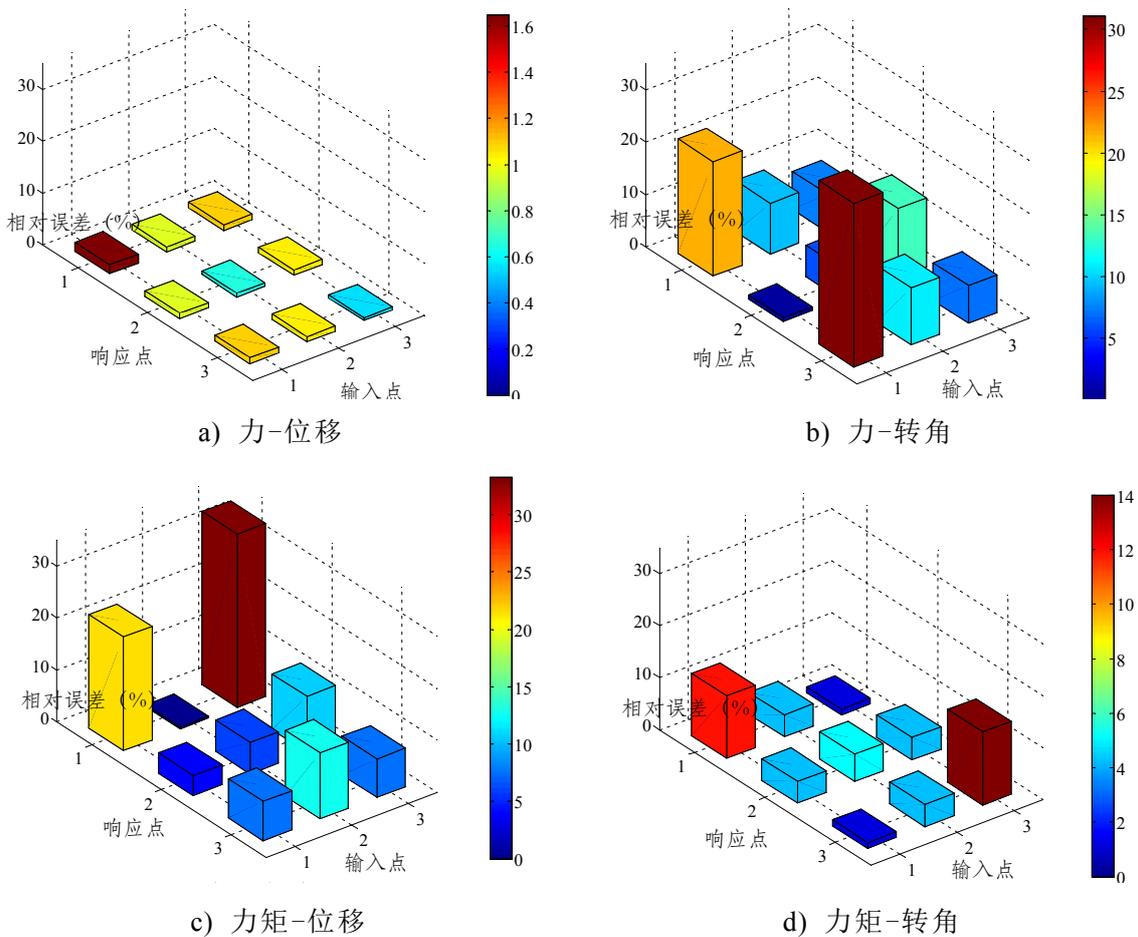


图 2.10 方法二(b)模态柔度与静力柔度的相对误差

从图 2.10 可以看出，力-位移模态柔度近似等于静力柔度，而力-转角、力矩

-位移和力矩-转角模态柔度的相对误差比方法一还大。和方法一相类似,方法二(b)合成模态柔度只基于识别的前三阶模态,模态阶数参与不足是主要误差,除此之外模态拟合及参数识别中引入的部分误差致使模态柔度误差增大,这是较方法一误差增大的主要原因。

2.1.10 转角模态柔度的应用

本章对模态柔度的位移和转角响应信息进行独立研究,这是运用正问题方法阐述模态柔度的概念,但没有考虑两者的内在联系。在实际结构测试中,不可能只单独测量结构的转角响应,转角一般作为位移响应的补充信息。对于真实的转角模态试验,施加力矩激励和拾取转角响应是模态试验的关键和难点,国外已研发出先进的转角传感器,可直接粘贴在测试结构上获得动力转角响应时程。文献[81]介绍了结构测量中如何施加力矩激励以及如何拾取转角响应,为我们进行转角模态柔度试验研究提供了相关指导。

1.10 本章小结

本章论述了敏感反映结构损伤的动力指纹——模态柔度的相关理论。首先针对以往结构识别研究仅基于结构的位移响应,本文提出将转角信息引入模态柔度中,从而获得一个广义的模态柔度概念。其次介绍了已有的模态柔度计算方法,并提出一种基于频响函数截距提取模态柔度的新方法,该方法采用多参考点脉冲锤击法拾取结构的位移或转角响应时程,获得的频响函数截距即为模态柔度系数。最后一个基于 SAP2000 有限元仿真的三自由度薄壁方钢管悬臂梁的静力分析、模态分析和线性时程分析被用来验证上述模态柔度算法的正确性。研究结果表明位移模态柔度比转角模态柔度的精度高,高阶的转角振型比位移振型对模态柔度的影响大,这主要是由转角振型比位移振型的质量参与系数低所导致的。利用位移或转角导纳频响函数截距提取的四类模态柔度与静力柔度最接近,其主要误差来源于有限元模态分析的模态截断。

第 3 章 基于单模型的 RC 简支梁损伤识别

1.11 引言

单模型结构识别是基于一个有限元模型来校核试验结果，从而确定结构的实际状态及物理参数。以往单模型结构识别研究的主流方向是基于灵敏度方法的模型修正和参数识别，通过修正单元损伤刚度指标来建立一个响应预测值和试验值的差值目标函数，并基于优化算法使目标函数最小来识别待修正的物理参数。本章运用单模型方法进行钢筋混凝土简支梁的损伤识别研究，比较不同损伤工况试验梁的静载位移和模态柔度位移，并得到钢筋混凝土简支梁的刚度退化曲线。

1.12 钢筋混凝土简支梁的静动力试验

3.1.1 试验目的

钢筋混凝土简支梁静动力试验的类似研究很多，识别损伤所运用的动力指纹也多种多样，本文主要从模态柔度的角度来识别钢筋混凝土简支梁的损伤。本试验包括静力试验和动力试验两部分。静力试验产生随加载损伤程度增加的钢筋混凝土简支梁，为振动测试提供不同损伤程度的研究对象；另一方面，动力试验识别的模态参数能进一步反馈试验梁的静力特性，使两者形成比较与互补。具体试验目的有以下 4 点：

1. 获取钢筋混凝土简支梁在静力加载历程中的挠曲变形、应变变化、裂缝的出现与开展及极限承载力等静力特征；

2. 利用多参考点脉冲锤击法模态测试获取钢筋混凝土简支梁在各损伤工况下的加速度、动位移和动应变的时程数据，并基于试验模态分析方法提取试验梁的自振频率、模态振型和阻尼比等模态参数；

3. 研究模态柔度识别钢筋混凝土简支梁损伤的有效性，并比较静载位移与模态柔度位移的一致性，为静动力试验构建相互联系的“桥梁”。

4. 基于 Strand7 API-Matlab 交互访问进行模型参数修正，获得与钢筋混凝土简支梁逐级损伤对应的刚度退化曲线。

3.1.2 试验对象

本试验对象为一钢筋混凝土简支梁，试件尺寸为 3600mm×150mm×300mm，混凝土强度等级为 C30，保护层厚度为 30mm。按钢筋混凝土密度 $\rho=2450\text{kg/m}^3$ 计算的试验梁自重为 0.4t。试验梁的截面尺寸和配筋形式如图 3.1 所示，中部为

900mm 长的纯弯段，梁底通长布置 2 根直径 16mm 的 HRB335 受力钢筋，对应截面配筋率为 0.89%。箍筋和架立筋为 8mm 直径的 HPB300 钢筋，纯弯段两侧箍筋间距为 150mm。

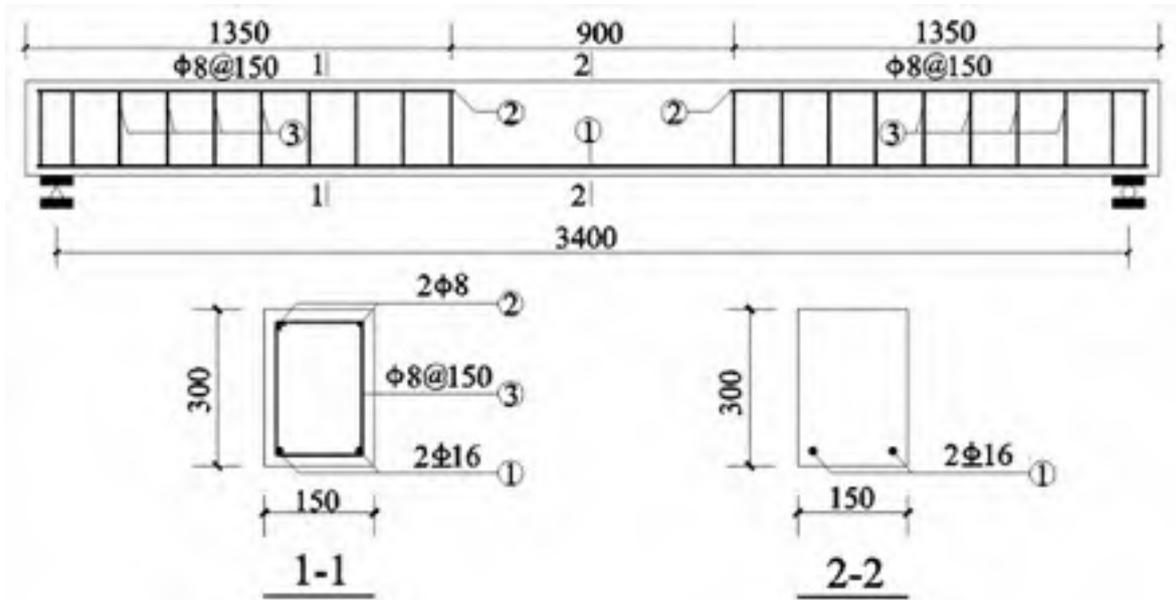


图 3.1 钢筋混凝土简支梁的截面尺寸和配筋形式 (单位: mm)

3.1.3 试验装置

试验梁通过固定铰支座和滚动铰支座形成简支梁体系，两端各有 100mm 悬臂长度。钢筋混凝土简支梁的静载装置和测点布置如图 3.2 所示。9 个均匀布置的机械式百分表被用来测量各级荷载作用下钢筋混凝土简支梁的挠曲变形，贴于梁顶的 1#~9#号电阻应变片和等距分布于跨中梁侧的 10#~14#号应变片，用来量测混凝土截面的应变，15#~16#号应变片被用来测量纵筋中部的拉应变。

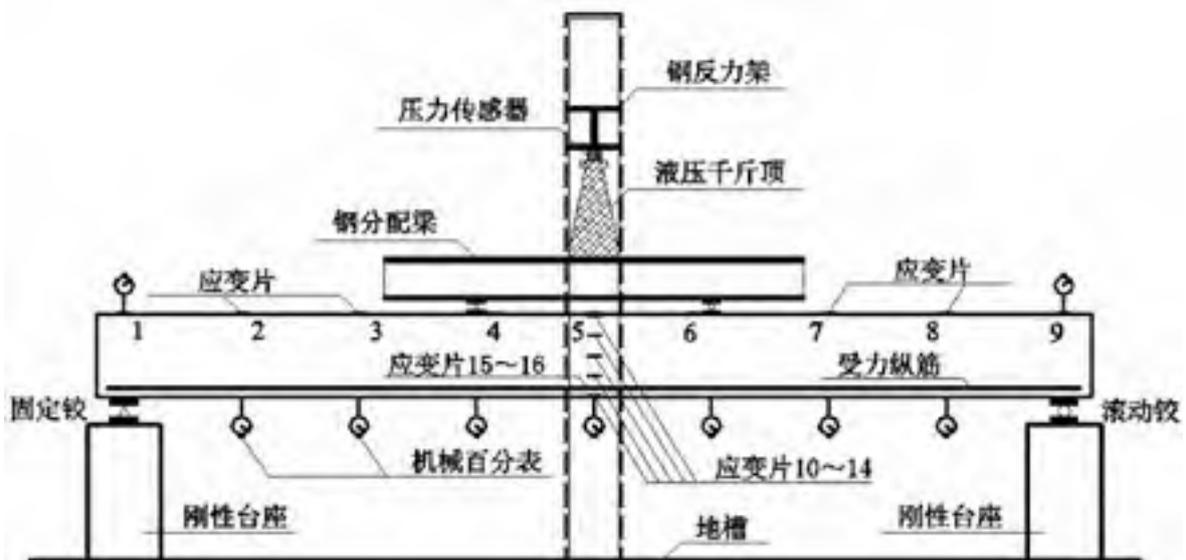


图 3.2 钢筋混凝土简支梁静载装置及测点布置

试验梁通过机械千斤顶作用于反力架来施加荷载，并用压力传感器监测加载作用力，利用工字钢梁将静力荷载平均分配给间距 850mm 的两个加载控制点。电阻应变式压力传感器和 BX120-10AA 电阻应变片用扬州晶明静态应变仪采集数据，人工记录百分表读数。钢筋混凝土简支梁静载试验的加载方式和测点布设参照《混凝土结构试验方法标准》(GB50152-2012)。

依据激励点和拾振点的数目，动力模态测试分为单输入单输出(SISO)、单输入多输出(SIMO)、多输入多输出(MIMO)和多输入单输出(MISO)四类。理论上在单个激励点处利用一个加速度计拾振，就能获取结构的频率、阻尼比和该点的振型分量等模态信息，但利用单点输入激发结构模态容易遇到激励点与结构振型节点相重合的情形，其缺点在于难以准确判断模棱两可的模态极点，且很难区分轴对称结构的重复模态。MIMO 测试利用对结构整体布设传感器，基于平均思想来减少频响函数噪声和防止模态缺失；多点激励使输入点的振幅变得更均匀，并减小非线性因素的影响，且能够同时确定频响函数矩阵的不同列和不同行，提高了频响函数的一致性，因而频响函数的准确性较高。

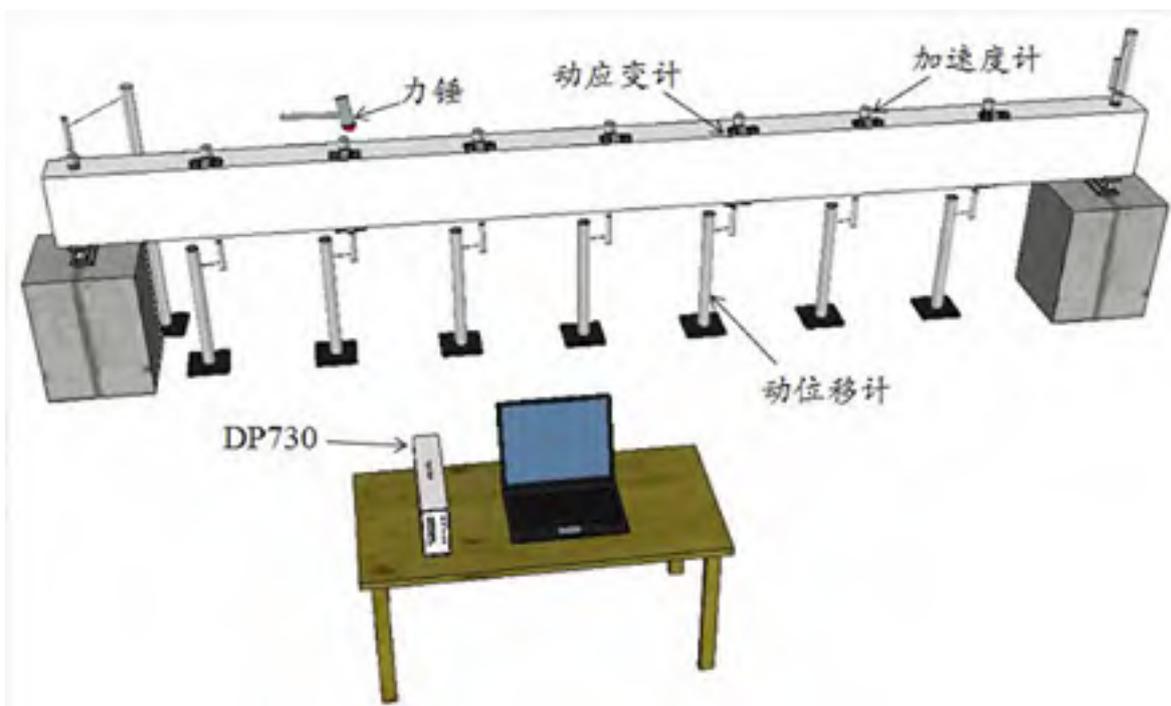


图 3.3 简支梁 MRIT 模态试验的仪器布置

钢筋混凝土简支梁的动载试验采用多参考点脉冲锤击测试(MRIT)，属于多点激励多点拾振(MIMO)方法，它是基于锤击激振方式进行模态参数识别，其优点是能够得到重复性较好且质量较高的频响函数，并能识别测试结构的模态质量，进而推导其模态柔度。简支梁 MRIT 模态试验的仪器布置如图 3.3 所示，利用力锤敲击产生力脉冲激励，分别用加速度计、动位移计和动应变计来拾取不同的响应时程信号，为了获得与静载位移对应的模态柔度位移结果，动力传感器的布设位置与静载位移计一致。本试验包括加速度、动位移和动应变响应的三组模态试验，

由于动位移计的数量限制，其模态试验分为两个工况进行。模态试验所用动力传感器的相关信息见表 3.1。

表 3.1 动力传感器的相关参数

传感器类型	型号	灵敏度	频响范围	量程
力锤	PCB-086D20	0.23 mV/N	0~1000 Hz	±22.24 kN
加速度计	KD1010L	10 mv/ms ⁻²	0.5~600 Hz	±500 m/s ²
动位移计	MicroStrain® S-DVRT	7.87 mm/V	0~800 Hz	±19.59 mm
动应变计	KD4001	1.85μV/με/V	0~2000 Hz	±1000 με



a) PCB-086D20 力锤



b) KD1010L 加速度传感器



c) MicroStrain® S-DVRT 动位移计



d) KD4001 动应变计

图 3.4 简支梁模态试验的传感器安装

钢筋混凝土简支梁多参考点脉冲锤击法模态测试的传感器安装如图 3.4 所示。为了激发试验简支梁尽可能多的模态，模态试验中选择频响高达 1000Hz 的黑色硬橡胶锤头，脉冲力、加速度和动位移信号均由 SignalCalc DP730 采集，设定分析频率和谱线数分别为 1000Hz 和 3200，分别对应 2560Hz 的采样频率和 3.2s 的采样时间。为了能够完整捕捉到力脉冲信号，设定 0.05s 的提前触发采样模式。动应变信号单独由 TMR-200 动态应变仪采集，由于 TMR-200 与 DP730 采样频率设置形式不一致，分别设定 TMR-200 和 DP730 的采样频率为 2000 Hz 和 2048Hz，

以尽可能保证应变信号与力信号的采样间隔相同。每组模态试验只选择锤击噪声和支座干扰小的 7 个中间测点，且每一测点平均锤击 6 次。

3.1.4 Atena 有限元分析

为了初步设计钢筋混凝土简支梁的损伤工况，静载试验之前运用 Atena 软件对试验梁的破坏形态及承载能力进行分析。Atena 是一款由捷克 CERVENKA 公司开发的结构有限元分析软件，在钢筋裂纹、破坏及钢筋屈服等方面有其独特的专业性。Atena 可用来模拟钢筋混凝土结构的真实受力行为，包括混凝土开裂、压碎和钢筋屈服等问题。

Atena 有限元分析中，混凝土本构采用 Cervenka J.和 Papanikolaou V.K.提出的断裂塑形模型，钢筋选用双线性强化模型，不考虑钢筋与混凝土之间的粘结滑移。采用三维实体单元建立简支梁的有限元模型，并划分成 1296 个 50mm 的立方体网格单元，指定简支形式的边界约束，并监测简支梁的跨中位移和纵向钢筋应力。采用力控制的两点对称加载，每个荷载步施加 0.5kN，即每个荷载步施加在钢筋混凝土简支梁上的总荷载为 1kN。允许力和位移的收敛误差为 1%，当计算至第 54 步时，第一次出现不收敛情况。图 3.5a)给出了钢筋混凝土简支梁的跨中挠度-荷载曲线，图中 5 个损伤工况对应的荷载分别为 6kN、20kN、35kN、50kN 和 54kN。上述 5 个损伤工况的裂缝开展和应力云图见图 3.5b)，损伤工况 I 为混凝土的开裂状态，损伤工况 V 为钢筋混凝土简支梁的破坏阶段。

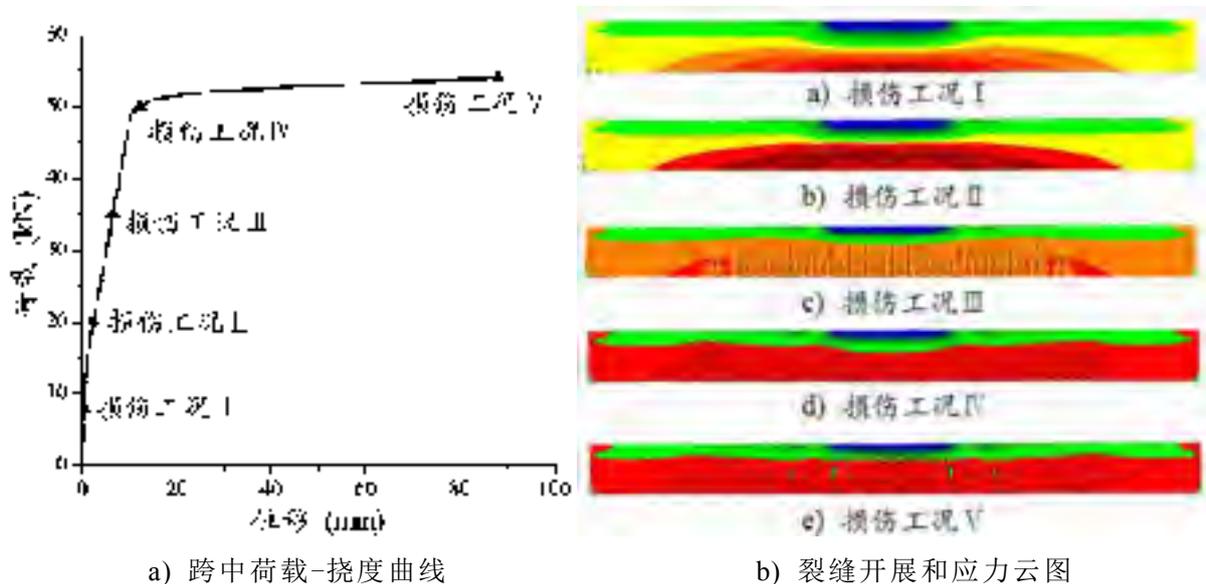


图 3.5 钢筋混凝土简支梁的 Atena 分析结果

3.1.5 试验工况

裂缝的出现和开展是钢筋混凝土结构损伤发生的宏观表征，裂缝宽度及数量能够综合反映试验梁的损伤程度。本文基于裂缝的最大宽度并结合 Atena 的分析结果，按照不同损伤程度对钢筋混凝土简支梁定义的 5 个损伤工况见表 3.2。钢

筋混凝土简支梁的静动力试验交叉进行，首先对未损伤的参考状态简支梁进行 MRIT 模态试验，作为后续各损伤工况的参考状态，然后静力加载至损伤工况 I，卸去载荷后对损伤试验梁进行模态测试，然后依次交替循环进行静动载试验，直至完成损伤工况 V 的动力试验。

表 3.2 MRIT 的 6 个动力测试工况

测试 工况	参考 状态	损伤 工况 I	损伤 工况 II	损伤 工况 III	损伤 工况 IV	损伤 工况 V
荷载	均布自重	7 kN	12 kN	27 kN	48 kN	60 kN
裂缝宽度	0mm	0-0.1 mm	0.1-0.4 mm	0.5-0.9 mm	1.0-1.5 mm	> 1.5 mm
损伤状况	完好	微开裂	轻度损伤	中度损伤	严重损伤	破坏状态

3.1.6 传感器标定试验

为了获得精确的模态柔度系数，在模态试验开始前需对力锤和加速度传感器进行标定来校核其精度，加速度传感器的标定试验如图 3.6 所示，在一质量已知的钢摆侧面中心安装加速度传感器，并在钢摆正面采用力锤激振，敲击点也应确保在中心位置，获取钢摆振动的脉冲力和加速度响应峰值。



a) 力锤敲击钢摆正面

b) 加速度计安装在钢摆侧面

图 3.6 力锤和加速度传感器的标定试验

依据基于牛顿第二定律，标定系数为计算加速度与测量加速度的比值：

$$\text{标定系数} = \frac{a_{calc}}{a_{meas}} = \frac{F_{meas}}{ma_{meas}} \quad (3.1)$$

式中 a_{calc} 为加速度计算值， a_{meas} 为振动测试的加速度峰值， F_{meas} 为测量的脉冲力峰值， m 为钢摆质量。

静载试验正式开始前需对安装于千斤顶上的压力传感器进行标定。压力传感器是在试验压力机上标定荷载压力值对应的应变值，进而利用压力传感器的应变值来控制静载试验进程中加载力。钢筋混凝土简支梁静载试验所使用的压力传感器型号为 KD4025，标定试验得到的标定系数为 $8.45\mu\epsilon/\text{kN}$ ，即 1kN 的加载荷载对应 8.45 个微应变。

1.13 试验现象及结果

3.1.7 静载试验的裂缝开展

根据配筋形式和加载方式，钢筋混凝土简支梁呈现典型的适筋梁弯曲破坏。图 3.7 为钢筋混凝土简支梁的静载试验照片，依据试验过程中所观测的裂缝开展、挠曲变形以及钢筋和混凝土的应变变化，将钢筋混凝土简支梁的受力过程分为开裂前阶段、带裂缝工作阶段和钢筋屈服后阶段。



图 3.7 钢筋混凝土简支梁的静载试验照片

开裂前阶段的简支梁处于弹性状态，钢筋和混凝土的应变成线性变化，跨中梁侧的混凝土应变符合平截面假定，位移线性增长速度缓慢。随着荷载的增加，首先在跨中梁底附近的薄弱部位出现第一批细短的竖直裂缝。记录其开裂荷载为 7kN，加上分配钢梁的自重，总开裂弯矩为 $5.5\text{kN}\cdot\text{m}$ ，与过镇海公式(3.2)^[76]计算的 $5.27\text{kN}\cdot\text{m}$ 开裂弯矩较为接近。

$$M_{cr} = \gamma_m W_0 f_t \quad (3.2)$$

达到开裂弯矩后，简支梁进入带裂缝工作阶段。此时开裂截面的部分受拉混凝土开始退出工作，钢筋和混凝土应变以及挠曲变形较开裂前增长加快，并不再保持线性关系，中和轴缓慢向上偏移，卸载后位移和应变均出现一定的塑性残余

变形。随着弯矩的增大，已有裂缝缓慢增宽且向上延伸，隔一定间距或已有裂缝之间相继出现新裂缝。这些裂缝在试验梁两侧对称出现，并扩展至梁底以致裂缝贯通，图 3.8 显示出不同损伤工况的钢筋混凝土简支梁的裂缝开展。

受力纵筋屈服对应的荷载为 60kN，此时钢筋混凝土简支梁的裂缝分布趋于稳定，裂缝不再明显出现及向上延伸，但破坏位置底面和侧面下部的裂缝宽度显著增大。试验梁的挠度急剧增大以致肉眼可观察到明显的挠曲变形，纵筋应变大幅度增加。图 3.9 中荷载-位移曲线和荷载-应变曲线显示，钢筋混凝土简支梁跨中的位移残余变形非常大，而钢筋残余应变相对较小。

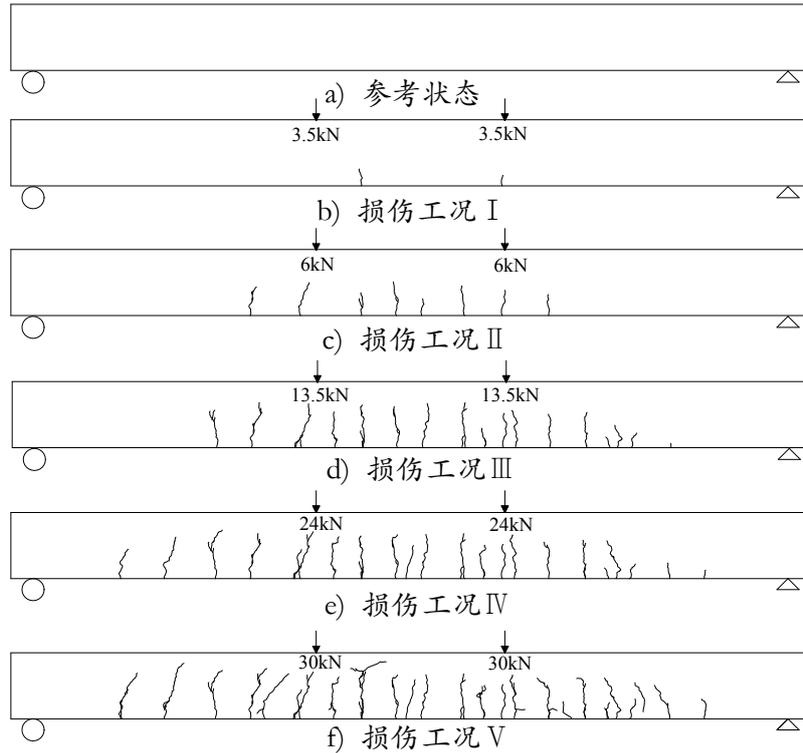


图 3.8 钢筋混凝土简支梁的裂缝开展

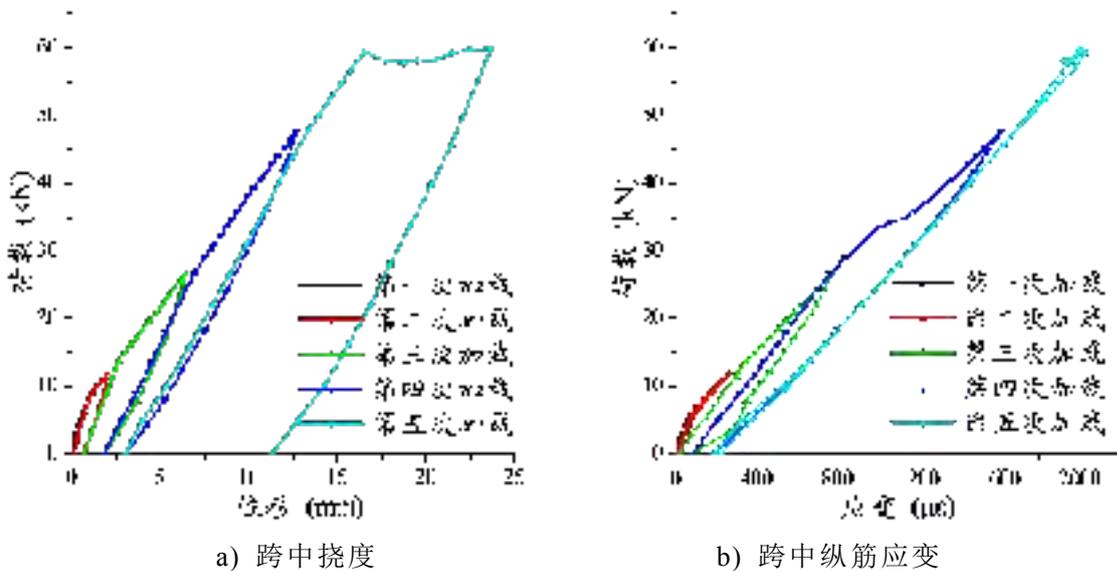


图 3.9 钢筋混凝土简支梁的荷载-位移曲线和荷载-应变曲线

3.1.8 位移模态分析和应变模态分析

对钢筋混凝土简支梁模态试验采集得到的加速度、动位移和动应变 3 种动力响应数据，利用第 2 章论述的试验模态分析步骤进行位移模态分析和应变模态分析。位移模态分析是以位移相关响应为分析参数，而应变模态分析是基于应变响应信号，两种模态分析方法识别的频率和阻尼比在理论上是一致的，差别在于识别的模态振型分别为位移振型和应变振型。试验过程中不确定的外界干扰或力锤双击，会造成激励信号或响应时程信号出现错误，因此须先检验输入输出信号的正确性。其次对力脉冲和响应信号分别添加矩形窗和指数窗以减少信号的泄露，加窗后的时域信号进行点数为 8192 的快速傅里叶变换。然后基于 6 次信号的频域平均获取自功率谱、互功率谱及相干函数，采用 H_1 算法进行频响函数估计。最后利用 CMIF 方法提取极点、留数和放大因子，识别得到结构的模态参数信息。

本节以钢筋混凝土简支梁的参考状态为研究对象，在力锤脉冲激励下试验梁的加速度响应幅信噪比最大，因而加速度导纳频响函数的峰值明显。对第 3 点和第 5 点的加速度信号的导纳频响函数进行互易性检验，图 3.10a) 显示出较好的线性相关性，但还是有一定程度的噪声干扰。CMIF 方法提取加速度导纳的模态极点见图 3.10b)，识别出钢筋混凝土简支梁前 5 阶弯曲模态。

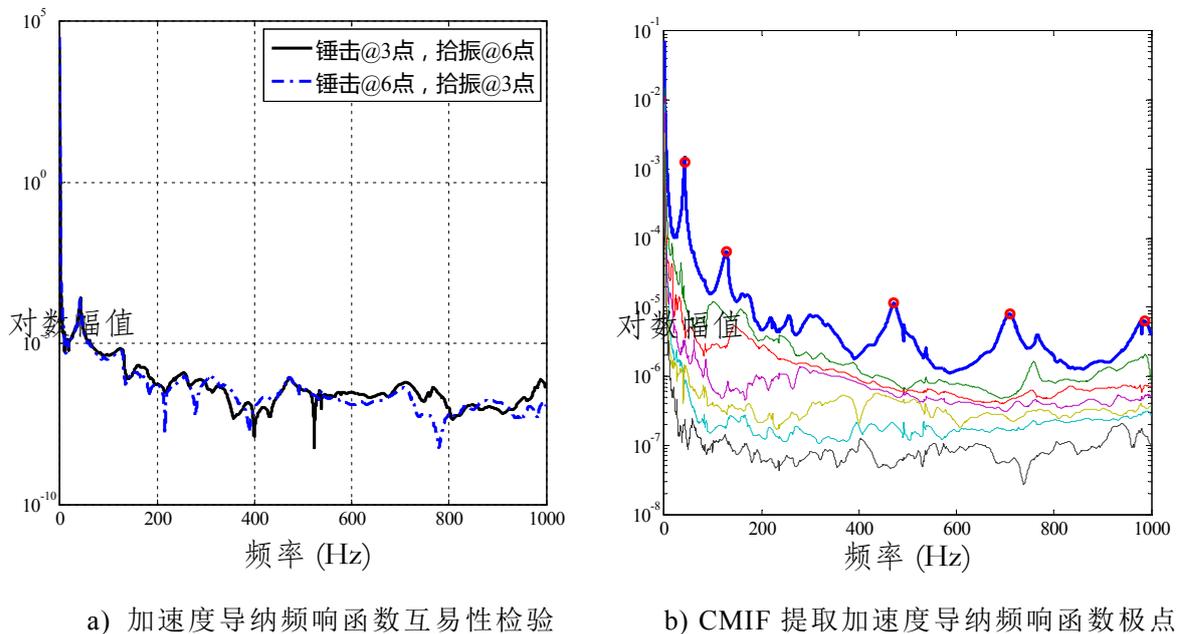


图 3.10 加速度导纳频响函数

由于试验梁的结构刚度大，脉冲锤击力作用下位移响应的信噪比小。将加速度导纳频响函数在频率内除以 $(j\omega)^2$ ，并与位移导纳频响函数进行比较。图 3.11a) 中位移导纳频响函数的清晰频带宽度为 0~200Hz，此频带宽度内的位移导纳和加速度导纳频响函数 H_{35} 吻合良好，但在接近 0Hz 的位置显示非常大的差异。图 3.11b) 为 CMIF 提取位移导纳的模态极点，只识别出试验梁的前 2 阶模态。

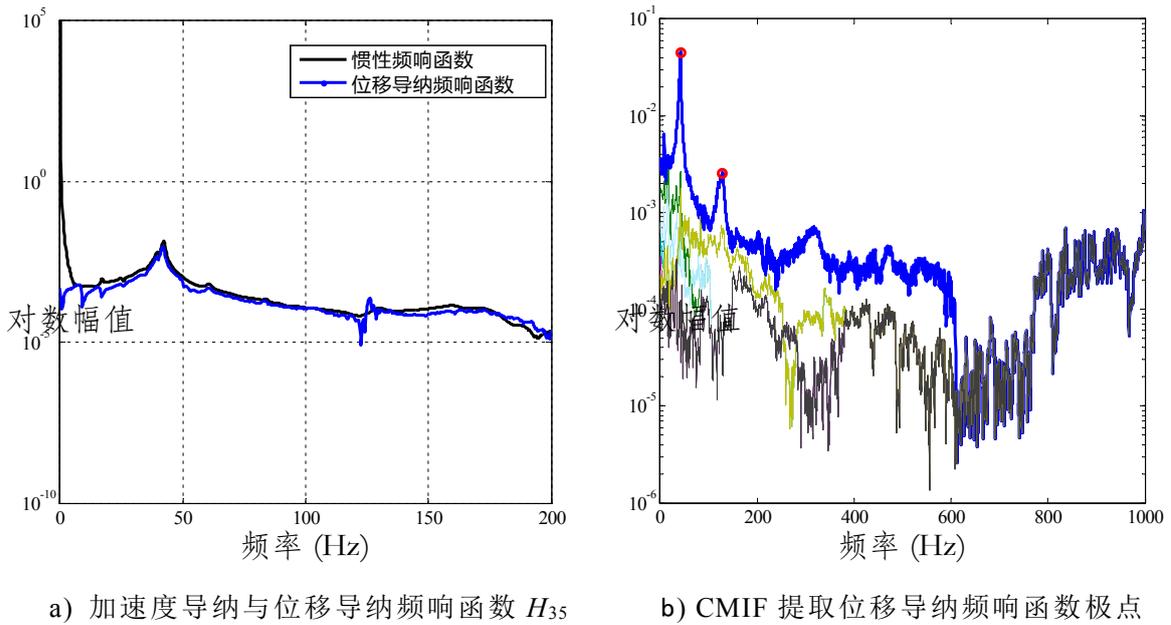


图 3.11 位移导纳频响函数

在应变模态测试中，脉冲锤击力和动应变响应由两个不同的信号采集仪采集，这使得动应变信号和脉冲力信号是非同步的。应变模态分析的第一步是基于信号峰值使输入输出信号相匹配，即脉冲力与动应变一一对应。图 3.12a)为应变模态分析的频响函数互易性检验，由于应变响应是结构局部变化的物理量，结构局部的缺陷使得频响函数出现很多不一致。应变频响函数的互易性比加速度导纳频响函数要差，图 3.12b)为采用 CMIF 方法提取应变模态极点，识别出钢筋混凝土筒支梁的前 4 阶模态。对于测试的钢筋混凝土筒支梁来说，应变响应和加速度响应的频响函数比位移响应的频响函数具有更大的识别性，体现在拥有更宽频带的清晰频响函数和更多个模态极点。

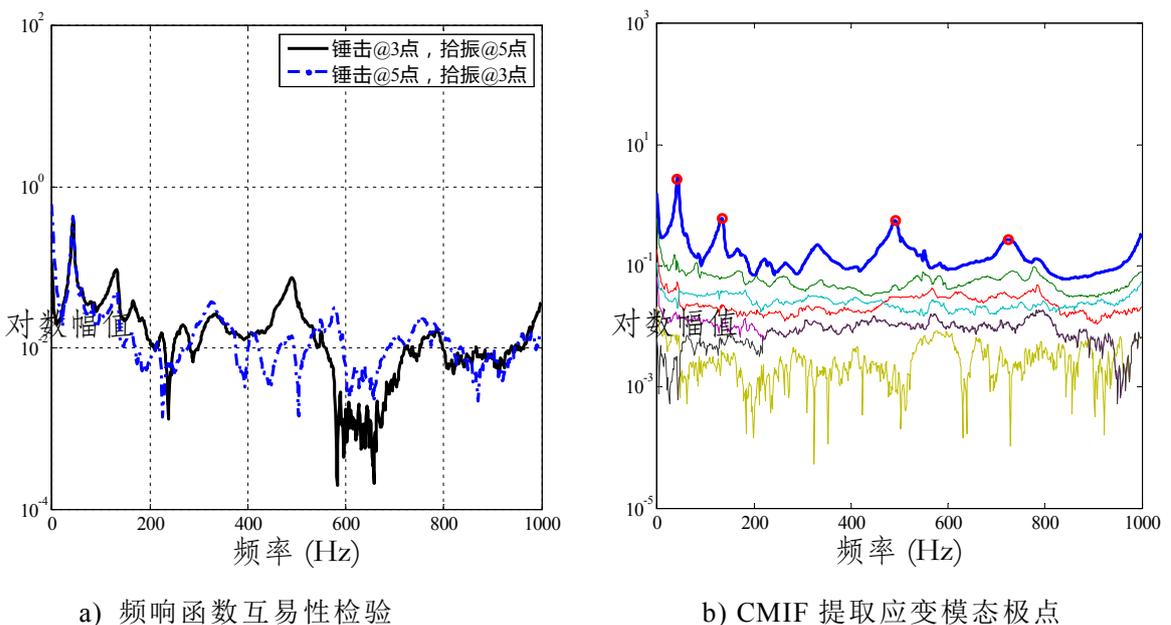


图 3.12 应变模态分析的频响函数

3.1.9 模态参数识别

结构损伤的出现会引起其刚度降低，必然导致频率、振型和阻尼比等模态参数发生变化。自振频率是表征结构动力固有特性的最基本指标，而阻尼比反映结构振动的衰减速度形式，而频率变化率是表征结构损伤出现及严重程度的宏观指标。表 3.3 为利用加速度导纳频响函数识别的频率、频率变化率和阻尼比参数。

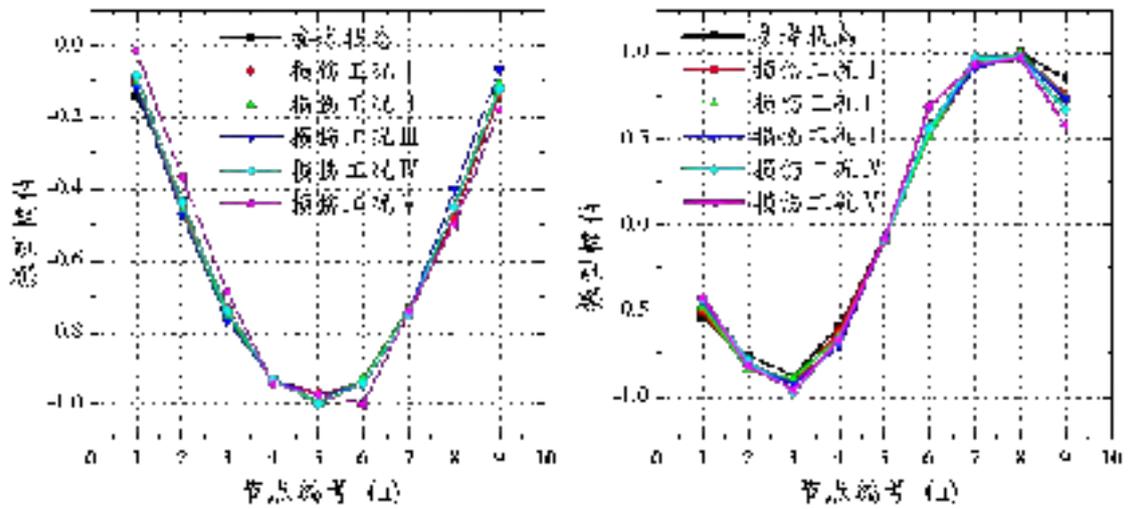
表 3.3 加速度导纳频响函数识别的模态参数

模态参数	参考	损伤	损伤	损伤	损伤	损伤	
	状态	工况 I	工况 II	工况 III	工况 IV	工况 V	
1 阶	频率/Hz	41.57	38.88	36.65	33.50	33.11	31.44
	变化率/%	—	-6.47	-11.80	-19.40	-20.40	-24.40
	阻尼比/%	2.20	3.52	3.61	3.67	4.15	5.26
2 阶	频率/Hz	127.50	129.50	128.20	118.40	115.60	112.80
	变化率/%	—	+1.57	+0.55	-7.41	-9.33	-11.50
	阻尼比/%	3.19	2.80	2.62	3.95	3.95	4.89
3 阶	频率/Hz	472.70	469.90	458.30	413.70	406.30	382.60
	变化率/%	—	-0.59	-3.05	-12.5	-14.00	-19.10
	阻尼比/%	1.78	1.41	2.36	1.41	1.66	3.19
4 阶	频率/Hz	708.80	689.70	668.40	621.30	593.20	532.70
	变化率/%	—	-2.70	-5.70	-12.30	-16.30	-24.80
	阻尼比/%	1.66	2.46	2.38	2.42	2.50	3.41
5 阶	频率/Hz	985.40	957.60	934.60	875.00	850.70	735.20
	变化率/%	—	-2.82	-5.16	-11.20	-13.70	-25.40
	阻尼比/%	1.01	1.68	1.97	2.47	2.58	5.61

从整体上来看，随着损伤程度的加深，钢筋混凝土简支梁的自振频率逐渐减小，阻尼比持续增加，但第 2 阶模态的前 2 个损伤工况的自振频率反而增大。试验简支梁的损伤位置和第 2 阶振型节点重合，且损伤位置处的振型幅值较小，损伤不能得到明显识别。低阶模态比高阶模态更能反映出钢筋混凝土简支梁的损伤，第 1 阶模态频率随损伤程度依次降低 6.47%、11.8%、19.4%、20.4%和 24.4%，阻尼比分别为 2.20%、3.52%、3.61%、3.67%、4.15%和 5.26%。基于动位移响应识别的位移模态参数结果不太理想，很大程度局限于位移传感器的正确安装和有限宽度的可辨识频带，故仅对参考状态的钢筋混凝土简支梁进行模态试验，获得的前 2 阶模态频率分别为 41.39Hz 和 128.28Hz，阻尼比分别为 2.39%和 3.18%，与加速度响应识别的模态参数很接近。

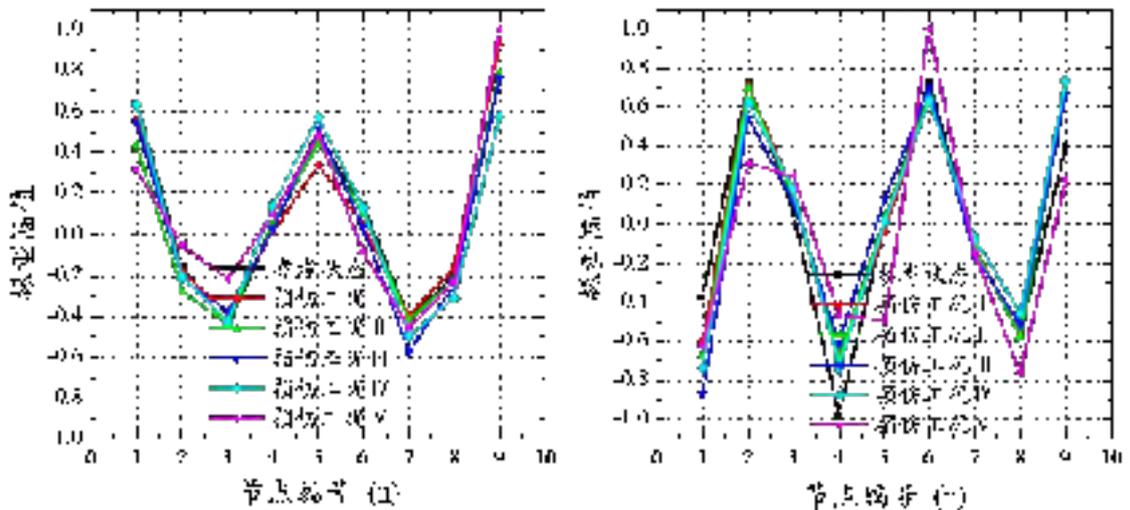
位移模态振型表征结构振动的相对位移幅值变化，图 3.13 为 CMIF 利用加速

度导纳识别的钢筋混凝土简支梁的位移模态振型,并采用最大值归一进行规格化。



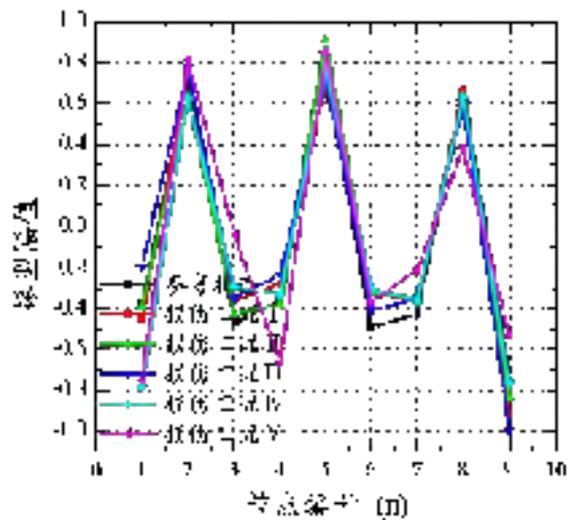
a) 第 1 阶位移模态振型

b) 第 2 阶位移模态振型



c) 第 3 阶位移模态振型

d) 第 4 阶位移模态振型



e) 第 5 阶位移模态振型

图 3.13 钢筋混凝土简支梁的位移模态振型

从图 3.13 中可以看出，试验梁的各损伤工况与参考状态的位移振型变化不明显，表明位移振型对结构损伤不敏感。表 3.4 为应变模态分析识别的自振频率、阻尼比和频率变化率，表 3.5 比较了位移模态分析和应变模态分析的频率。

表 3.4 应变频响函数识别的模态参数

模态参数	参考	损伤	损伤	损伤	损伤	损伤
	状态	工况 I	工况 II	工况 III	工况 IV	工况 V
1 阶 频率/Hz	41.67	39.61	37.41	34.06	33.70	31.99
1 阶 变化率/%	—	-4.94	-10.20	-18.30	-19.10	-23.20
1 阶 阻尼比/%	4.47	4.38	4.75	6.48	6.79	7.08
2 阶 频率/Hz	129.10	130.60	129.90	117.90	116.60	115.60
2 阶 变化率/%	—	+1.16	+0.62	-8.68	-9.68	-10.50
2 阶 阻尼比/%	3.83	3.96	3.00	3.75	5.11	4.80
3 阶 频率/Hz	490.60	480.60	468.80	419.80	410.40	385.20
3 阶 变化率/%	—	-2.04	-4.44	-14.40	-16.30	-21.50
3 阶 阻尼比/%	2.92	2.36	3.08	3.44	3.66	5.22
4 阶 频率/Hz	726.50	706.50	688.00	625.40	604.10	539.90
4 阶 变化率/%	—	-2.74	-5.30	-13.90	-16.80	-25.70
4 阶 阻尼比/%	2.80	3.22	2.32	4.44	5.03	4.33

表 3.5 位移模态分析与应变模态分析比较

分析	模态	位移	应变	相对	分析	模态	位移	应变	相对
工况	频率	模态	模态	误差	工况	频率	模态	模态	误差
参考 状态	1 阶	41.57	41.67	0.24	损伤 工况 III	1 阶	33.50	34.06	1.67
	2 阶	127.50	129.10	1.25		2 阶	118.40	117.90	-0.42
	3 阶	472.70	490.60	3.79		3 阶	413.70	419.80	1.47
	4 阶	708.80	726.50	2.50		4 阶	621.30	625.40	0.66
损伤 工况 I	1 阶	38.88	39.61	1.88	损伤 工况 IV	1 阶	33.11	33.70	1.78
	2 阶	129.50	130.60	0.85		2 阶	115.60	116.60	0.87
	3 阶	469.90	480.60	2.28		3 阶	406.30	410.40	1.01
	4 阶	689.70	706.60	2.45		4 阶	593.20	604.10	1.84
损伤 工况 II	1 阶	36.65	37.41	2.07	损伤 工况 V	1 阶	31.44	31.99	1.75
	2 阶	128.20	129.90	1.33		2 阶	112.80	115.6	2.48
	3 阶	458.30	468.80	2.29		3 阶	382.60	385.20	0.68
	4 阶	668.40	688.00	2.93		4 阶	532.70	539.90	1.35

表 3.4 中应变模态分析的模态参数随损伤工况的整体规律：频率随损伤程度的加深而降低，阻尼比增大。表 3.5 比较的位移模态分析和应变模态分析的自振频率差别不大，最大的相对误差仅为 3.79%。模态频率在一定程度上显示出结构发生损伤，但不足以直观上判断损伤的位置和严重程度。

与位移模态振型相对应，应变模态振型表征结构振动时的相对应变幅值变化。图 3.14 为应变模态分析的钢筋混凝土简支梁前 4 阶应变模态振型。

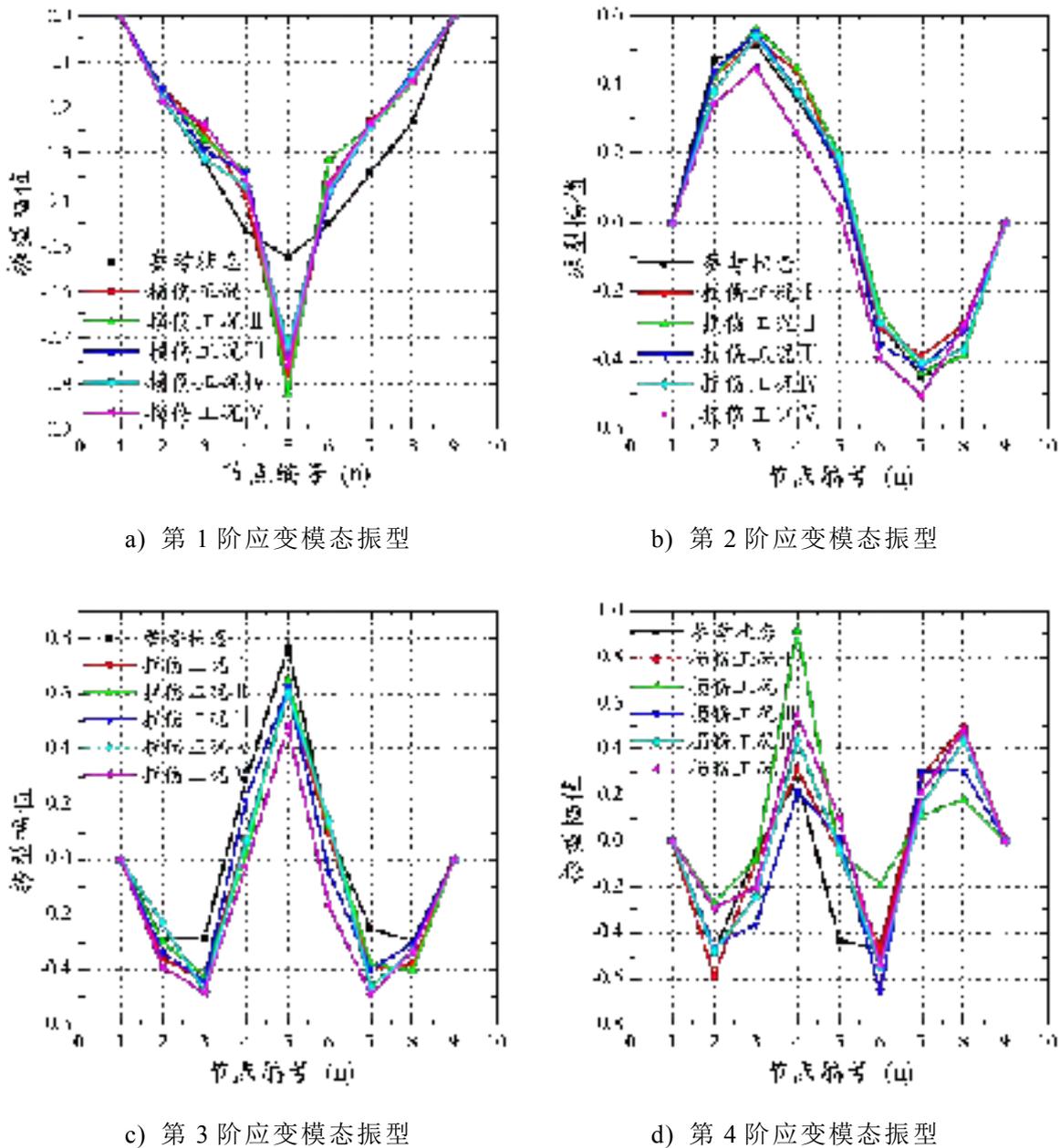


图 3.14 钢筋混凝土简支梁的应变模态振型

从图 3.14 中可以看出，应变模态分析的第 1 阶和第 3 阶应变模态振型对钢筋混凝土简支梁的损伤敏感，其他 2 阶应变模态振型对损伤不敏感，这是由于损伤位置与应变振型节点相重合，这表明应变模态振型比位移模态振型更有效地判定结构损伤的位置。

3.1.10 模态柔度位移与静载位移

多参考点脉冲锤击法模态测试的优点是能从频响函数中直接获取结构的模态质量，进而得到模态柔度。MRIT 识别 N 个自由度结构的模态柔度矩阵是 N 阶方阵，该方阵乘以某一形式的荷载列向量，就能得到结构的模态柔度位移，若外荷载作用点与模态测试响应点不在同一位置，则需基于静力等效原理分配成相应的节点荷载。图 3.15 比较了 6 个分析工况的钢筋混凝土简支梁的模态柔度位移，在第 4 点和第 6 点分别施加 10kN 荷载，结果显示模态柔度位移随着损伤工况的逐步累积而增大，这表明模态柔度对钢筋混凝土简支梁的损伤识别非常敏感。

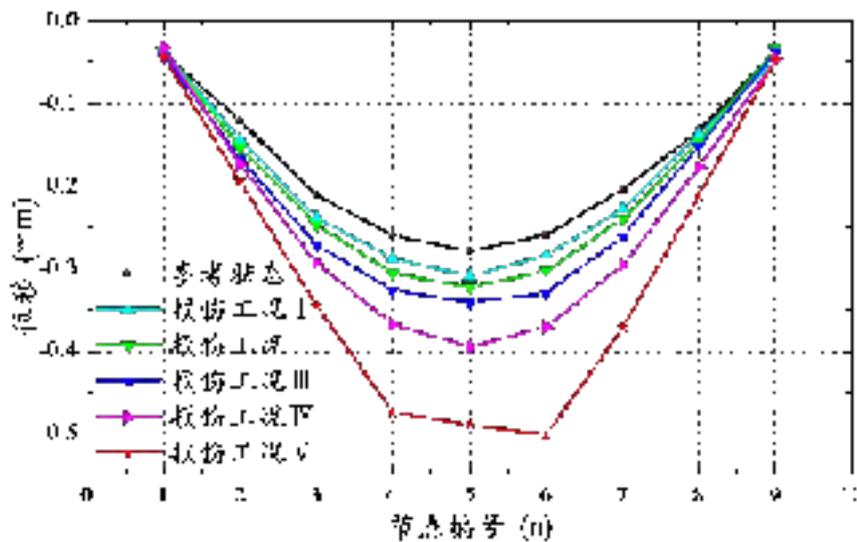


图 3.15 钢筋混凝土简支梁的模态柔度位移比较

Allbright^[82]对预应力钢筋混凝土梁的模态柔度矩阵和静力柔度矩阵进行比较，为静、动力试验数据构建一座的联系“桥梁”。图 3.16 对钢筋混凝土简支梁的静载位移与动力变形进行比较。静载位移是通过测量各测点位移来获取结构整体挠曲变形。表 3.6 给出了 6 个分析工况的对应荷载、试验梁跨中的静载位移和模态柔度位移及误差。图表反映出线弹性范围内静载位移和模态柔度位移吻合良好，误差均在 5%左右，后 3 个损伤工况的静载位移与模态柔度位移的误差较大，最大的误差接近 35%。

表 3.6 模态柔度位移与静载位移比较

分析 工况	参考 状态	损伤 工况 I	损伤 工况 II	损伤 工况 III	损伤 工况 IV	损伤 工况 V
荷载/kN	2.00	3.50	6.00	13.50	24.00	30.00
静载位移/mm	0.37	0.79	1.33	4.61	9.71	12.35
模态柔度位移/mm	0.35	0.75	1.28	3.11	6.32	9.84
相对误差/%	5.41	5.06	3.76	32.54	34.91	20.32

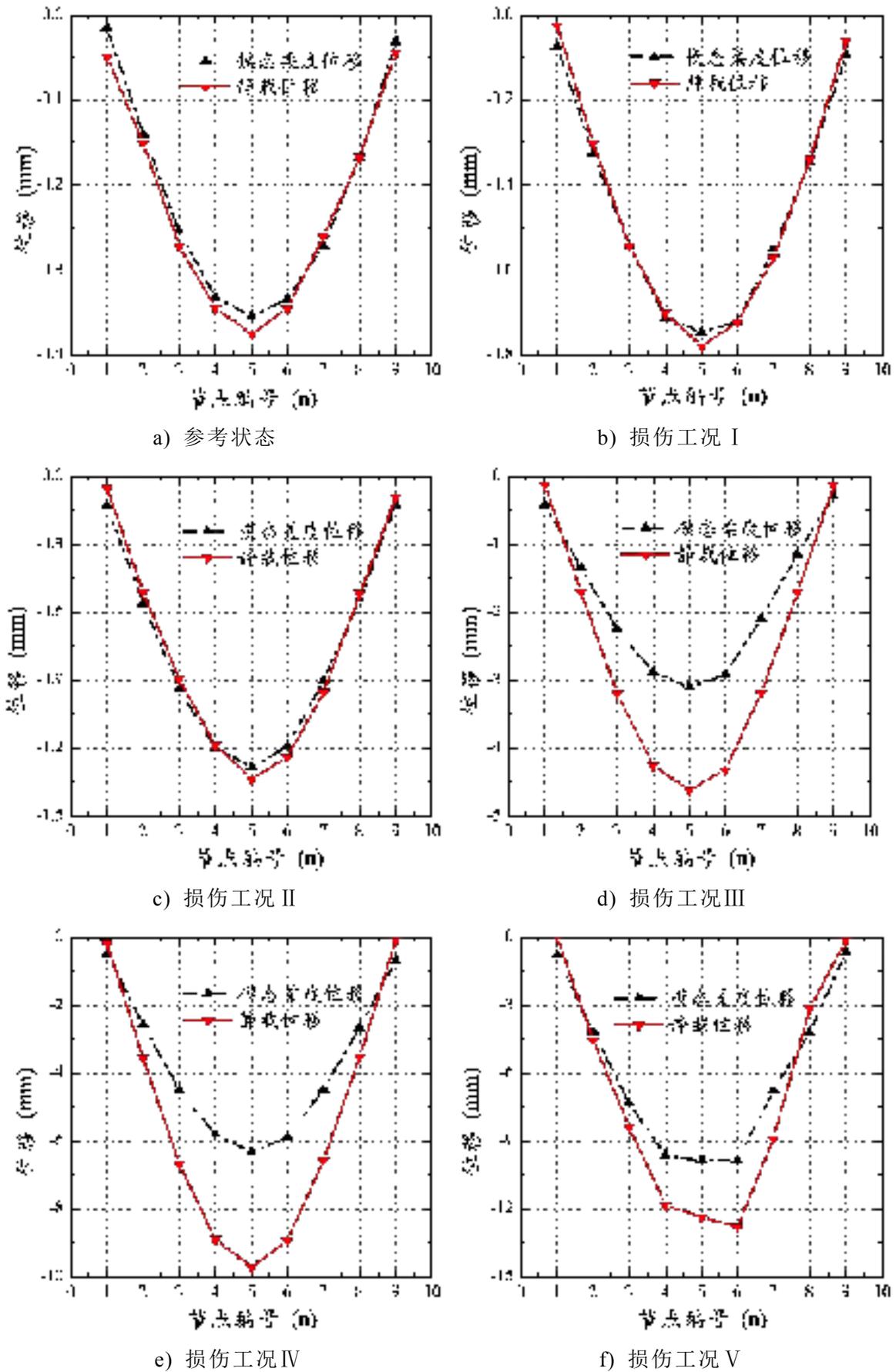


图 3.16 模态柔度位移与静载位移的比较

钢筋混凝土简支梁静载位移与模态柔度位移的误差来源于以下几方面：对模

态柔度位移来说，环境噪声干扰、频响函数估计、模态峰值提取和模态拟合会引入一小部分的误差。静载试验中位移计的安装位置和人工读数引起测试挠度的误差，特别是试验梁的新裂缝出现时，混凝土的非线性会造成荷载的小幅下滑，而百分表是由人工读取的，这使得荷载与位移不同步，特别是对于图 3.16 中后三个损伤工况来说，这一部分误差是不容忽视的。

静载位移与模态柔度位移处于不同受力状态才是最重要的误差因素，图 3.17 直观阐释钢筋混凝土简支梁的模态柔度位移和静载位移的受力状态。图 3.16 中静载位移是指钢筋混凝土简支梁每一个损伤工况的峰值点位移，其倒数为前一个损伤工况起点和峰值点的割线斜率；而模态柔度位移是对损伤简支梁按线弹性分析得到，其倒数为后一个损伤工况的起点切线斜率。图中所示的切线斜率大于割线斜率，所以对应的模态柔度位移小于静载位移。

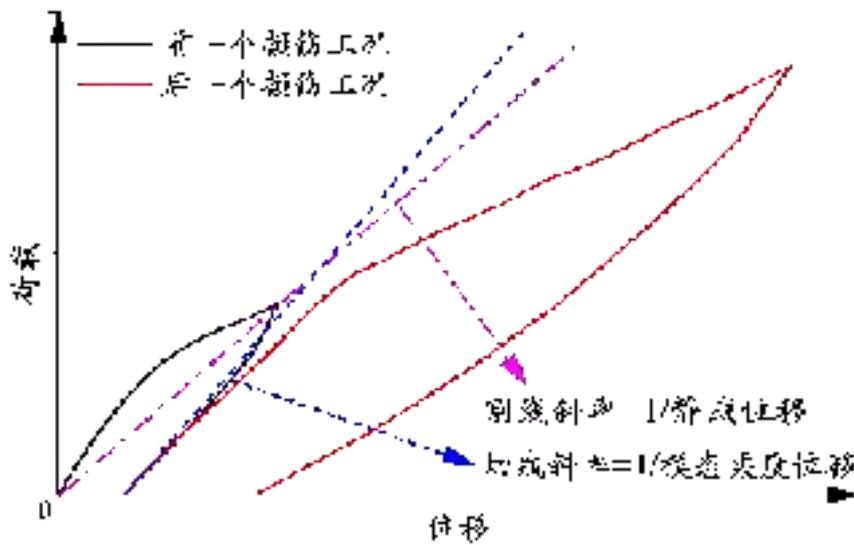


图 3.17 模态柔度位移与静载位移的对应关系

1.14 有限元模型修正

3.1.11 基于 Strand7 API-Matlab 交互访问的模型修正理论

Strand7^[83]是澳大利亚开发的大型通用有限元仿真软件，拥有强大的建模工具和丰富的分析方法，具有与 SAP2000 和 ANSYS 相同的计算功能和精度，曾被用来进行国家游泳中心“水立方”有限元分析。Strand7 软件的独创性优点是拥有与应用程序交互访问的接口——Application Programe Interface (API)，为用户进行各种交互式的探索性研究提供便利。Strand7 API 中定义了描述物理参数和分析参数的各种内部函数，这些内部函数允许通过 Matlab 编程修改模型参数、执行分析类型以及保存和导出结构反应，从而轻易地实现 Strand7 和 Matlab 的交互访问。

模型修正是模型与试验相匹配的过程，通过搜索模型参数的最优值使得预测

值和试验值的差值目标函数最小化。Friswell 等^[84]在其经典模型修正著作中总结了振动测试的模型修正方法。图 3.18 为本文基于 Strand7 API-Matlab 的模型修正流程图，模型修正中目标函数指标可以是静力数据，也可以为模态数据。本章基于更能反映结构整体性的模态参数来定义目标函数。

$$obj(x) = \frac{1}{2} \left\| \frac{f_i}{1 - MAC_i} \right\|_2^2 \quad (3.3)$$

$$f_i = \frac{f_E^i - f_A^i}{f_E^i} \quad (3.4)$$

$$MAC_i = \frac{(\varphi_{Ai}^T \varphi_{Ei})^2}{(\varphi_{Ai}^T \varphi_{Ai})(\varphi_{Ei}^T \varphi_{Ei})} \quad (3.5)$$

式中， obj 为定义的目标函数， x 为修正变量， f 为自振频率， φ 为振型向量， MAC 为模态置信因子，下标 E 为试验值，下标 A 为预测值。本章综合 Matlab 编程和 Strand7 有限元模态分析，基于 Matlab 自带的最小二乘优化算法(Isqnonlin)进行参数修正，目标函数作为有限元模型迭代与收敛的判断标准。

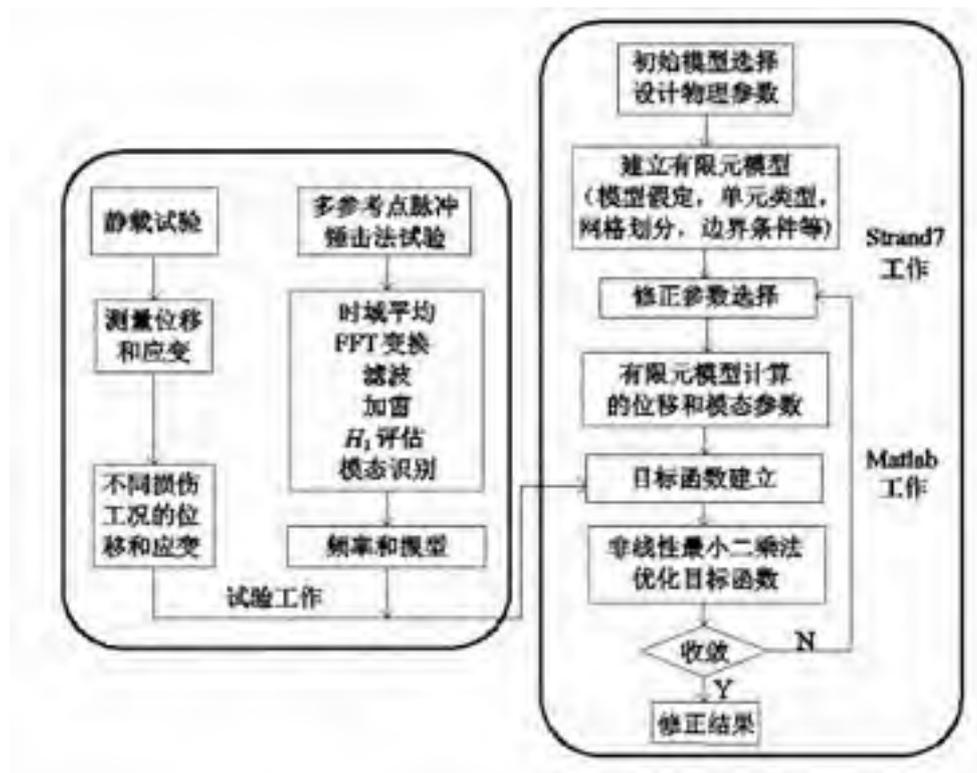


图 3.18 基于 Strand7 API-Matlab 的模型修正流程图

3.1.12 钢筋混凝土筒支梁的有限元建模

建立与试验数据吻合良好的有限元模型是模型修正的一大难点。有限元建模的简化做法是引入结构模型的一些假定，选择满足收敛精度的结构模型来修正对

模态参数灵敏度高的物理参数。以往研究表明边界条件对结构模态参数影响显著，理想边界的有限元模型往往与试验结果难以匹配，为此易伟建等^[85-86]提出采用弹簧-质量体系模拟刀铰、滚动支撑和钢箱的振动对模态参数的影响。

本章采用整体式建模建立钢筋混凝土简支梁的有限元模型，即将钢筋和混凝土视作一种连续均匀材料，避免了分离式建模中对各种复杂因素的考虑。利用 Strand7 软件的梁单元模拟梁体本身，并划分成 34 个单元，钢筋混凝土等效弹性模量取 $3.45 \times 10^4 \text{MPa}$ ，混凝土泊松比取 0.2，钢筋混凝土密度取 2450kg/m^3 。为了建立与钢筋混凝土简支梁参考状态的试验模态参数一致的有限元模型，本文尝试建立了图 3.19 所示的钢筋混凝土简支梁模型。这 3 种模型的差异主要体现在边界条件的表达：模型 1 为固定铰和滚动铰的理想支撑边界；模型 2 采用 $H/2$ 的刚臂单元来近似模拟简支梁中轴线与支撑点的相互作用；模型 3 采用 $H/2$ 的弹簧-阻尼单元模拟，其侧向刚度定义一个无穷大值，而弹簧轴向刚度则是通过人工手动调整得到。表 3.7 给出了 3 种模型的模态参数计算值，结果显示模型 1 和模型 2 与试验模态参数的误差很大，而模型 3 与试验结果吻合良好，自振频率相对误差在 2% 以内，MAC 值达 90% 以上，该模型被选为钢筋混凝土简支梁参考状态的基准模型。

表 3.7 3 种模型的模态参数计算结果

	模态参数	试验模型	模型 1	模型 2	模型 3
1 阶	频率/Hz	41.57	40.38	42.87	40.83
	相对误差/%	—	-2.86	3.13	-1.78
	MAC 值	—	0.99	0.99	1.00
2 阶	频率/Hz	127.51	157.20	151.82	128.46
	相对误差/%	—	23.28	19.07	0.75
	MAC 值	—	0.76	0.74	0.98
3 阶	频率/Hz	472.71	339.02	385.13	469.04
	相对误差/%	—	-28.28	-18.53	-0.78
	MAC 值	—	0.33	0.34	0.98
4 阶	频率/Hz	708.75	570.89	598.02	708.85
	相对误差/%	—	-19.45	-15.62	0.01
	MAC 值	—	0.85	0.83	0.90
5 阶	频率/Hz	985.42	837.82	929.89	988.19
	相对误差/%	—	-14.98	-5.64	0.28
	MAC 值	—	0.76	0.75	0.97

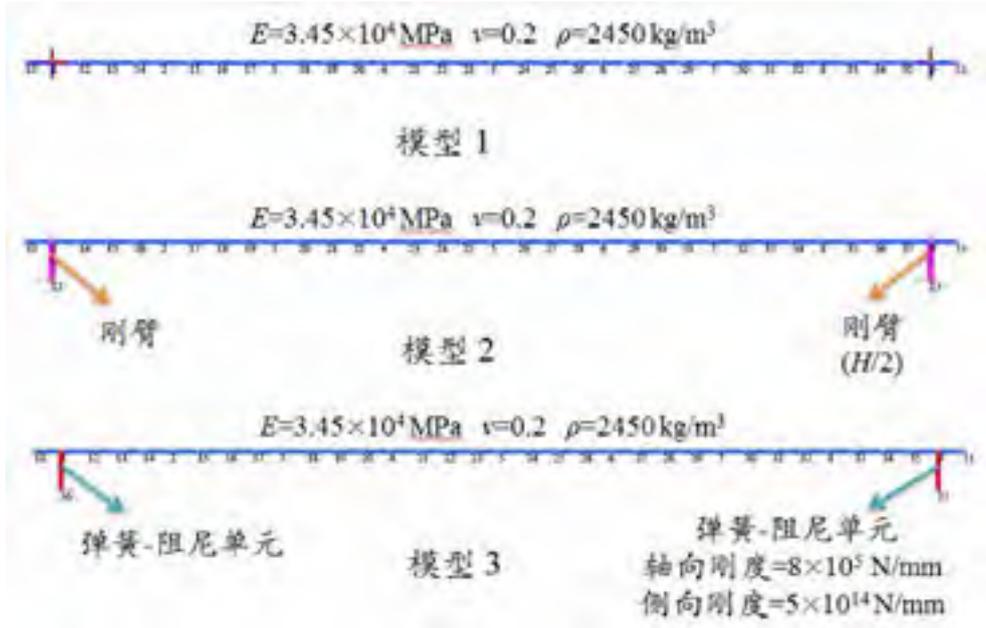


图 3.19 钢筋混凝土筒支梁的 3 种有限元模型

3.1.13 损伤工况参数识别

任伟新^[48]针对钢筋混凝土筒支梁静力对称加载引起的损伤，提出了基于截面弯矩的刚度梯形退化模式。结构损伤的出现必然引起单元刚度下降，定义一个表征损伤程度的单元刚度损伤指标 Δa_e ，

$$\Delta a_e = \frac{k_e - \tilde{k}_e}{k_e} \quad (3.6)$$

式中， k_e 和 \tilde{k}_e 分别表示单元 e 损伤前和损伤后的弯曲刚度。

本节对钢筋混凝土筒支梁的各损伤工况进行参数识别研究。将模型 3 作为参考状态试验梁的修正模型，假定钢筋混凝土筒支梁损伤工况的边界条件不再变化，并理想认为混凝土开裂后截面惯性矩不变，故只修正混凝土的弹性模量。试验梁被划为 8 个分区，每个分区单元具有同一物理参数。模型校验定义的钢筋混凝土筒支梁 9 个节点刚度损伤函数^[48]为，

$$\Delta a_i = \begin{cases} \frac{\alpha}{3} i & 0 \leq i \leq 3 \\ \alpha & 3 \leq i \leq 6 \\ \frac{\alpha}{3} (9-i) & 6 \leq i \leq 9 \end{cases} \quad (3.7)$$

α 为筒支梁纯弯段的刚度退化系数，每一分区单元刚度采用相邻节点的平均刚度，这样一个修正参数就全部定义了所有分区单元的刚度，且损伤刚度是相互关联的，使试验梁模型校验更加明确快捷，且这种刚度损伤模式与静力对称加载的裂缝开展模式是一致的。图 3.19 为钢筋混凝土筒支梁模型校验得到的梯形分布刚度退化

曲线，为了更加直观地展示模型校验的准确性，表 3.8 列出了简支梁模型校验后各阶频率试验值、修正值和相对误差以及 MAC 值。

表 3.8 模态识别结果与试验结果比较

模态参数	损伤工况 I		损伤工况 II		损伤工况 III		损伤工况 IV		损伤工况 V		
	试验	修正	试验	修正	试验	修正	试验	修正	试验	修正	
1 阶	频率/Hz	38.9	39.0	36.7	37.0	33.5	33.9	33.1	33.2	31.4	31.2
	误差/%	—	0.26	—	0.82	—	1.19	—	0.30	—	-0.64
	MAC	—	1.00	—	1.00	—	0.95	—	1.00	—	0.99
2 阶	频率/Hz	129.5	126.0	128.2	123.1	118.4	118.4	115.6	117.3	112.8	113.9
	误差/%	—	-2.70	—	-3.98	—	0	—	1.47	—	0.98
	MAC	—	0.99	—	0.99	—	0.98	—	0.99	—	0.99
3 阶	频率/Hz	469.9	452.4	458.3	434.3	413.7	408.4	406.3	403.1	382.6	386.4
	误差/%	—	-3.72	—	-5.23	—	-1.28	—	-0.79	—	0.99
	MAC	—	0.91	—	0.91	—	0.89	—	0.98	—	0.81
4 阶	频率/Hz	689.7	682.4	668.4	653.4	621.3	611.8	593.2	603.2	532.7	575.9
	误差/%	—	-1.06	—	-2.24	—	-1.53	—	1.68	—	8.10
	MAC	—	0.99	—	0.99	—	0.90	—	0.97	—	0.75
5 阶	频率/Hz	957.6	951.0	934.6	909.6	875.0	851.4	850.7	839.3	735.2	800.5
	误差/%	—	-0.69	—	-2.67	—	-2.70	—	-1.34	—	8.88
	MAC	—	0.95	—	0.95	—	0.87	—	0.96	—	0.93
α	12%		24%		40%		43%		52%		

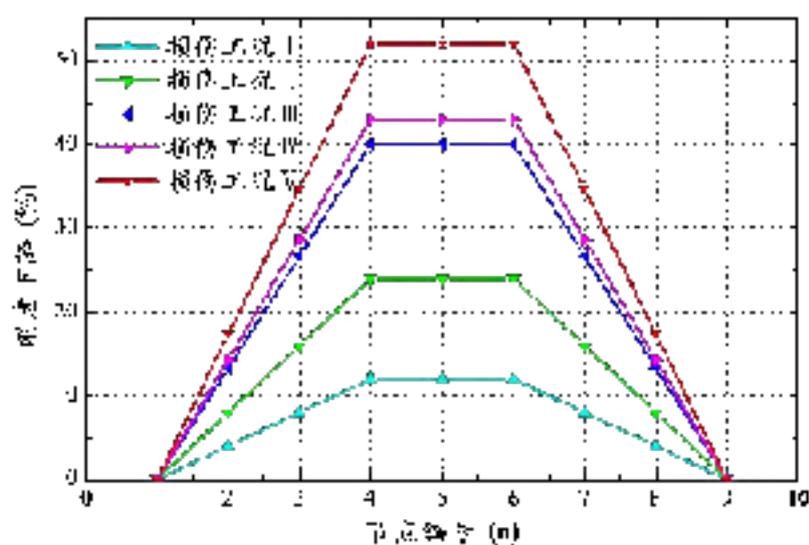


图 3.20 钢筋混凝土简支梁的刚度退化曲线

从表 3.8 中可以看出，钢筋混凝土简支梁各损伤工况的试验-模型匹配良好，各阶模态的自振频率误差在 5% 以内，模态振型 MAC 值都高于 80%，但损伤工况

V 的第 4、5 阶模态除外，这是钢筋混凝土简支梁临近破坏时的变形过大引起的误差。图 3.20 反映出钢筋混凝土简支梁开裂状态的刚度退化为 12%，损伤工况 V 的刚度退化已超过 50%。

1.15 本章小结

本章进行钢筋混凝土简支梁的静动力试验和单模型结构识别。静载试验产生随加载持续损伤的试验梁，而多参考点脉冲锤击法模态试验获取损伤工况试验梁的加速度、动位移和动应变响应。对实测动力信号进行试验模态分析并基于 CMIF 方法提取各损伤工况对应的模态参数，研究结果表明自振频率随损伤程度的加深逐渐降低，阻尼比增大，但自振频率只能判断结构损伤的出现，且应变振型比位移振型更能敏感地识别损伤位置，模态柔度能够综合全面地反映钢筋混凝土简支梁结构的损伤位置和损伤程度。其次对钢筋混凝土简支梁的静载位移和模态柔度位移进行比较，静载位移和模态柔度位移随损伤程度的加深显示出较大的误差，这是混凝土非线性导致两者处于不同的受力状态。最后基于 Strand7 API-Matlab 交互访问对钢筋混凝土简支梁进行模型校验。三种不同边界条件的对比建模研究表明弹簧-阻尼单元边界与实测结果吻合良好，并将此模型作为试验梁参考状态的基准模型。依据静力对称加载的裂缝模式，定义与简支梁弯矩相一致的节点损伤模式，获得了简支梁各损伤工况的刚度梯形退化曲线，结果表明开裂时刚度下降 12%，最大损伤工况的刚度下降为 52%。

第 4 章 基于多模型的 RC 连续梁损伤识别

1.16 引言

模型修正旨在通过匹配响应预测值和观测值来确定结构所处状态及物理参数。传统单模型结构识别是基于一个有限元模型去修正对结构特性敏感的物理参数，其关键在于初始有限元模型是否能真实反映出结构的性能。如果结构模型一开始就不正确，那么再精准的参数识别也毫无意义；即使结构模型基本正确，各种误差的存在及其相互补偿也可能导致识别出与结构真实反应相差悬殊的错误模型。本章基于传统单模型结构识别的局限性，在综合分析结构识别各类误差的基础上，提出 5 步骤的多模型结构识别方法，并运用多模型方法对钢筋混凝土连续梁进行损伤识别。

1.17 多模型结构识别理论

4.1.1 结构识别可靠性

结构识别可靠性是指识别的候选模型匹配实际模型的可能性或概率表示，以往文献很少涉及结构识别可靠性的概念。当大量模型在同一测点处的预测响应值相同时，识别的模型参数被认为不可靠。单模型结构识别是基于搜索合适的参数值，使得预测值和试验值的差值目标函数最小化，上述思想是建立在“只有一个模型参数值能够最大程度地匹配试验结果”的假定基础上。然而这一假定是有缺陷的，很多误差因素制约着结构识别的准确性。

4.1.2 误差理论

结构识别本质上属于系统识别的范畴，大量误差的存在可能导致对结构反应的不确定性低估，进而影响结构识别的可靠性。一个存在的事实是机械工业设备的结构识别可靠性较高而大型土木建筑的结构识别可靠性较差，最主要的原因是各种误差的存在以及相互补偿抵消。

结构识别中误差^[31]分为模型误差和测量误差两大类。测量误差 e_{meas} 是试验观测值与真实值之间的误差，试验测试中的不确定性有传感器安装和测量精度、数据采集分辨率、测量重复误差以及环境噪声。如果用 x_r 表示某一响应的真实值， x_{meas} 表示响应的试验观测值，

$$x_r = x_{meas} + e_{meas} \quad (4.1)$$

模型误差 e_{mod} 是预测模型与真实模型之间的误差，主要包括三个来源： e_1 为

数学模型与真实模型之间的误差, e_2 为数学模型偏微分方程的数值求解误差, e_3 是数值仿真中错误假定引起的误差。 e_3 又可进一步分成两部分, 有限元模型假定误差 e_{3a} (边界条件简化), 和错误物理参数误差 e_{3b} (弹性模量取值)。若 x_c 表示响应的有限元预测值,

$$x_r = x_c + e_1 + e_2 + e_{3a} + e_{3b} \quad (4.2)$$

传统单模型结构识别只修正模型误差 e_{3b} 控制的物理参数, 却没有考虑其他模型误差的影响, 这只能存在于精细实验室结构试验中。而理想的模型修正是使 x_{meas} 和 x_c 之间的绝对差值最小, 用余量 r 表示 x_{meas} 和 x_c 的差值,

$$r = |x_{meas} - x_c| = |e_1 + e_2 + e_3 - e_{meas}| \quad (4.3)$$

这样, 变量 $|e_1 + e_2 + e_3 - e_{meas}|$ 替代误差 e_{3b} 作为模型修正的最小化指标。

4.1.3 误差补偿

上述各种误差实际上相互融合、彼此渗透, 难以将它们一一分开, 但区分这些误差对理解误差补偿具有重要意义。误差补偿是各种误差对结构识别的影响相互抵消, 从而使上式(4.3)的余量变小, 其可能后果是识别出错误的物理参数。即使精确的试验测量和数值分析使 e_1 、 e_2 和 e_{meas} 小到可以忽略不计, 错误的边界条件简化和物理参数也可能使模型误差 e_3 自补偿。单模型结构识别由于模型误差和测量误差的同时存在, 精确的模型修正反而会造成余量 r 的增大, 参数修正值可能偏离其真实值。Rebert-Nicoud 等^[33]曾用一个悬臂梁实例来论述误差补偿对结构识别的影响, 通过比较理想的固定端模型与真实的端部带转动铰模型, 结果表明边界条件的非正确模拟造成弹性模量的错误估计。

4.1.4 多模型结构识别方法

在综合分析各类误差和认识到传统单模型方法局限性的前提下, 本章研究了多模型结构识别方法。多模型结构识别建立在全面分析结构的模型误差和测量误差的基础上, 依据概率统计的基本思想, 利用一群有限元模型来预测结构的反应。它不是简单地为了寻找最优化模型, 其研究重点在于如何从众多的待选模型中, 挑选出最符合结构真实反应特性的模型簇。多模型方法在理论本质上已经区别于单模型方法, 单模型方法是确定性表达的逆问题求解, 而多模型结构识别是概率性表示的正问题分析。多模型结构识别能够预测结构反应的可能区间范围, 有利于提高结构识别的可靠性。

在充分理解多模型结构识别思想的前提下, 本章提出了多模型结构识别的 5 个关键步骤: (1) 基于模型不确定性构建模型碎片库; (2) 基于 Matlab 与 Strand7 交互的多模型建模; (3) 基于灵敏度分析的模型碎片筛选; (4) 基于最大熵原理的传感器最优布设; (5) 基于界限阈值的多模型甄选。这 5 个步骤是依据建模-分析-抉择的研究路线确定, 彼此之间是相互关联、层层递进。为了更加清晰地阐述上述多

模型结构识别研究，本章设计了一根钢筋混凝土不等跨连续梁的静动力试验。相对简支梁来说，两跨连续梁结构有利于多模型建模分析。该试验设计参照了 Robert^[32]的连续木梁模型，但 Robert 仅基于静力位移数据进行多模型识别，本章将分别运用静力位移和模态频率进行多模型结构识别研究。

1.18 钢筋混凝土连续梁试验

本试验在湖南大学结构实验室进行，钢筋混凝土连续梁的结构布置如图 4.1 所示，长短跨跨度比为 1:2，试验梁总长 6.8m，截面尺寸 180mm×350mm，C40 混凝土，保护层厚度为 30mm，按钢筋混凝土密度 $\rho=2450\text{kg/m}^3$ 考虑，试验梁自重为 1.05t。连续梁截面对称配置 3 Φ 12 纵筋，以抵抗中间支座顶部和长短跨中底部截面受拉，其截面配筋率为 1.91%。试验梁两侧的箍筋形式为 Φ 8@150，中间支座附近加密区箍筋间距为 100mm。距梁端 1.4m 的位置对称布置 Φ 8 吊环，确保吊装最大弯矩小于混凝土开裂弯矩，以避免试件吊装时出现开裂。

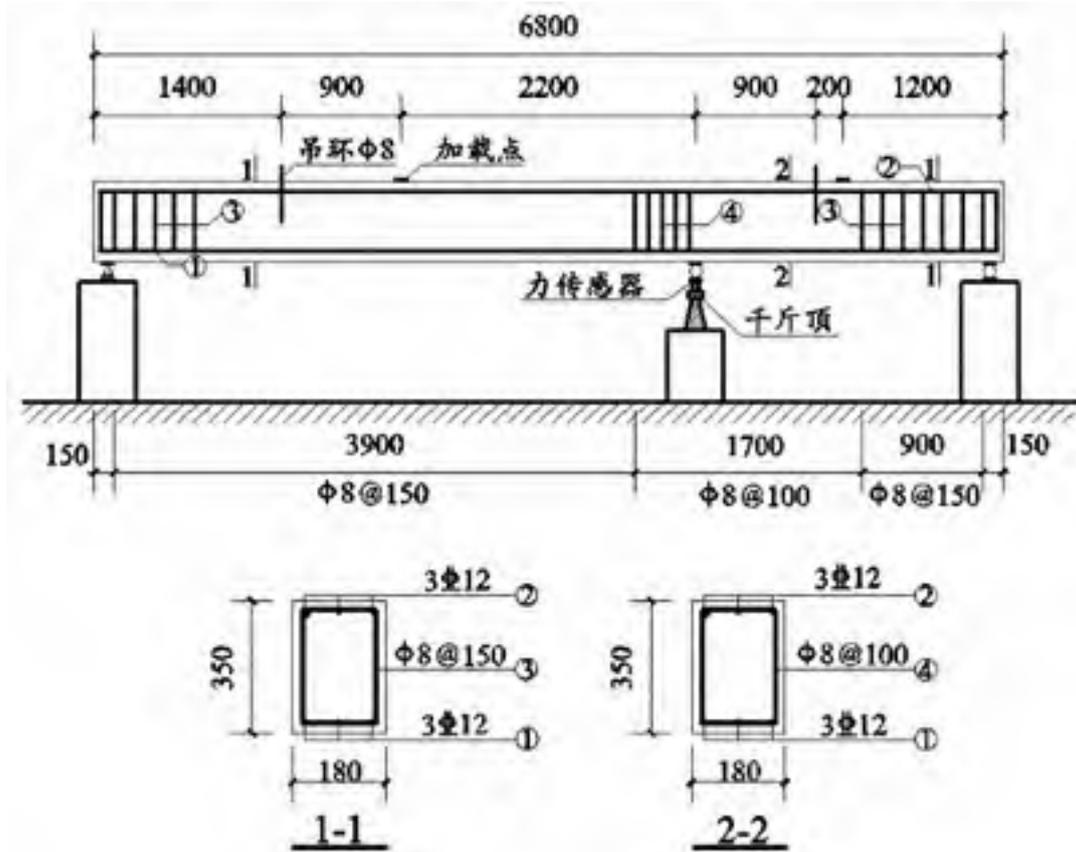
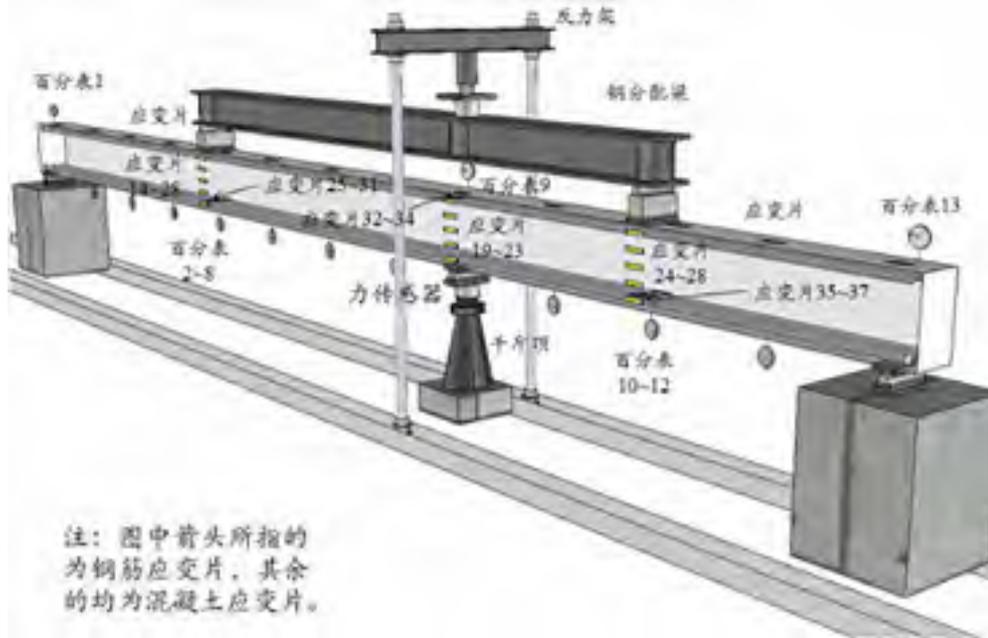


图 4.1 钢筋混凝土连续梁的结构布置 (单位: mm)

4.1.5 静载试验

与钢筋混凝土简支梁相类似，连续梁通过分级静力加载制造损伤工况。图 4.2 为钢筋混凝土连续梁静力加载的测点布置和试验照片，试验梁两端通过固定铰和滚动铰支承在钢墩上，且两端悬臂长 100mm。中间支座通过调节千斤顶将滚动铰

支撑在试验梁底部，通过控制压力传感器的反力来实现连续梁结构的准确定位。



a) 位移和应变测点布置



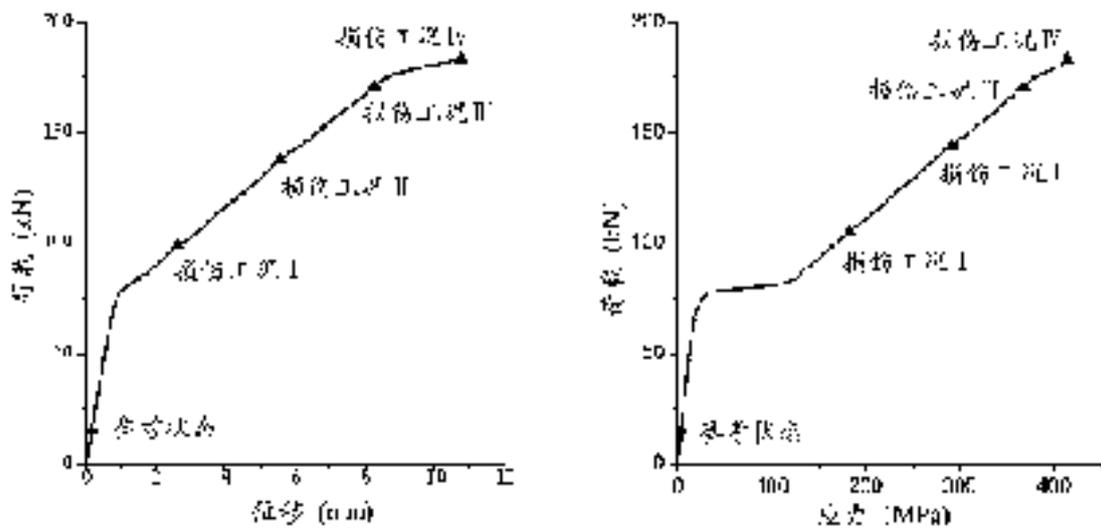
b) 静力加载照片

图 4.2 钢筋混凝土连续梁的静载试验

试验梁的挠曲变形为 13 个纵向均匀布置百分表的测试位移，37 个应变片用来测量连续梁的混凝土和钢筋应变，1#~13#混凝土应变片均匀布置在试验梁顶面，14#~28#应变片测量试验梁长跨跨中、中间支座和短跨跨中 3 个控制截面的沿截面高度上的混凝土应变，29#~37#应变片用来测量 3 个控制截面的钢筋应变。钢筋混凝土连续梁采用不对称加载，压力传感器用来监测机械千斤顶所施加的荷载值，并通过分配梁作用于试验梁长短跨跨中。压力传感器和应变片由 TDS-530 应变仪采集，人工读取百分表位移数值，并记录试验过程中的裂缝出现与开展。

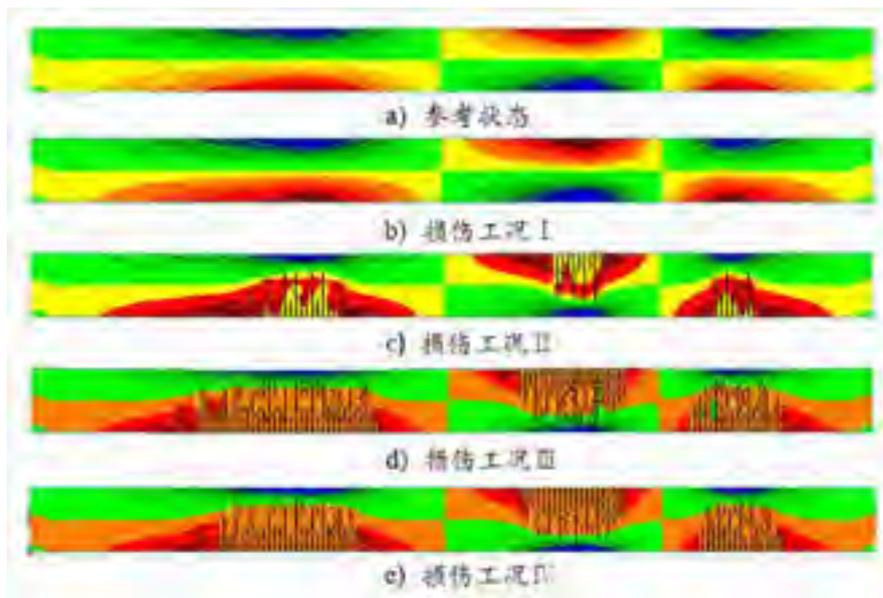
4.1.6 Atena 有限元分析

静载试验开始前，利用 Atena 对钢筋混凝土连续梁进行静力分析。混凝土本构采用 Cervenka J.和 Papanikolaou V.K.提出的断裂塑形模型，钢筋选用双线性强化模型，不考虑钢筋与混凝土的粘结滑移。连续梁划分成 3808 个实体单元，加载控制点位于长短跨跨中，每个荷载步施加 1kN: 2kN，允许的力和位移收敛误差为 5%，并监测连续梁长短跨跨中和中间支座 3 个控制截面的位移和纵筋应力，分析至第 61 步时第一次出现不收敛。图 4.3a)和 4.3b)分别为钢筋混凝土连续梁长跨跨中的挠度和钢筋应力，5 个分析工况的应力云图和裂缝开展见图 4.3c)。参考状态为未开裂的线弹性阶段，损伤工况 I 为钢筋混凝土连续梁的开裂状态，损伤工况 IV 为连续梁的破坏阶段。



a) 长跨跨中位移

b) 长跨跨中纵筋应力



c) 裂缝开展和应力云图

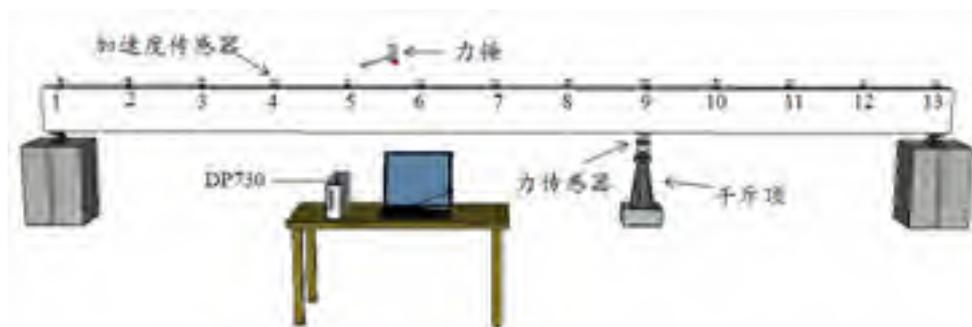
图 4.3 钢筋混凝土连续梁的 Atena 分析结果

4.1.7 多参考点脉冲锤击法模态试验

静载试验为模态试验提供不同损伤工况的研究对象，图 4.4a)为钢筋混凝土连续梁模态试验照片，加速度传感器测点布置见图 4.4b)，利用力锤敲击产生力脉冲激励，并用 13 个加速度传感器拾取加速度信号。为了激发钢筋混凝土连续梁的尽可能多阶模态，选择频响覆盖范围高达 1000Hz 的黑色硬橡胶锤头，输入和输出信号均由 SignalCalc DP730 采集，采样频率设为 4096Hz，采样时长为 2.0s，并设定 0.05s 的提前触发采样以完整捕捉脉冲力信号。选择只锤击钢筋混凝土连续梁中部的 11 个测点，每个测点平均锤击 6 次，且 13 个加速度传感器同时采样。



a) 动力试验照片



b) 加速度传感器测点布置

图 4.4 钢筋混凝土连续梁的模态测试

4.1.8 混凝土和钢筋的材性试验

钢筋混凝土连续梁试件浇注期间，浇捣 3 个边长为 150mm 的立方体标准试块，并与试验梁放在同一环境中养护。混凝土材性试验是为了获取校核模态试验的弹性模量和密度参数，包含称重试验和抗压强度试验。称重试验是采用电子天

平称量标准试块的质量，进而获得混凝土的密度。抗压强度试验是在压力试验机上测定混凝土试块的破坏荷载，如图 4.5a)所示。依据《普通混凝土力学性能试验方法标准》GB/T 50081-2002 的规定，将试件成型顶面与承压面垂直居中对齐，控制均匀加载速率为 12-18kN/s，当试件开始急剧变形时，停止调整试验机油阀，并记录相应的破坏荷载。混凝土抗压按式(4.4)换算成弹性模量，混凝土材性试验数据见表 4.1，

$$E_c = \frac{10^5}{2.2 + 34.7/f_{cu}} \quad (4.4)$$

式中 E_c 为混凝土的弹性模量， f_{cu} 为实测的混凝土抗压强度。



a) 混凝土抗压强度试验

b) 钢筋拉伸试验

图 4.5 钢筋和混凝土材性试验

表 4.1 混凝土材性试验数据

混凝土编号	质量/kg	密度/kg·m ⁻³	破坏荷载/kN	抗压强度/MPa	弹性模量/MPa
Con-1	7.87	2.33×10 ³	981.08	43.60	3.34×10 ⁴
Con-2	7.95	2.35×10 ³	961.06	42.70	3.32×10 ⁴
Con-3	7.98	2.37×10 ³	1044.1	46.40	3.39×10 ⁴
平均值	7.93	2.35×10 ³	995.41	44.20	3.35×10 ⁴

制作钢筋混凝土连续梁试件时预留 3 根长 500mm 的纵向受力钢筋，以测定钢筋的屈服强度和极限强度。根据《金属材料拉伸试验第 1 部分：室温试验方法》GB/T 228.1-2010，钢筋拉伸试验采用楔形夹头夹紧试件端头，并调整试件与夹头对中，确保钢筋试件仅受轴向拉力作用，以减小弯曲对强度的影响，控制加载速率为 1000N/s，表 4.2 为试验测定的钢筋强度结果。

表 4.2 钢筋材性试验数据

钢筋编号	屈服荷载/kN	屈服强度/MPa	极限荷载/kN	极限强度/MPa
HRB400-1	46.83	414.10	67.02	592.60
HRB400-2	47.47	419.70	67.23	594.40
HRB400-3	48.05	424.80	67.43	596.20
平均值	47.45	419.50	67.23	594.40

1.19 试验结果

4.1.9 静载试验的裂缝开展

鉴于钢筋混凝土连续梁的结构布置型式和非对称加载方式，钢筋混凝土连续梁的长短跨中和中间支座 3 个控制截面承受的外荷载弯矩大小大致相同。图 4.6 为钢筋混凝土连续梁静载试验中记录的裂缝开展，钢筋混凝土连续梁的裂缝集中分布于两跨跨中和中间支座，需要指出的是，展开图的上下区域分别为正面裂缝和反面裂缝，中部区域为跨中底面裂缝和中间支座顶部裂缝。钢筋混凝土连续梁的受力过程也分为开裂前、带裂缝工作和钢筋屈服后三个阶段：混凝土开裂为裂缝从无到有的界限状态，表征着混凝土从线弹性状态进入弹塑性状态；带裂缝工作阶段为裂缝的量变累积过程，表现为已有裂缝的不断扩宽以及向上延伸和新裂缝的不断出现；钢筋屈服后阶段为裂缝量变到质变的破坏过程，跨中截面首先出现塑性铰，引起连续梁的内力重分布，最终变成可变机构体系。

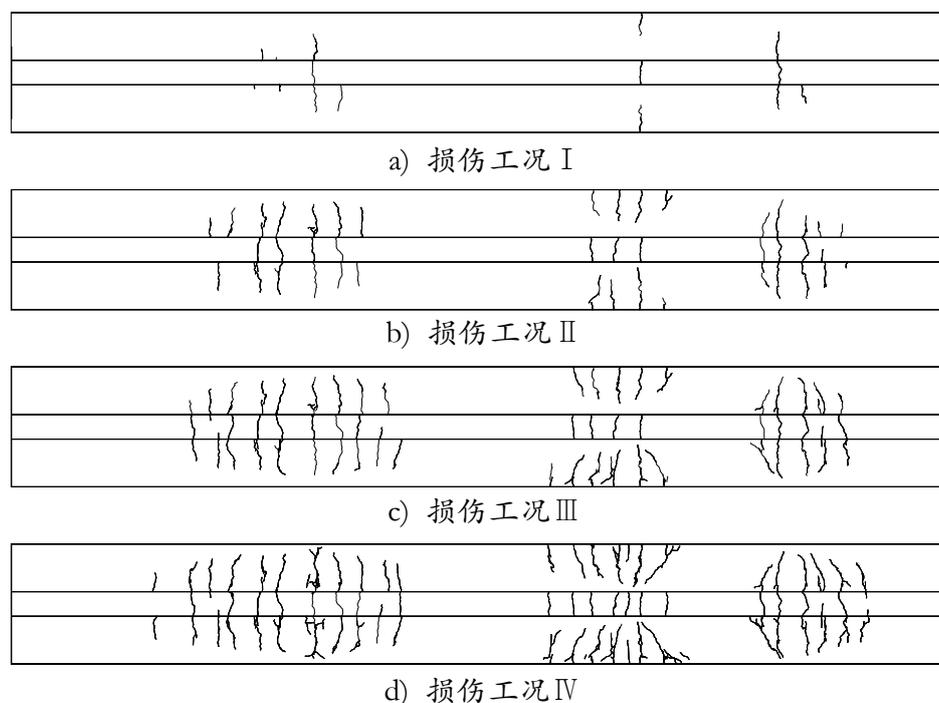


图 4.6 钢筋混凝土连续梁的裂缝开展

4.1.10 荷载-位移曲线

钢筋混凝土连续梁的静载试验分为4次加载过程，对应的荷载步为10kN、10kN、15kN和20kN。图4.7a)~4.7c)分别为钢筋混凝土连续梁4次静力加载历程中的长跨跨中、中间支座和短跨跨中的荷载-位移曲线。由于受到千斤顶刚度的影响，中间支座出现一定程度的挠曲，最大的下降位移为1.5mm，钢筋混凝土连续梁的长跨跨中挠度比短跨跨中要大很多，这是由连续梁的结构形式和加载方式决定的。

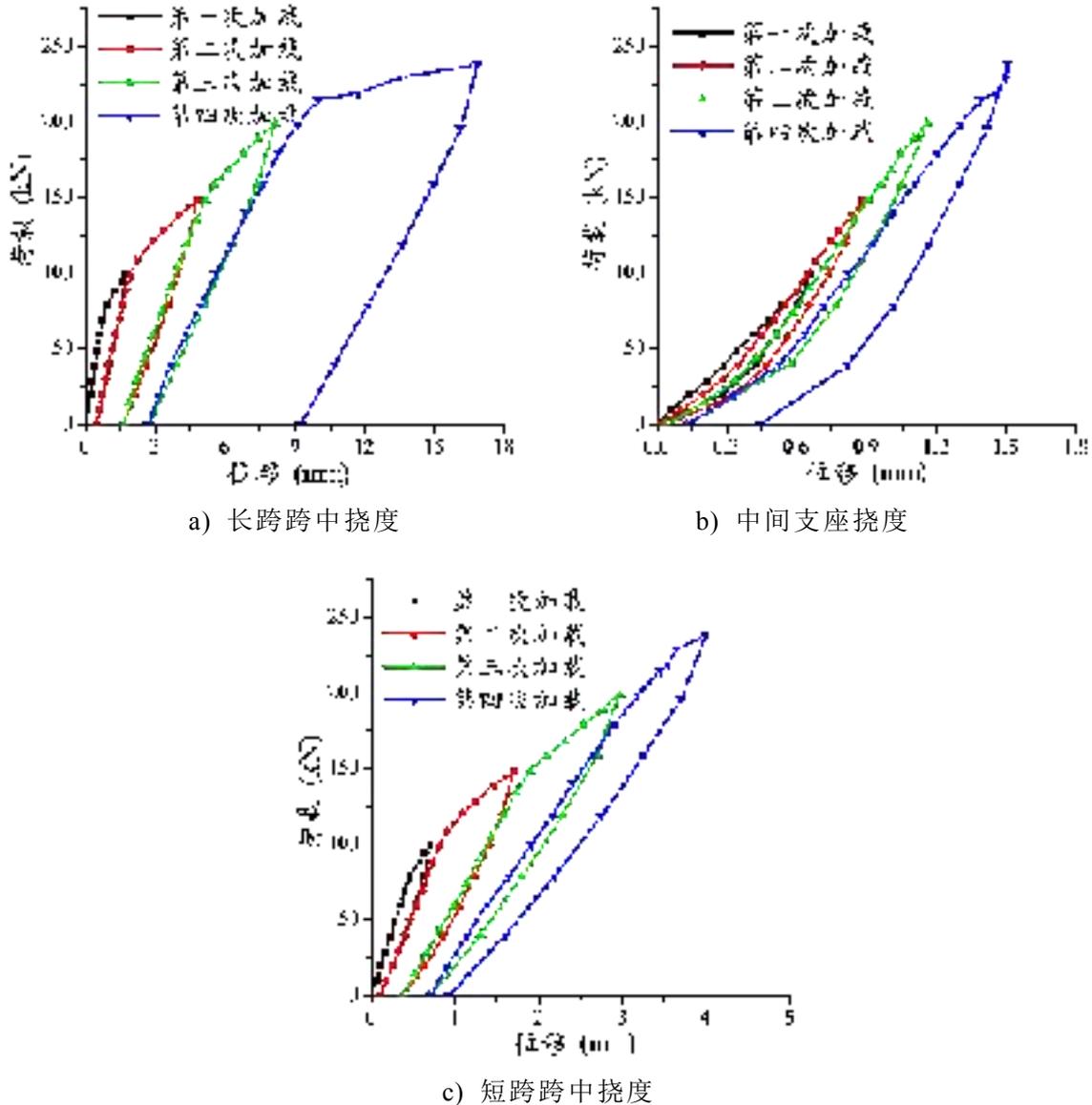


图 4.7 钢筋混凝土连续梁的荷载-位移曲线

4.1.11 荷载-应变曲线

图4.8为钢筋混凝土连续梁3个控制截面上纵筋和混凝土的荷载-应变曲线。第四次静力加载时中间支座的上部纵筋最先屈服，其次是短跨跨中底部纵筋，而长跨跨中的纵筋应变最小。中间支座上部混凝土受拉，长跨和短跨跨中上部混凝土

土受压，相比而言，长跨跨中的混凝土应变最大。

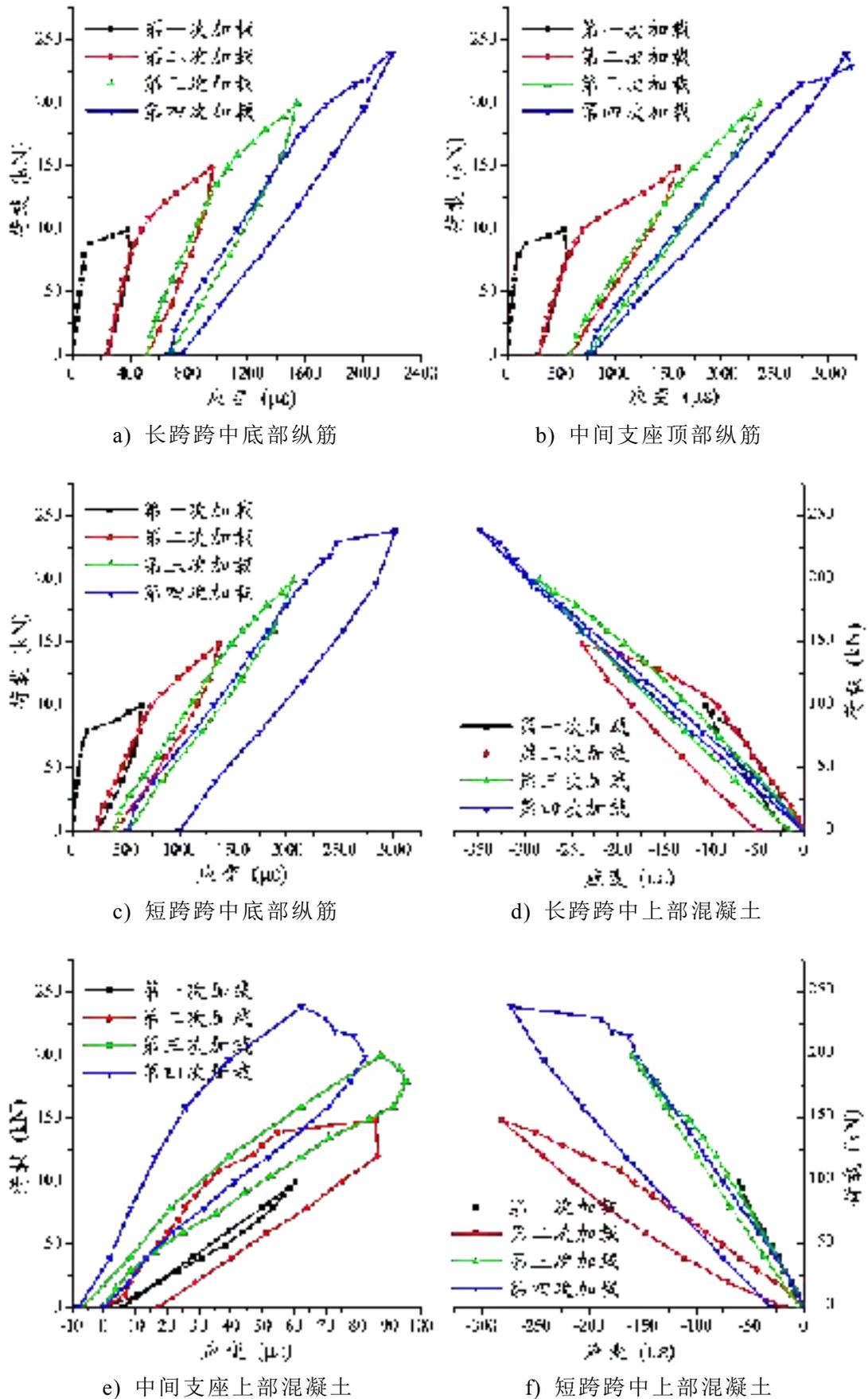
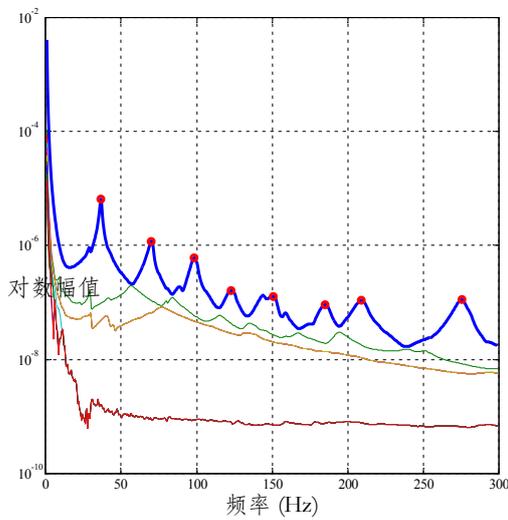


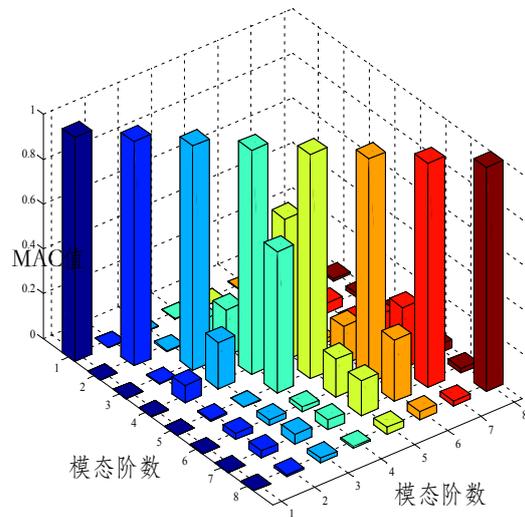
图 4.8 钢筋混凝土连续梁的荷载-应变曲线

4.1.12 试验模态分析

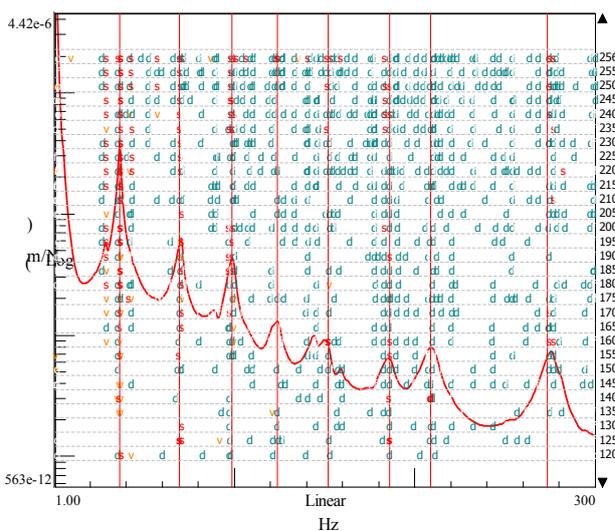
对多参考点脉冲锤击法测试获得钢筋混凝土连续梁的力脉冲和加速度响应信号，本章比较了 CMIF 和 LMS PolyMAX 两种试验模态识别方法。复模态指示函数(CMIF)模态识别是在峰值处提取模态极点，获取正确的模态极点需要一定的先验经验。LMS PolyMAX 是比利时鲁汶研发的振动测试软件 LMS 中的模态分析模块，能够快速高效地识别出模态参数，被广泛应用于汽车和航空航天领域。LMS PolyMAX 模态识别是最小二乘复频域(LSCE)估计的进一步演化，LSCE 由于高效的计算速度被推荐为工业标准。两者的最大区别在于 LSCE 是基于脉冲响应函数，而 LMS PolyMAX 是以频率响应函数为识别对象。相比 LSCE 和 CMIF 方法，LMS PolyMAX 能够获得精度高的稳态图，并排除一些似是而非的极点。



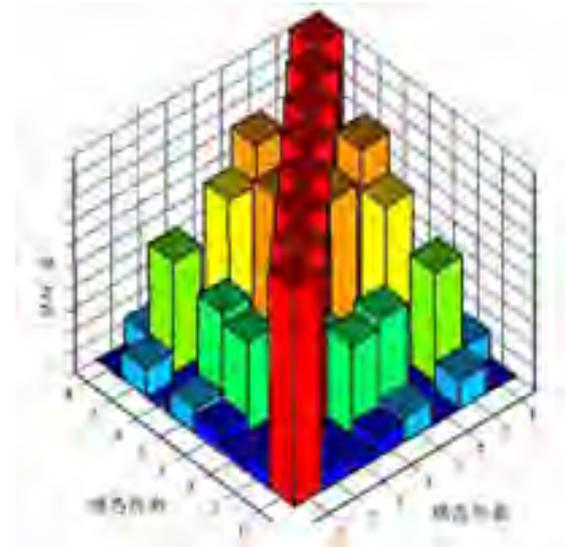
a) CMIF 方法提取模态极点



b) CMIF 方法提取 MAC 值



c) PolyMAX 方法提取模态极点



d) PolyMAX 方法提取 MAC 值

图 4.9 CMIF 方法和 PolyMAX 方法模态识别

图 4.9 为运用 CMIF 方法和 LMS PolyMAX 方法获得参考状态的钢筋混凝土连续梁的模态极点和 MAC 值。图中可以看出 CMIF 方法依据模态振型的相关性共识别连续梁的前 8 阶模态，但第 4、5 阶模态的振型 MAC 值较大，表明这两阶模态相关性大；而 LMS PolyMAX 方法也识别出前 8 阶模态，在 LMS PolyMAX 稳态图中，右侧数字 200 表示 LMS PolyMAX 分析的模态迭代次数，o 表示极点不稳定，f 表示极点频率在公差范围内稳定，d 表示极点的阻尼和频率稳定，v 表示极点振型向量稳定，s 表示极点频率、阻尼和振型都稳定。

4.1.13 模态参数识别

表 4.3 CMIF 方法识别的模态参数

模态参数		参考状态	损伤工况 I	损伤工况 II	损伤工况 III	损伤工况 IV
1 阶	频率/Hz	36.39	36.01	35.14	34.18	31.22
	变化率/%	—	-1.04	-3.44	-6.07	-14.21
	阻尼比/%	2.23	2.55	2.36	2.63	2.55
2 阶	频率/Hz	69.53	70.98	71.13	69.86	59.73
	变化率/%	—	2.09	2.30	0.47	-14.09
	阻尼比/%	2.58	2.88	2.84	2.96	3.35
3 阶	频率/Hz	98.26	98.65	98.90	96.82	92.26
	变化率/%	—	0.40	0.65	-1.47	-6.11
	阻尼比/%	2.21	2.58	2.93	3.39	5.25
4 阶	频率/Hz	122.51	123.15	121.37	119.33	104.36
	变化率/%	—	0.52	-0.93	-2.60	-14.82
	阻尼比/%	2.63	2.05	2.88	2.26	3.53
5 阶	频率/Hz	146.13	144.43	142.33	139.13	121.98
	变化率/%	—	-1.16	-2.60	-4.79	-16.53
	阻尼比/%	3.91	2.57	2.24	2.29	4.36
6 阶	频率/Hz	184.63	184.56	181.32	179.72	172.29
	变化率/%	—	-0.38	-1.79	-2.66	-6.68
	阻尼比/%	2.13	2.64	3.01	2.48	6.39
7 阶	频率/Hz	208.63	209.93	207.07	201.88	181.77
	变化率/%	—	0.62	-0.75	-3.24	-12.87
	阻尼比/%	2.29	2.16	2.73	3.21	3.89
8 阶	频率/Hz	275.33	266.87	264.01	255.47	233.50
	变化率/%	—	-3.07	-4.11	-7.21	-15.19
	阻尼比/%	1.48	1.47	1.38	1.44	2.64

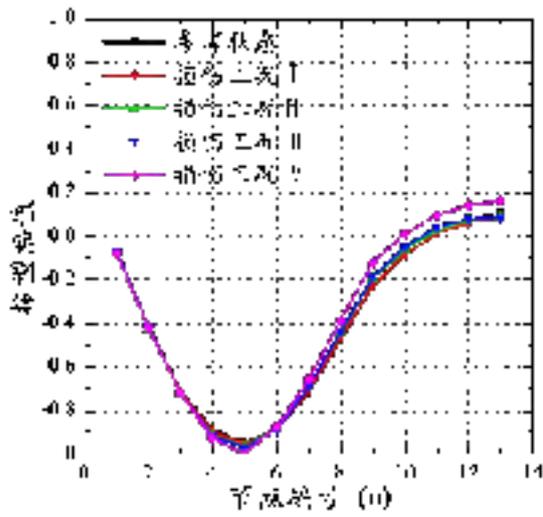
表 4.3 为采用 CMIF 方法识别的钢筋混凝土连续梁 5 个分析工况的频率和阻尼比。钢筋混凝土连续梁的模态参数随损伤程度加深的变化规律为：整体上自振频率逐渐下降，阻尼比上升。第 1 阶模态最好地诠释了上述变化规律，参考状态的钢筋混凝土连续梁基频为 36.39Hz，而损伤工况 IV 的连续梁基频为 31.22Hz，下降率高达 14.21%。连续梁损伤工况的某些模态频率反而提高，这与试验梁的测试误差与分析误差有关。

LMS PolyMAX 模态分析能够获得清晰的稳定图，表 4.4 为 LMS PolyMAX 方法识别的钢筋混凝土连续梁频率和阻尼比。CMIF 方法凭人为经验指定模态极点，而 LMS PolyMAX 方法基于迭代分析获得稳定的模态极点。本文提取的模态极点首先选择稳定指标 s ，在某些特定情况下选择频率稳定指标 f 。对于两者识别的模态参数来说，自振频率差别不大，PolyMAX 方法识别的阻尼比要大一些。

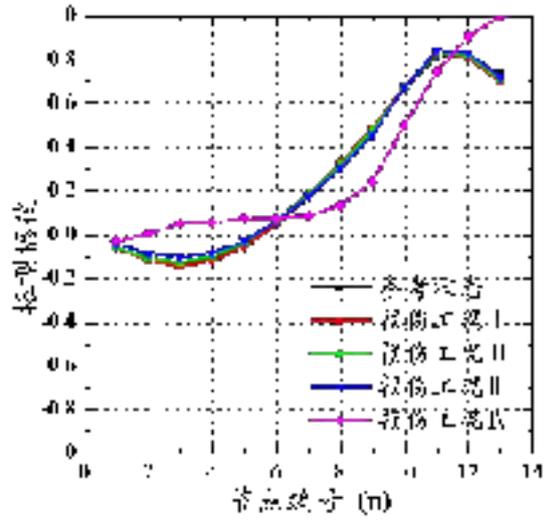
表 4.4 LMS PolyMAX 方法识别的模态参数

模态参数	参考状态	损伤工况 I	损伤工况 II	损伤工况 III	损伤工况 IV
1 频率/Hz	36.17	35.76	35.18	34.00	30.96
阶 阻尼比/%	3.57	2.72	3.13	3.54	3.37
2 频率/Hz	68.97	70.71	70.63	69.13	57.21
阶 阻尼比/%	4.09	2.84	3.14	5.17	4.05
3 频率/Hz	98.27	98.06	98.07	97.46	92.00
阶 阻尼比/%	3.94	3.02	2.88	2.49	5.83
4 频率/Hz	123.84	125.17	122.39	120.50	118.30
阶 阻尼比/%	1.47	1.94	2.52	4.12	3.87
5 频率/Hz	151.81	145.38	143.79	141.30	138.57
阶 阻尼比/%	1.51	1.68	1.89	2.04	1.50
6 频率/Hz	186.04	184.71	182.17	180.16	173.54
阶 阻尼比/%	1.91	2.69	2.89	3.01	3.25
7 频率/Hz	208.73	209.91	207.41	203.10	182.56
阶 阻尼比/%	1.82	2.20	2.60	2.89	3.67
8 频率/Hz	273.49	269.76	265.55	255.64	235.49
阶 阻尼比/%	1.73	1.01	1.45	1.60	2.87

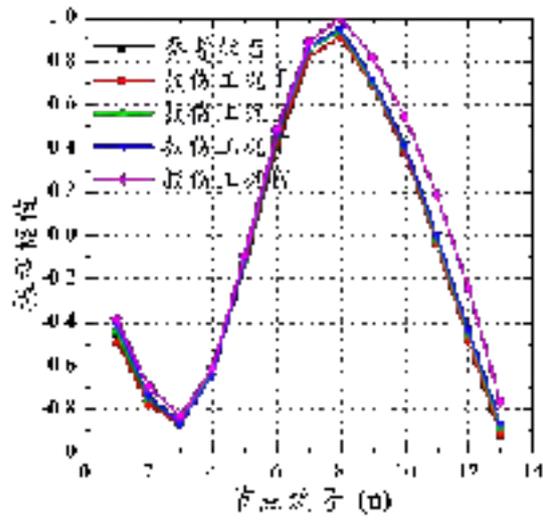
图 4.10 为 CMIF 方法识别钢筋混凝土连续梁的前 8 阶振型，模态振型采用最大值归一。由于受到中间支座刚度和两端支座刚度的影响，钢筋混凝土连续梁的各阶振型与理想连续梁的振型表现出明显的差别，支撑点振型幅值均一定程度上翘或下沉。模态振型随钢筋混凝土连续梁的损伤变化不明显，但最大损伤工况的模态振型与参考状态差异较大，这与钢筋混凝土连续梁破坏时的变形大有关。



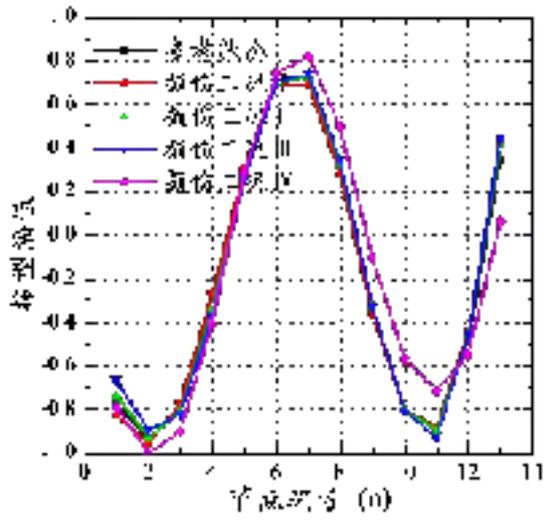
a) 第 1 阶振型



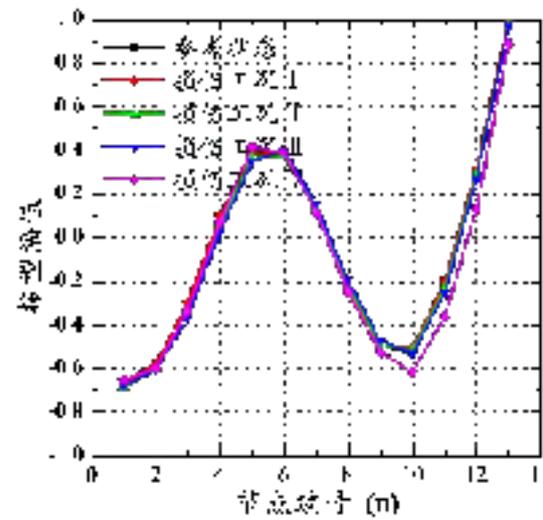
b) 第 2 阶振型



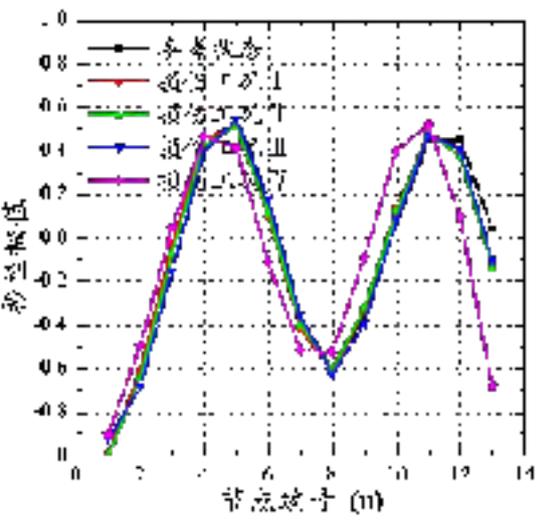
c) 第 3 阶振型



d) 第 4 阶振型

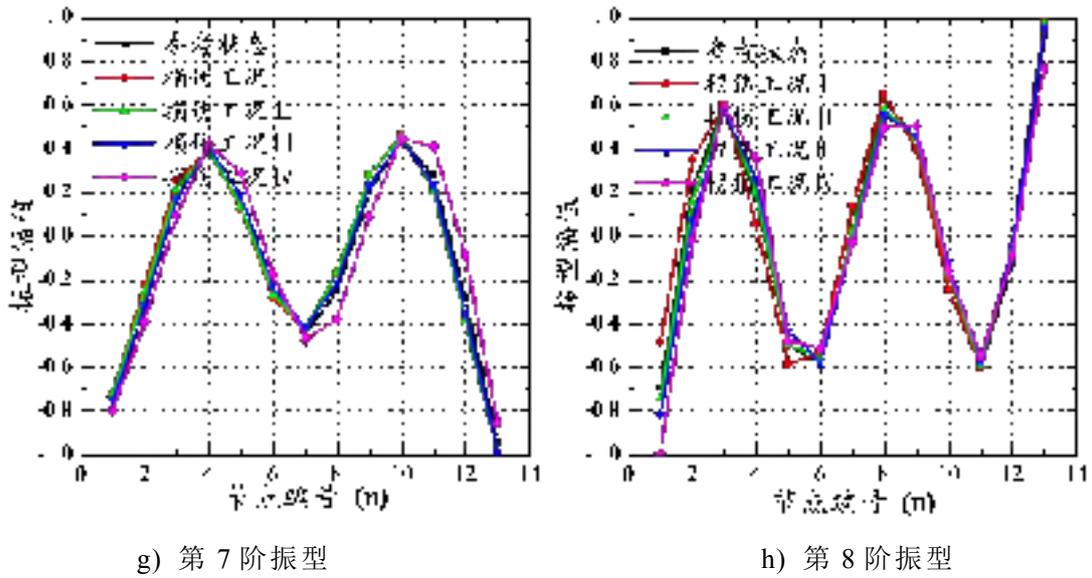


e) 第 5 阶振型



f) 第 6 阶振型

图 4.10 CMIF 识别钢筋混凝土连续梁的前 8 阶振型



续图 4.10 CMIF 识别钢筋混凝土连续梁的前 8 阶振型

4.1.14 模态柔度位移与静载位移

钢筋混凝土连续梁 5 个分析工况的模态柔度位移比较见图 4.11。上述模态柔度位移是由模态柔度矩阵乘以节点荷载向量获得，荷载作用点为节点 5 和节点 11，荷载大小分别为 20kN 和 40kN。结果表明模态柔度对钢筋混凝土连续梁的损伤识别敏感。

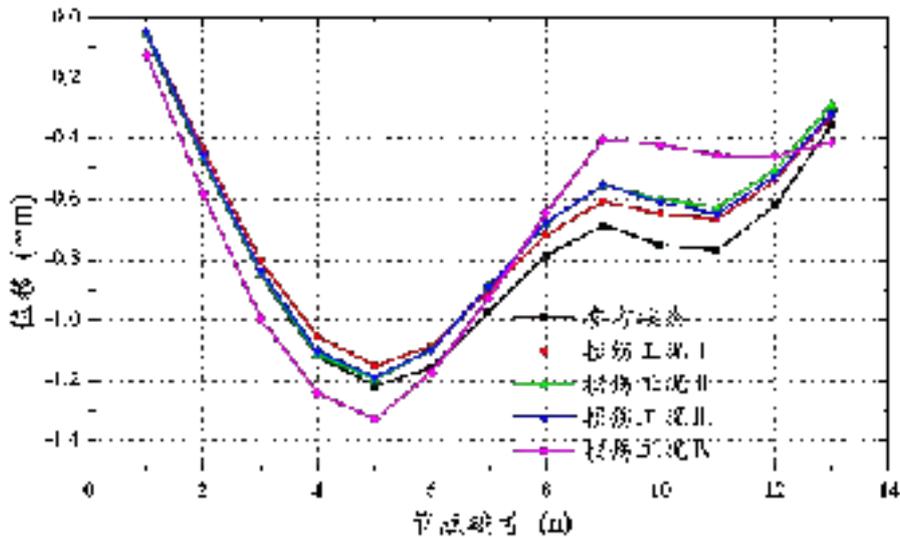
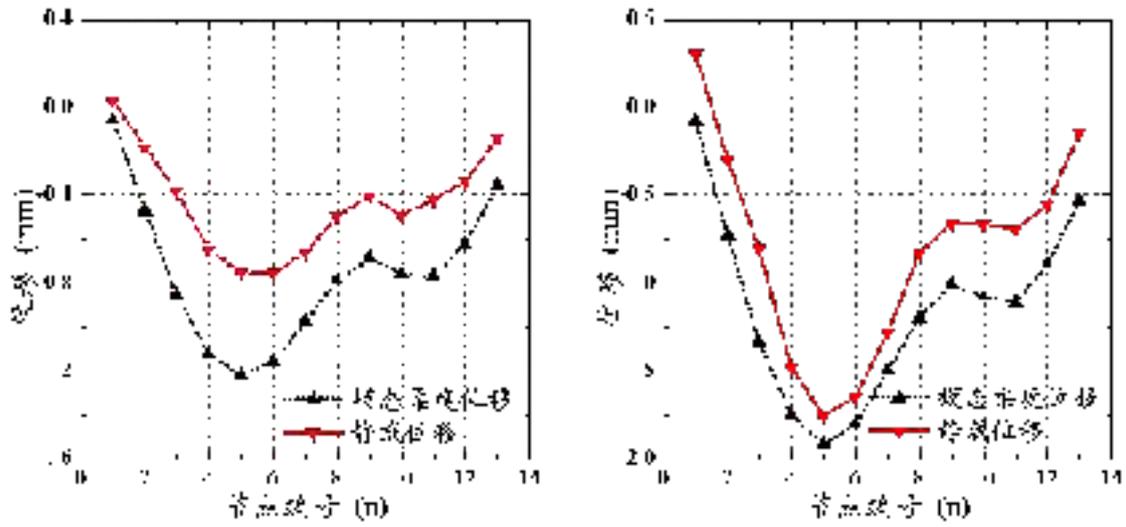


图 4.11 钢筋混凝土连续梁的模态柔度位移

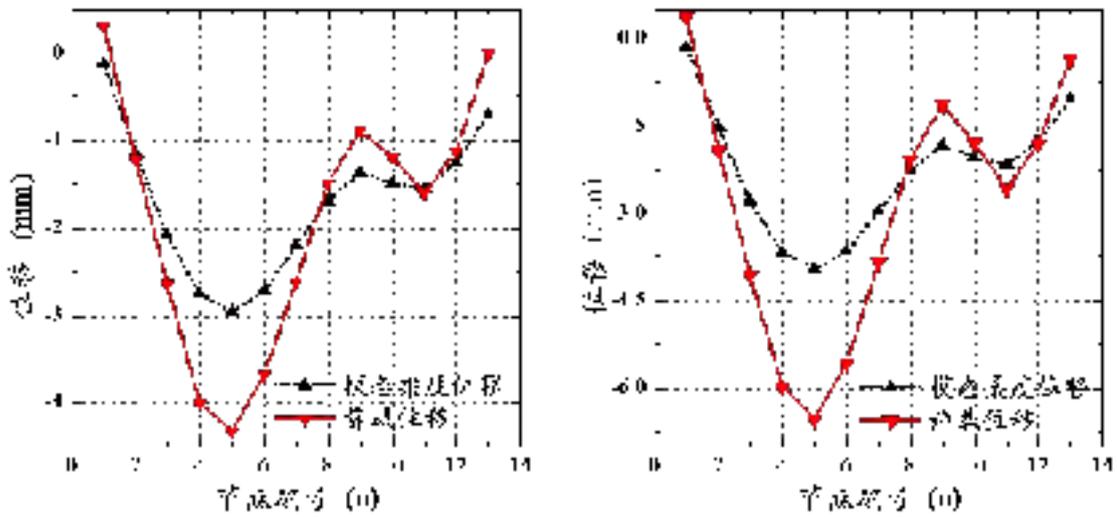
图 4.12 对钢筋混凝土连续梁的静载位移与模态柔度位移进行比较，5 个分析工况的对应荷载分别为 60kN、100kN、150kN、200kN 和 240kN。随着损伤程度的加深，模态柔度位移和静载位移的误差先减小后增大，混凝土的非线性是关键误差因素。然而对于参考状态的钢筋混凝土连续梁，模态柔度位移与静载位移的误差都很大，这表明超静定连续梁的中间支座刚度对模态试验和静载试验的不同

影响。



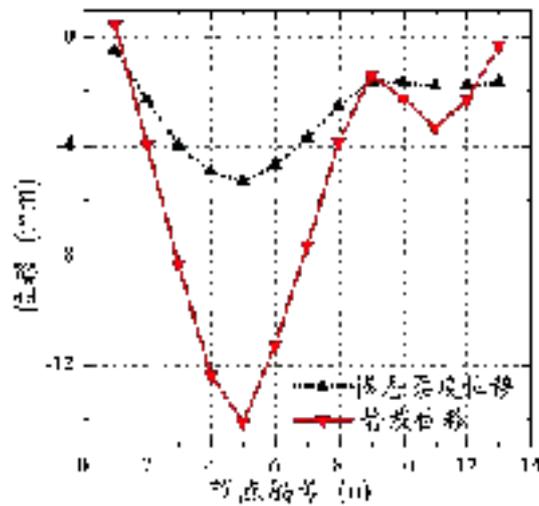
a) 参考状态

b) 损伤工况 I



c) 损伤工况 II

c) 损伤工况 III



e) 损伤工况 IV

图 4.12 钢筋混凝土连续梁的模式柔度位移与静载位移

1.20 多模型识别钢筋混凝土连续梁

本章分别基于静力位移和模态频率对钢筋混凝土连续梁进行多模型结构识别研究。多模型方法的中心思想是运用正问题的研究方法建立测试结构的多个有限元模型，综合考虑建模和测试过程中各类误差因素的影响，筛选符合真实结构响应的模型。下面围绕多模型结构识别的 5 个步骤一一阐述相关的理论。

4.1.15 基于模型不确定性构建模型碎片库

多模型结构识别主要考虑测试结构的模型不确定性，期望获得能够表达结构真实受力性能的模型。一般来说，结构不确定性主要体现在边界条件的表达、截面形式的不一致、材料的不均匀性或非线性、结构体系的冗余或内力重分布、以及节点、单元和荷载的变化。碎片是不确定性的具体元素，分为物理碎片和模型碎片，以一维梁类构件为例，物理碎片是指结构的基本组成部分，如支座、梁体等，而“模型碎片”是各个物理碎片的模型表达，如支座有简支、刚臂和弹簧等多种表达形式，梁体可用梁单元、壳单元和实体单元来模拟。模型碎片能部分描述子结构和物理现象，对于描述结构的行为，模型碎片可以代表支座条件、材料属性、几何特性、节点、单元和荷载等，模型碎片库^[30]的示意图如图 4.13 所示。本文主要选取钢筋混凝土连续梁的支座形式和材料特性 2 个模型碎片进行多模型建模研究。



图 4.13 模型碎片库示意图

4.1.16 基于 Strand7API-Matlab 交互访问的多模型建模

多模型建模按模型构成分为两种类型：其一是不同结构形式的模型，即模型碎片的构成不同；其二是相同结构形式的模型，即由相同的模型碎片构成，但碎片参数不同。前一种建模方法相比后一种要困难，它需要基于实践经验的人工干预来指导建模。对于后一种相同的模型碎片，多模型建模按模型参数取值方式分

为确定性建模和概率性建模。确定性建模是通过模型碎片的人为确定碎片取值来生成模型群，其优点是模型参数取样的高度透明性。而概率性建模是一种基于贝叶斯统计理论的建模方法，利用材性试验获得模型碎片的先验分布，结合试验结果的后验概率来选择优化模型，其最大的优点是模型群能密集覆盖模型空间的最优区域。本章进行多模型结构识别的初探研究，采用相同模型碎片的建模方式，从“模型碎片库”中选择模型碎片组合，并用一系列模型碎片协调组装构成一个完整的模型。

本文基于 Matlab 与 Strand7 交互访问进行多模型建模研究，利用 Strand7 中梁单元模拟钢筋混凝土连续梁，用弹簧单元模拟边界支撑，采用整体式建模建立钢筋混凝土连续梁模型。鉴于钢筋混凝土连续梁结构的真实受力特性，选取不确定性程度较高的混凝土弹性模量和密度、端部支座刚度和中间支座刚度 4 个模型参数，利用 Matlab 编程指定模型参数取值并调用 Strand7 受力分析来进行多模型研究，以此建立多个有限元模型。

4.1.17 基于灵敏度分析的模型碎片筛选

灵敏度分析是研究模型碎片对结构响应的敏感性，确定结构模型中合适的物理参数，并进一步简化多模型建模过程。本节采用确定性建模对钢筋混凝土连续梁的 4 个模型碎片进行灵敏度分析，模型参数的取值范围见表 4.5，表中混凝土弹性模量取 C40 规范值 $E_0=3.25\times 10^4\text{MPa}$ ，钢筋混凝土密度取 $\rho_0=2450\text{kg/m}^3$ ，参考钢筋混凝土简支梁支座刚度的修正结果，支座轴向刚度取 $K_0=100\text{kN/mm}$ 。为了反映模型参数对结构响应的灵敏性，某些参数取值已超过可接受范围。

表 4.5 灵敏度分析的参数取值

模型碎片	参数下限	参数上限	采样个数	比例间距
弹性模量 E	$0.9E_0$	$1.5E_0$	15	线性平均
密度 ρ	$0.6\rho_0$	$1.2\rho_0$	15	线性平均
端部支座刚度 K_1	$0.01K_0$	$100K_0$	15	对数平均
中间支座刚度 K_2	$0.01K_0$	$100K_0$	15	对数平均

作为灵敏度分析的数学指标，目标函数通常被定义为预测值与试验值的相对差值。本章定义的目标函数是基于连续梁前 n 阶的频率和振型，

$$obj(x) = \frac{\sum_{i=1}^n \left| \frac{f_E^i - f_A^i}{f_E^i} \right| + (1 - MAC_i)}{n} \quad (4.5)$$

式中， $obj(x)$ 表示目标函数， x 为待识别的模型参数， f 表示自振频率， MAC 为模态置信因子，下标 E 、 A 分别为试验值和 Strand7 预测值。模型碎片的灵敏度

分析首先在 Strand7 中建立钢筋混凝土连续梁的有限元模型，通过 Matlab 软件指定不同的模型参数值并赋给 Strand7 中的模型，基于 Matlab 和 Strand7 交互访问获得不同模型的目标函数值。图 4.14 为基于模态参数的模型碎片灵敏度分析结果。研究结果表明 4 个模型碎片对钢筋混凝土连续梁的模态参数都很敏感。本文的后续研究均基于上述 4 个模型碎片来建立钢筋混凝土连续梁的有限元模型。

基于模态参数目标函数的模型碎片灵敏度分析会遇到一个难点问题——模态匹配，即如何从有限元分析的众多模态中挑选出与试验模态一一匹配的对应模态。一般而言，单模型方法是根据模态振型凭个人经验来判断模态，但多模型方法由于模型数量的限制不可能逐一人为观察去识别模态，而是基于振型 MAC 值来匹配模态，但是某些扭转模态的存在常常误导正确的模态匹配，因此正确编写模态匹配的 Matlab 程序是解决此问题的关键。图 4.14c) 中目标函数出现一些微小不连续，表明这个模型的某些模态没有正确匹配，从而导致目标函数出现尖角。

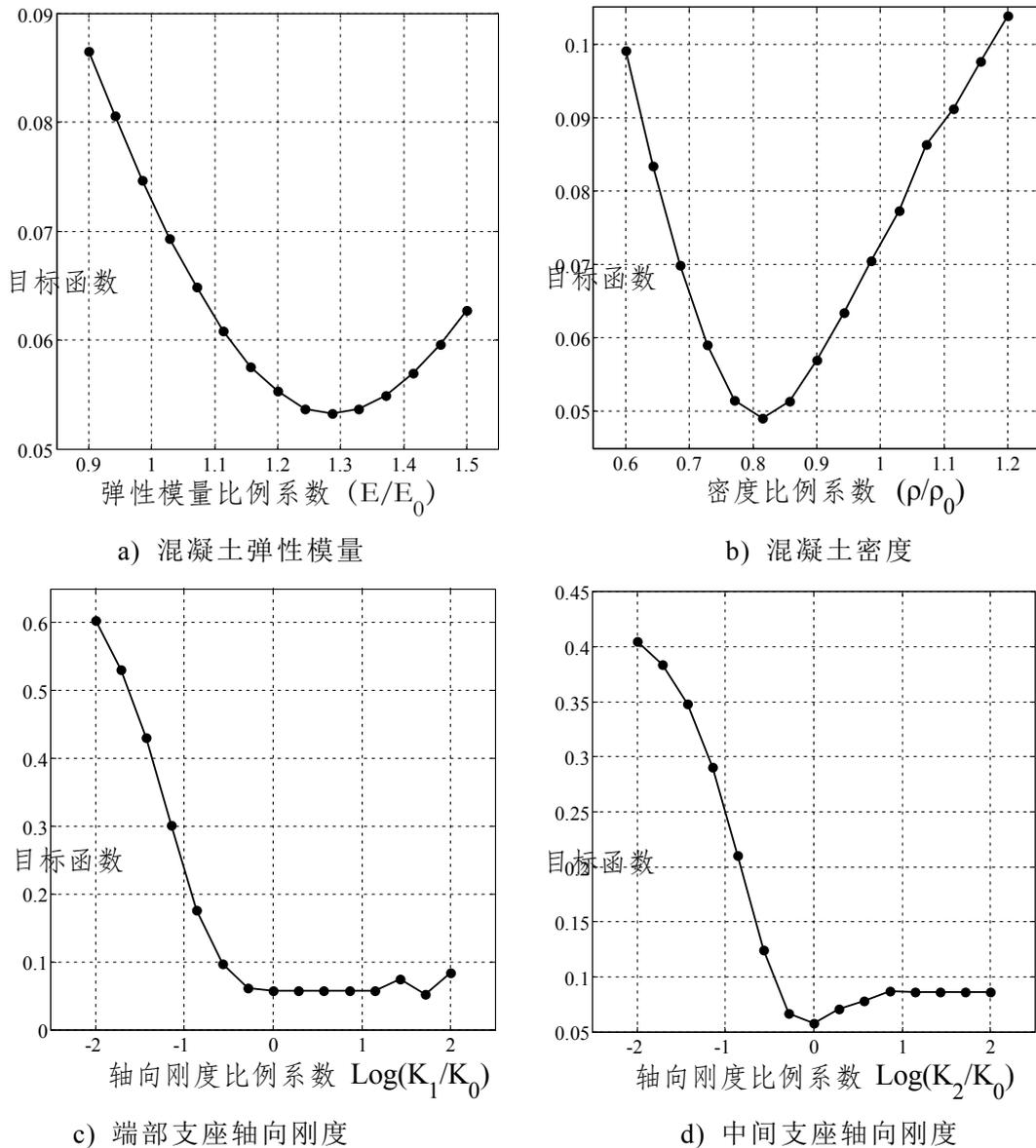


图 4.14 模型碎片的灵敏度分析

4.1.18 基于最大熵值的传感器最优布设

熵的概念起源于热力学领域，首先由德国物理学家 Clausius 在 1855 年提出。Shannon 在 1948 年第一次将熵的概念引入信息论中，用来描述系统的不确定性程度。在 1986 年，Kleer^[87]将熵的定义应用于结构识别领域，并作为衡量模型参数不确定性的指标。测试系统布局的准确程度影响着结构识别可靠性：在传感器个数无限的前提下，测点布置越多意味着有更多用于模型校验的试验结果；但测点布设有限时，可能出现某些测点对结构响应不敏感，导致错误参数的模型也能与试验结果匹配。单模型方法的传感器最优布设原理是如何能够利用最少的测点得到鲁棒性最好的测试结果，而多模型传感器最优布设是在有限布点的情况下，不同模型的测点响应具有最大的离散程度。Robert 等^[32]将最大熵原理引入到多模型理论中来，将熵值作为模型预测结构测点响应离散程度的衡量指标，为测试布局优化提供了理论指导。

$$H = -\sum_i p_i \cdot \log_2(p_i) \quad (4.9)$$

式中， H 表示熵值， P_i 为第 i 个区间上的概率。最简单地只有两个区间时，

$$H = -(p \log_2 p + (1-p) \log_2 (1-p)) \quad (4.10)$$

实际多模型分析不能直接得到概率 P_i ，而是统计落在第 i 个区间内的模型个数 N_i ，根据统计学原理，模型群总数 N_{tot} 很大时，区间 i 内的频率近似于概率，

$$H = -\sum_{i=1}^n \left| \frac{N_i}{N_{tot}} \log_2 \left| \frac{N_i}{N_{tot}} \right| \right| \quad (4.11)$$

本节基于有限元模型的静力位移进行钢筋混凝土连续梁的测点熵值研究，以确定位移传感器的最优排序。为了尽可能获得优化模型，采用概率性建模方式建立多个有限元模型，依据混凝土材性试验和灵敏度分析结果，指定弹性模量和密度服从正态分布，支座轴向刚度服从自定义的指数均匀分布，模型碎片的参数分布见表 4.6。

表 4.6 测点熵值研究的参数取值

模型碎片	normrnd(μ , σ)		模型碎片	$K_0 \cdot 10^{\text{unifrnd}(A, B)}$		
	μ	σ		K_0	A	B
弹性模量 E/MPa	35000	5000	端部支座刚度 $K_1/\text{kN} \cdot \text{mm}^{-1}$	10^5	-1	2
密度 $\rho/\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	2450	50	中间支座刚度 $K_2/\text{kN} \cdot \text{mm}^{-1}$	10^5	-1	2

注：normrnd 和 unifrnd 分别为 Matlab 程序的正态分布和均匀分布函数。