

湖南大学

HUNAN UNIVERSITY

毕业设计(论文)



设计论文题目：某大型工业厂房屋盖体系钢桁架结构可靠度分析与评估

学生姓名：胡翔

学生学号：20110101719

专业班级：建工三班

学院名称：土木工程

指导老师：周云

学院院长：肖岩

2015年6月3日

湖南大学

毕业论文原创性声明

本人郑重声明：所提交的论文是本人在老师的指导下独立进行研究所取得的研究成果。除了文中特别加以标注引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写的成果作品。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全意识到本声明的法律后果由本人承担。

学生签名：

日期：2015 年 月 日

毕业论文版权使用授权书

本毕业论文作者完全了解学校有关保留、使用论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅。本人授权湖南大学可以将本论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本论文。

本论文属于

1、保密 ，在_____年解密后适用本授权书。

2、不保密 。

(请在以上相应方框内打“√”)

学 生签名：

日期：2015 年 月 日

指导教师签名：

日期：2015 年 月 日



某大型工业厂房屋盖体系钢桁架结构可靠度分析与评估

摘 要

工程结构作为人类生产生活的基本场所，其安全性至关重要。现行的结构可靠度计算方法采用的是只考虑荷载效应随时间变化的“半随机过程模型”，而不考虑抗力随时间变化对结构可靠度的影响。对于钢结构等类似结构，由于腐蚀等现象，其抗力随时间有较明显的下降趋势，因此采用同时考虑抗力和荷载效应随时间变化“全随机过程模型”的时变可靠度计算方法更符合实际。为对比现行结构可靠度计算方法与时变可靠度计算方法在结果上的差异，本文以某大型工业厂房中一榀钢桁架屋架作为研究对象，引入相关的钢结构腐蚀模型，计算得到两种不同方法下的结果。结果表明时变可靠度方法计算得到的可靠度小于现行方法计算得到的结果，且差异较大。因此在结构可靠度计算中，对于抗力随时间有明显变化的结构，应引起足够的重视。

关键词： 时变可靠度 钢结构 腐蚀模型 随机过程



Reliability Analysis and Estimation of the Steel Truss of a Large-Scale Industrial Plant

Abstract

Engineering structures, as the basic places (locations) of human's life and production, their security is of great importance. The current calculation method of structure reliability is the "semi-stochastic process model" which only considers the fact that load effect changes over time, regardless of the influence on structure reliability caused by changes of resistance over time. For steel and other similar structures, their resistance reduces obviously over time due to corrosion and other attacks. So it is more practical to adapt the "fully stochastic process model", a time-varying reliability calculation method, considering both the changes of resistance and load effect over time. To compare the differences of the results of using the current structure reliability calculation method and the time-varying reliability calculation method, this thesis studies on a steel truss roof in a large-scale industrial workshop, introduces some related corrosion models of steel structures, and tries to work out the results of these two different methods. The result of the study shows that the reliability under time-varying reliability calculation method is smaller than that under the current structure reliability calculation method, and that their difference is quite large. Therefore, in calculating structure reliability, those structures whose resistance changes largely over time should be paid enough attention.

Keywords: time-varying reliability; steel structures; corrosion models; stochastic process



目 录

第 1 章 绪论.....	1
1.1 引言.....	1
1.2 国内外可靠度研究发展.....	2
1.3 钢结构腐蚀研究.....	3
1.4 本文主要研究内容.....	6
第 2 章 可靠度的基本概念与抗力模型建立.....	7
2.1 引言.....	7
2.2 结构的功能函数与极限状态方程.....	7
2.3 结构可靠指标.....	9
2.3.1 结构失效概率.....	9
2.3.2 结构可靠指标.....	11
2.4 荷载随机性.....	13
2.4.1 永久荷载.....	14
2.4.2 可变荷载.....	14
2.5 抗力的不确定性.....	15
2.5.1.材料强度的变异性.....	15
2.5.2 几何参数变异性.....	16
2.5.3.计算模式的变异性.....	16
2.6 某大型工业厂房钢桁架抗力模型.....	17
2.6.1.工程概况.....	17
2.6.2 屋架几何参数以及荷载.....	19
2.6.3.屋架抗力模型.....	21
2.8 小结.....	26
第 3 章 基于 JC 法的桁架子结构可靠度计算.....	27
3.1 引言.....	27



3.2 JC 法计算原理.....	27
3.2.1 一次二阶矩法.....	27
3.2.2 当量正态化.....	31
3.3 桁架子结构可靠度计算.....	33
3.3.1 荷载与荷载效应.....	33
3.3.2 抗力统计参数.....	37
3.3.2 基于 JC 法桁架可靠度计算.....	38
3.4 小结.....	43
第 4 章 基于时段分析法钢桁架时变可靠度计算.....	44
4.1 引言.....	44
4.2 时变结构可靠度概念.....	44
4.3 计算方法.....	45
4.4 基于时段分析法的桁架可靠度计算.....	49
4.4.1 时段划分.....	49
4.3.2 时段 τ_{3k} ($k = 1, 2 \dots 10$) 可靠指标.....	49
4.3.3 时段 τ_{2j} ($j = 1, 2 \dots 5$) 可靠指标.....	49
4.3.4 设计期限内可靠指标.....	52
4.4 小结.....	55
第 5 章 钢桁架结构体系可靠度的计算.....	56
5.1 引言.....	56
5.2 结构体系可靠度基本概念.....	56
5.2.1 结构的失效性质.....	56
5.2.2 结构的失效模式.....	56
5.2.3 结构失效模式的相关性.....	58
5.3 串并联体系的区间可靠度.....	58
5.4 桁架结构的体系可靠度计算.....	59
5.5 小结.....	60



结论与展望.....	61
附 录.....	62
致谢.....	66
参考文献.....	67



第 1 章 绪论

1.1 引言

我国《工程结构可靠度设计统一标准》^[1]（GB50153-08）中工程可靠性定义如下：工程结构在规定的时间内，在规定的条件下，完成预定功能的能力。其中规定的时间是指结构的设计使用期限，规定的条件是指正常设计、正常施工、正常使用等条件，而预定的功能包括安全性、适用性和耐久性。安全性要求结构在各种可能出现的作用下不发生破坏，以及在偶然荷载下能保持必需的稳定性。适用性要求在正常使用过程中能保持良好的工作状态，例如不能出现过大的倾斜，变形现象。耐久性要求在正常的维护条件下，能够满足其安全性、适用性的要求。一般地，我们将结构的安全性、适用性、耐久性三者统一合称为结构可靠性，这是一种定性的概念。为了更好地比对不同结构的可靠性，定义可靠度作为结构可靠性的度量指标。工程结构在规定的时间内，在规定的条件下，完成预定功能的概率称为可靠度，这是一种定量的概念。有了这一概念，就能设定一个统一的可靠度值，使结构既拥有在规定时间内满足预定功能要求的能力，又满足经济性的要求。

在可靠度计算过程中，抗力与荷载效应作为最基本的两个要素，在现行的可靠度计算理论中，这两个要素均作为随机变量考虑，认为荷载效应具有时间变异性，而认为抗力随时间保持不变，以设计之初的统计值作为抗力随机变量的计算值。这对于抗力随时间变化不变或变化很小的工程结构而言是合理，但实际上，由于环境中诸多不利因素的影响，结构发生劣化现象如混凝土碳化、钢材腐蚀等，抗力将会随时间的发展而不断地下降。对于抗力随时间变化较大的结构，采用同时考虑抗力和荷载效应时间变异性的时变可靠度算法更符合实际。

钢结构工程体系发展于 20 世纪初，随着工业技术的不断发展，钢结构广泛用于各类工程结构中，这不仅因为其优良的技术性能，而且能回收利用，建造过程中有害气体（二氧化碳）排放量只占砼结构的 65%^[2]，符合现有环保理念。随着钢结构的广泛使用，其可靠度的研究也显得越发的的重要，由于钢结构存在明显的腐蚀现象，其抗力随时间衰



减明显，因而采用现行的可靠度计算方法来评价其可靠度并不适宜，采用时变可靠度理论更符合实际。

1.2 国内外可靠度研究发展

工程结构可靠度研究始源于对飞机失效的研究，哈奇诺夫等人运用概率论、数理统计开始研究安全度。1947 年美国 Freudenthal A.M.^[3]发表了一篇题为“*The Safety of Structures*”的论文，被认为是比较集中的讨论可靠度问题的开端。到 50 年代中期前苏联、欧洲在可靠度研究领域有了较大的发展。60 年代初，前苏联的尔然尼钦等人提出一次二阶矩法，二阶矩可靠度算法发展开始；1969 年美国 C.A.Cornell^[4]提出了与结构失效概率相联系的可靠指标 β 作为衡量结构安全度的一种统一数量指标，并建立了结构安全度的二阶矩模式；1971 年加拿大人 N.L.Lind^[5]将可靠指标表达成设计人员习惯采用的分项系数形式；美国人 Ang A.H-S^[6]对各种结构不定性作了大量分析，提出了广义的可靠度概率法；1971 年欧洲国际混凝土委员会（CEB）、国际预应力混凝土协会（FIB）、国际桥梁与结构工程协会（IABSE）等联合成立了“结构安全度联合委员会”（JCSS），采用 Rackwitz 和 Fiessler 等人提出的通过“当量正态”法以考虑随机变量实际分布的二阶矩模式，提出验算点法和改进的验算点法，简称为 JC 法^[7]，至此二阶矩模式的可靠度表达与设计方法开始进入实用阶段。

相对于国际上的可靠性研究，我国的发展工作开展得较晚，直到 20 世纪 50 年代相关高校和科研院所才开始对极限状态法展开研究，并统计荷载抗力的概率分布。60 年代，以土木工程学会为主广泛开展结构安全度的研究与讨论，部分成果纳入了当时颁布的设计规范中。70 年代，我国才开始在建筑领域开展结构可靠度理论和应用的研究，开始把半经验半概率的方法（水准 I）用于 6 种结构的设计规范，并对其中的有关理论进行了研究，形成了一批研究专著。在结构静力可靠度研究方面，提出可靠度的近似计算方法，建立了安全经济设计和可靠度设计概念。在工程结构可靠度设计方法应用研究方面，我国已形成了以《工程结构可靠度设计统一标准》^[1]（GB50153-08）为第一层次，根据各部门专业特点制定的国家标准为第二层次，以具体结构设计规范为第三层次的基于近似概率法的统一设计规范。目前，我国在结构可靠性计算一般理论、结构体系可靠性计算



理论等方面取得了比较丰富的研究成果。

1.3 钢结构腐蚀研究

由于钢材大气腐蚀现象的普遍，很早就开始对钢材腐蚀现象进行研究。1916 年美国实验与材料学会（ASTM）便开始展开对碳钢和低合金钢大气腐蚀研究工作，并获得了丰富的腐蚀数据，得到了钢材中合金元素对大气腐蚀影响的相关规律。从这以后，各国便开始对钢的大气腐蚀速率、因素、腐蚀后的力学性能等进行了一系列的研究工作。我国的材料腐蚀研究始于上世纪 50 年代中期，1980 年全面展开常用材料在不同自然环境（大气、海水、土壤）下的长中期系统的研究实验，得到了大量的实验结果。通过总结成果，提出了多种不同的钢材大气环境下腐蚀的预测模型：

1) 灰色 GM(1,1) 模型^[8]

GM(1,1) 模型是根据软科学中的灰色理论建立的，通过微分方程对原始数据列

$X_0 = \{X_1, X_2 \dots X_n\}$ 处理，得到时间响应方程：

$$\hat{X}_{k+1}^{(1)} = \left[X_1^{(0)} - \frac{u}{a} \right] \exp(-ak) + \frac{u}{a} \quad (1-1)$$

其中， X_1 为原始数据（腐蚀率或腐蚀深度）的第一个值； $\hat{X}_{k+1}^{(1)}$ 是积累生成数列的第 $k+1$ 个预测值； a 成为发展系数，反应的是 \hat{X} 的变化趋势； u 称为灰色作用量，反应的是数据变化关系。该理论对于数据的适用性好，但是该模型的建立较复杂，需要一定的理论基础支持。

2) BP 神经网络方法^[9]

神经网络的方法是通过建立网络计算程序，利用已知样本让其进行训练与学习，然后产生相应的神经元变换函数，对结果进行预测。考虑到影响钢材腐蚀的因素众多，包括钢材元素含量，环境因素等，所以应选择相应的参数作为样本，筛选合适的网络结构，然后输出合理的变换函数进行预测。该方法的适用性好，但是其预测的准确度取决于样本的数量和准确度，且模型建立复杂，需要一定的理论基础。

3) 考虑大气成分腐蚀模型^[10]



该模型通过对大量样本数据研究，结合影响钢材腐蚀的众多因素，得出如下计算式：

$$C = a + bCl^- \tau_{5-25} + cCl^- \tau_{25-35} + dSO_2 \tau_{5-25} + eSO_2 \tau_{25-35} + fCl^- t_{rain} + gSO_2 t_{rain} + hmm / t_{rain} \quad (1-2)$$

其中： C 表示钢材应附属而产生的平均失重，单位为 g/m^2 ； Cl^- 、 SO_2 分别为大气中氯离子和二氧化硫的含量，单位为 mg/m^3 ； τ_{5-25} 、 τ_{25-35} 分别为温度在 $5-25$ 、 $25-35$ ，相对湿度大于 80% 的时间； a, b, c, d, e, f, g, h 为待定系数，由不同地区的环境因素决定， t_{rain} 、 mm 分别为该地区下雨的时间以及毫米数；由于待定系数较多，因此实际工程很少使用该模型。

4) 分三阶段的腐蚀模型^[11]

通过大量的分析研究，有人提出用分段函数（如图 1-1）来预测钢材在大气中的腐蚀现象，不同时段间采用不同的函数进行模拟。

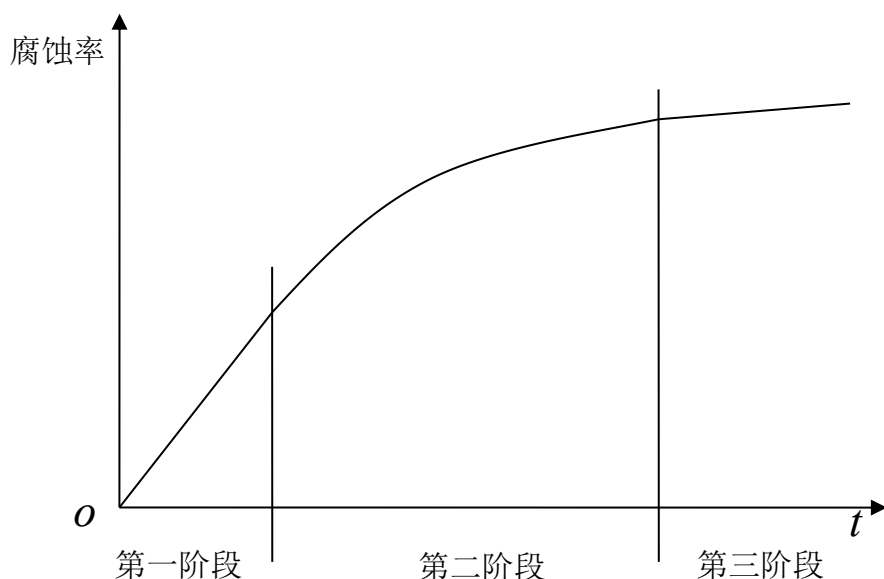


图 1-1 腐蚀阶段示意图

第一阶段采用现象函数进行描述，反应钢材初始阶段的快速腐蚀。

$$y = kt \quad (1-3)$$

其中， y 为钢材的腐蚀率； t 为腐蚀时间； k 为待定系数，其物理意义为钢材的腐



蚀速率。

第二阶段采用二次函数进行描述，当腐蚀程度达到一定程度时，腐蚀速率开始进入放缓阶段。

$$y = At^2 + Bt + C \quad (1-4)$$

其中 A, B, C 为待定系数。

第三阶段采用同样采用线性函数描述，只是函数的斜率较第一阶段小。这是因为钢材的锈蚀产物能在一定的程度上阻碍钢材腐蚀反应的进行，对钢材有一定的保护作用。研究分析认为，第一阶段持续范围为 0~1 年，第二阶段持续范围为 1~8 年，第三阶段从第 8 年以后开始。

5) 幂函数模型^{[12][13]}

在 1916 年美国实验与材料学会 (ASTM) 便开始展开对碳钢和低合金钢大气腐蚀研究工作后，各国均开始大量的钢材大气腐蚀试验。根据回归方法，钢材腐蚀发展一般都遵循幂函数规律。

$$D = A \cdot t^n \quad (1-5)$$

其中， D 钢材腐蚀深度，单位 mm； t 为钢材腐蚀年限，单位年； A, n 为待定系数，与钢材种类和所处的环境有关。

梁彩凤等通过 17 种钢材在 7 个典型环境下大气暴露腐蚀试验，得到的试验结果也很好的服从幂函数规律。并通过分析研究不同种钢材内的元素含量以及不同地区的环境因素与钢材腐蚀深度的关系，得到不同影响因素与钢材腐蚀深度间的定量关系：

$$\begin{aligned} A &= A(0) + \sum A(i)X(i) \\ n &= n(0) + \sum n(i)X(i) \end{aligned} \quad (1-6)$$

其中， $A(0), n(0)$ 为常数； $A(i), n(i)$ 为第 i 个影响因素的系数值； $X(i)$ 为第 i 个影响因素的数值大小。上式中 A, n 作为因变量，而不同因素的数值作为自变量，通过统计不同地区不同钢种的影响因素，我们可以很方便地得到钢材在不同环境下的腐蚀模型。不同因素的系数值^[14]见表 1-1：



表 1-1 影响因素系数表

影响因素	单位	n 系数值	A 系数值
常数项		-0.079	0.031
相对湿度	%/100	0.216	
温度	°C/100		0.367
氯离子	mg/100cm ² d ⁻¹	1.022	0.016
SO ₂	mg/100cm ² d ⁻¹	0.195	0.028
雨量×日照	(mm/a)×(h/a)/10 ⁶	0.145	-0.021
Cu	%	-0.452	
Mn	%		-0.013
Si	%	0.052	-0.022
P	%×10	-0.069	-0.024
S	%×10	0.375	0.036
Cr	%	-0.025	-0.012
Ni	%		
Mo	%		
C	%		

1.4 本文主要研究内容

为了对比两种计算方法在结果上的差异，并考虑到相关的时变可靠度理论文献中以理论模型为算例占绝大多数，实际工程算例很少，因此本文以某大型工业厂房中一榀钢桁架屋架作为对象，做了如下分析与研究：

- 1.用现行的可靠度计算方法计算某大型工业厂房中一榀典型屋架的可靠度。
- 2.根据钢结构大气腐蚀幂函数模型，推导桁架结构在大气环境下自然腐蚀的抗力衰减模型，并利用时变可靠度的计算方法得到该桁架的时变可靠度，并与现行可靠度计算方法得到的结果对比。
- 3.分别计算上述两种可靠度计算方法下的结构体系可靠度。



第 2 章 可靠度的基本概念与抗力模型建立

2.1 引言

自然界中，由于同一事件影响因素众多，在相同的初始条件下，得到的结果往往不同，数学上将这种不确定的关系称之为随机性。随机现象普遍存在于自然界中，通过对事件随机性的研究，来确定各事物更深层次的规律。在工程结构中，对于拟建工程而言，荷载及抗力均具有随机性，即使是同一批构件，由于加工、材料、运输等原因，各构件的抗力并不是一个统一的标准值，其实际值服从某些特定的分布。因此，对于拟建结构而言，设计时使用的抗力值应为服从某种分布的随机变量而非确定值，若考虑构件的劣化现象，抗力应为随机过程。本章将介绍结构可靠度理论中的一些基本概念，并以某大型工业厂房中的某榀典型屋架结构为例，建立其子结构的抗力模型。

2.2 结构的功能函数与极限状态方程

在结构可靠度研究中，由于影响结构正常工作的因素均为随机变量，工程结构是否能够完成预定功能也处于一种随机状态。我们称在设计使用期限内，结构能够完成某一特定功能的状态为可靠状态，结构不能完成某一特定功能的状态为失效状态。结构或结构的某一部分超过某一特定的状态就不能在设计使用期限内完成预定的功能，定义此状态为极限状态。实际上，极限状态是区分结构可靠状态和失效状态的界限。

当 $\vec{X} = [X_1, X_2, \dots, X_n]^T$ 表示影响结构某一功能的基本随机向量时，则与此功能对应的结构功能函数为：

$$Z = G(\vec{X}) \quad (2-1)$$

一般情况下，考虑到结构的两个重要因素荷载效应 S 和结构抗力 R ，结构的功能函数可表示为：

$$G(R, S) = R - S \quad (2-2)$$

上式可能产生如下三种结果：



- 1) 当 $Z > 0$ 时，也即结构抗力 R 大于荷载作用 S ，结构处于可靠状态；
 - 2) 当 $Z < 0$ 时，也即结构抗力 R 小于荷载作用 S ，结构处于失效状态；
 - 3) 当 $Z = 0$ 时，也即结构抗力 R 等于荷载作用 S ，结构处于极限状态；
- 结构所处的状态可用图 2-1 表示。

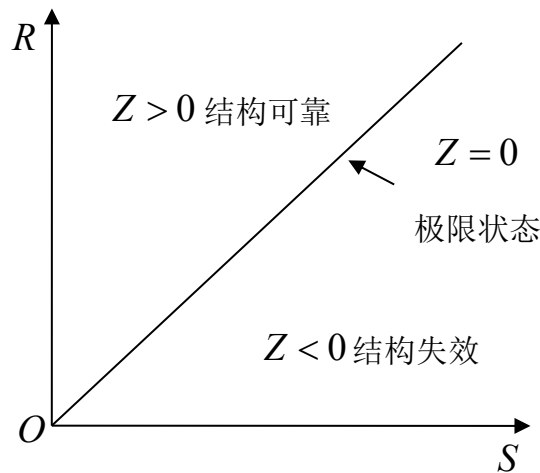


图 2-1 结构状态示意图

我们把方程

$$G(X) = 0 \quad (2-3)$$

称为结构的极限状态方程，它是结构可靠度分析的重要依据。

根据结构完成不同预定的功能，我们将极限状态分为两类：承载能力极限状态和正常使用极限状态。二者均有明确的标志和限值。

1. 承载能力极限状态

这种极限状态对应了结构可靠性中的安全性，此时结构达到其最大承载力或者由于结构产生了过大的变形已不适宜继续承载。若结构出现了以下之一时，则认为已经超过了结构承载能力极限状态：

- 1) 结构组成材料的应力达到其强度极限而破坏；
- 2) 结构变成机动体系；
- 3) 结构稳定性破坏（如压屈等）；
- 4) 结构或部分结构失去平衡（如倾覆等）；
- 5) 结构或构件发生疲劳破坏。



承载力极限状态对应结构的安全性功能，应保障其出现的概率很小。对于所有的结构均应按该状态进行设计。

2.正常使用极限状态

这种极限状态对应了结构可靠性中的耐久性和适用性。若结构出现了以下之一时，则认为已经超过了结构正常使用极限状态：

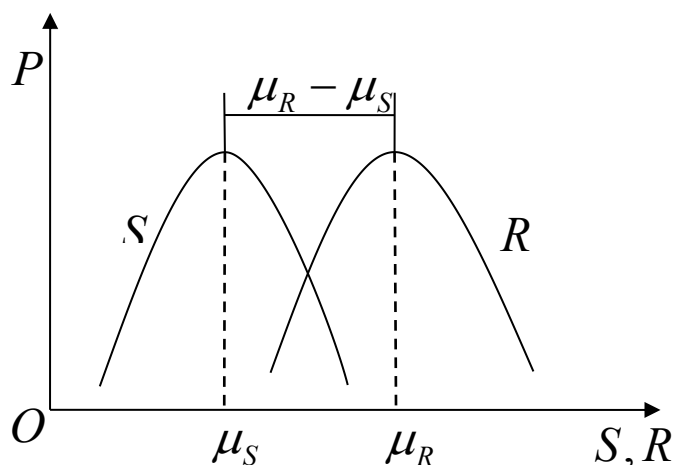
- 1) 结构出现了较大的变形，影响人们正常使用，如超高楼层的过大的水平摆动；
- 2) 局部的结构损坏影响正常使用，如卫生间楼板裂缝漏水；
- 3) 影响正常使用的振动；
- 4) 其他影响正常使用的状态，如房屋相对沉降量过大。

正常使用极限状态主要考虑的是结构的耐久性和适用性，相对承载力极限状态而言，对生命和财产的威胁性较小，考虑到经济性，其出现的概率相对而言可以稍高一些，但还是应该给予重视。因为耐久性和适用性不仅关系到结构能否正常使用，也会使人们产生心理上的不安。一般地，结构先进行承载力极限状态的设计以保障安全性，继而进行正常使用极限状态设计以保障结构能正常使用并具有足够的耐久性。

2.3 结构可靠指标

2.3.1 结构失效概率

当结构抗力 R 值大于荷载效应 S 值时可以认为结构处于可靠状态。但实际上，由于抗力 R 和效应 S 均为随机变量，要绝对地认为抗力大于效应是不可能的。令抗力和效应的均值和标准差分别为 $\mu_R, \mu_S, \sigma_R, \sigma_S$ ，并将其的概率密度曲线绘制在同一坐标系内，如图 2-2 所示。

图 2-2 R, S 的概率密度曲线

如图所示，在多数情况下，抗力 R 值大于效应 S 。但考虑到抗力和荷载均为随机变量，在二者的密度曲线重叠区，有可能发生抗力小于效应的现象。这种抗力小于效应的概率我们称之为失效概率，用 p_f 表示；同理，抗力大于效应的概率我们称之为可靠概率，用 p_s 表示。显然，失效概率与可靠概率有如下关系：

$$p_s + p_f = 1 \quad (2-4)$$

在结构功能函数 $Z = R - S$ 中，假设抗力 R 与效应 S 均服从正态分布，并为线性关系，根据概率理论，则变量 Z 也服从正态分布，其均值为 $\mu_Z = \mu_R - \mu_S$ ，标准差为

$\sigma_Z = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}$ 。则结构的失效概率可按式计算得到：

$$\begin{aligned} p_f &= P(R < S) = P(Z < 0) \\ &= \int_{-\infty}^0 f(Z) dZ = \int_{-\infty}^0 \frac{1}{\sigma_Z \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{Z - \mu_Z}{\sigma_Z}\right)^2\right] dZ \end{aligned} \quad (2-5)$$

将上式进行标准化，令：

$$t = \frac{Z - \mu_Z}{\sigma_Z} \quad (2-6)$$

则 $Z = t\sigma_Z + \mu_Z$, $dZ = \sigma_Z dt$, $t < -\frac{\mu_Z}{\sigma_Z}$ ，代入 (2-5) 式有：



$$\begin{aligned} p_f &= P\left(t < -\frac{\mu_Z}{\sigma_Z}\right) \\ &= \int_{-\infty}^{\frac{\mu_Z}{\sigma_Z}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt = \Phi\left(-\frac{\mu_Z}{\sigma_Z}\right) \end{aligned} \quad (2-7)$$

其中： $\Phi(\cdot)$ 为标准正态分布函数。

考虑到标准正态分布函数的对称性：

$$\Phi\left(-\frac{\mu_Z}{\sigma_Z}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{\mu_Z}{\sigma_Z}\right) \quad (2-8)$$

则有：

$$p_f = 1 - \Phi\left(\frac{\mu_Z}{\sigma_Z}\right) \quad (2-9)$$

$$p_s = \Phi\left(\frac{\mu_Z}{\sigma_Z}\right) \quad (2-10)$$

2.3.2 结构可靠指标

失效概率能够很好地反映结构可靠度，并具有明确的物理意义。但是 p_f 的计算涉及到积分，在工程应用中十分不方便，因而各国标准一般采用可靠指标 β 作为结构可靠度的度量。根据上文所述，假定抗力 R 和效应 S 均服从正态分布，则可靠指标 β 的定义如下：

$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (2-11)$$

将上式代入 (2-7) 式，则有：

$$p_f = \Phi\left(-\frac{\mu_Z}{\sigma_Z}\right) = \Phi(-\beta) \quad (2-12)$$

$$p_s = \Phi(\beta) \quad (2-13)$$

若对抗力 R 和效应 S 进行标准化：



$$\begin{cases} \hat{R} = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R} \\ \hat{S} = \frac{S - \mu_S}{\sigma_S} \end{cases} \quad (2-14)$$

其中 \hat{R}, \hat{S} 均服从标准正态分布，将上式代入极限状态方程（2-3）有：

$$\hat{R}\sigma_R + \mu_R - (\hat{S}\sigma_S + \mu_S) = 0 \quad (2-15)$$

等式两边同时除以 $-\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}$ ，得

$$\left. \begin{aligned} \hat{S} \cos \theta_S + \hat{R} \cos \theta_R - \beta &= 0 \\ \cos \theta_S &= \frac{\sigma_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \\ \cos \theta_R &= -\frac{\sigma_R}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \end{aligned} \right\} \quad (2-16)$$

由解析几何知识，式（2-14）表示在标准坐标系 $\hat{R}O\hat{S}$ 中极限状态方程直线，如图 2-3^[15]所示， β 的几何意义为在标准坐标系下原点到极限状态方程直线的最短距离。

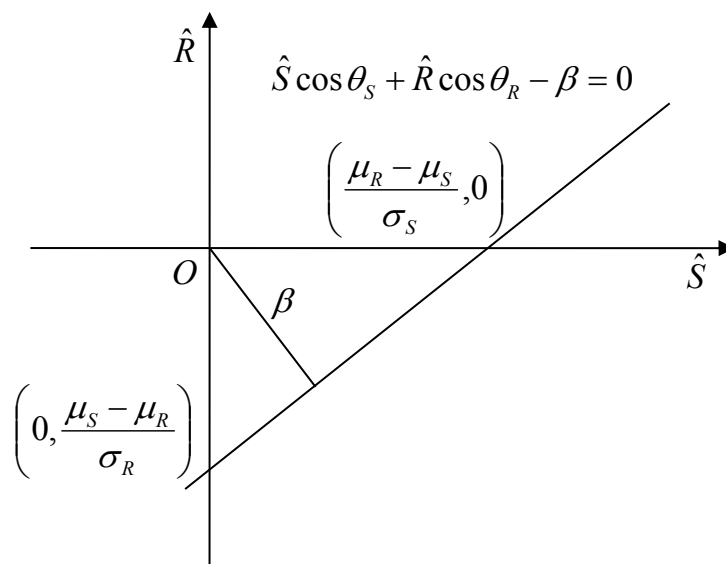


图 2-3 β 的几何意义示意图



可靠指标的相反数 $-\beta$ 作为标准正态分布密度函数的积分上限, β 与 p_f 具有对应关系 (具体的对应关系见表 2-1)。可靠指标 β 越大, 则结构失效概率 p_f 越小, 结构越可靠。考虑到 β 的计算较失效概率简单, 工程应用中大多用 β 来度量结构的可靠度。

表 2-1 可靠指标 β 与失效概率对应关系

β	1.0	2.0	2.7	3.2	3.7	4.2
p_f	1.59×10^{-1}	2.28×10^{-2}	3.5×10^{-3}	6.9×10^{-4}	1.1×10^{-4}	1.3×10^{-5}

设计规范规定设计结构或结构构件时所应该达到的可靠指标 $[\beta]$, 称为设计可靠指标。《统一标准》^[1]给出了结构构件承载能力极限状态的可靠指标如表 2-2 所示。表中延性破坏是指结构构件在破坏前有明显征兆; 脆性破坏是指结构构件在破坏前无明显征兆。通常延性破坏危害较小, 脆性破坏危害较大, 故延性破坏设计可靠指标 $[\beta]$ 值比脆性破坏低。

表 2-2 结构构件承载能力极限状态的设计可靠指标 $[\beta]$

破坏类型	安全等级		
	一级	二级	三级
延性破坏	3.7	3.2	2.7
脆性破坏	4.2	3.7	3.2

实际上, 抗力 R 与效应 S 通常不服从正态分布, 结构极限方程也往往不是线性关系。工程上, 一般采用满足特定条件的正态分布等效抗力 R 和效应 S 的原分布, 并选取特定的点对功能函数用泰勒公式进行线性化, 该方法称为 JC 法, 具有广泛的应用。

2.4 荷载随机性

荷载指的是结构或构件产生内力和变形的外力或者其它因素, 习惯上指施加在工程结构上是工程结构或构件产生各种效应的的直接作用。一般包括永久荷载, 可变荷载, 偶然荷载等。其中永久荷载, 可变荷载广泛存在于各类结构中。荷载具有随机性, 结构上的荷载并不是一个定值, 而是在一定的范围内变动, 服从某些特定的分布。



2.4.1 永久荷载

永久荷载指结构中屋面、楼面、墙体、梁柱等结构组成构件的自重重力，通常其数值不随时间变化或者随时间变化很小。永久荷载是由构件的体积密度等决定的，但是由于构件在加工、制造、材料、运输等因素的影响下，构件的自重将在一定的范围内波动。根据在全国范围内实测的 2667 块大型屋面板、空心板、平板等钢筋混凝土预制构件的自重重力，以及 20000 多平方米找平层、保温层、防水层等约 10000 个测点的厚度和部分重度，经数理分析统计后，认为永久荷载服从正态分布^[16]。统计分析认为^[17]永久荷载的均值与标准值的比值 $k_G = 1.06$ ，变异系数为 $\delta_G = 0.074$ 。

2.4.2 可变荷载

可变荷载一般包括楼面活荷载、风荷载、雪荷载等，其值会随时间变化而变化属于随机过程范畴。根据对全国范围内实测统计分析，上述可变荷载服从极值 I 型分布^[16]。取可变荷载在设计使用期限内最大值分布作为荷载分布，荷载规范^[18]将荷载处理成平稳二项随机过程，其假定为：

- 1) 根据荷载每变动一次作用在结构上的时间长短，将设计基准期 T 等分为 r 个相等的时段 τ ；
- 2) 在每个时段 τ 内，荷载 Q 出现的概率为 p ，不出现的概率为 $q = 1 - p$ ；
- 3) 在每一时段 τ 内，荷载出现时，其幅值是非负的随机变量，且在不同时段上的概率分布是相同的；
- 4) 不同时段 τ 上的荷载幅值随机变量相互独立，且与在时段 τ 上是否出现荷载无关。

假定可变荷载 $Q(t)$ ，定义 Q_T 作为荷载 $Q(t)$ 在设计使用期限 T 内最大值的随机变量。

将期限 T 分为 n 个相等的时段，其中每一时段的长度 $\tau = \frac{T}{n}$ 。通过统计，任意时段

$\tau_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 荷载最大值 Q_i 分布函数为 $F_\tau(x)$ ，且服从极值 I 型分布，根据平稳二项随机过程假定， Q_i 间相互独立。

$$F_\tau(x) = \exp\{-\exp[-a(x-u)]\} \quad (2-17)$$



根据数理统计结果，荷载在设计使用期限 T 内最大值随机变量 Q_T 的分布函数为：

$$F_{Q_T}(x) = [F_r(x)]^n \quad (2-18)$$

考虑到 $F_r(x)$ 服从极值 I 型分布，则上式等价于：

$$F_{Q_T}(x) = \exp\{-\exp[-a_T(x-u_T)]\} \quad (2-19)$$

其中参数 a_T, u_T, a, u ，满足如下关系：

$$\begin{aligned} a_T &= a \\ u_T &= u + \frac{\ln n}{a_T} \end{aligned} \quad (2-20)$$

设计使用期限 T 内最大值随机变量 Q_T 同样服从极值 I 型分布，其均值与标准差和分布函数中参数有如下关系：

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{1.28255}{a_T} \\ \mu &= u_T + \frac{0.57722}{a_T} \end{aligned} \quad (2-21)$$

荷载重现期是指荷载出现频率的倒数，对可变荷载中的风雪荷载，我国荷载规范中一般取重现期为 50 年的最大荷载值作为标准值。重现期 R 内最大荷载值按下式计算：

$$x_R = u_T - \frac{1}{a_T} \ln \left[\ln \left(\frac{R}{R-1} \right) \right] \quad (2-22)$$

荷载规范^[18]给出了全国各站台重现期为 10 年、50 年和 100 年的雪压和风压值，根据不同重现期内的最大荷载值，可求出风雪荷载分布函数中的相关参数。

2.5 抗力的不确定性

在考虑结构抗力的变异性时，应先考虑影响结构抗力各因素的不确定性，包括材料强度，结构几何尺寸，计算模式等。

2.5.1. 材料强度的变异性

在材质、工艺、运输等因素的影响下，材料强度产生了不确定性。即使在统一标准生产的钢材或者混凝土，各批次之间强度是有变化的，同一批此间的强度也往往不相同。



《可靠度设计规范》^[1]规定材料强度的概率分布宜采用正态分布或对数正态分布。材料强度的标准值根据符合材料强度的概率分布的某一分位值得到，国际上一般取 0.05 分位值。当材料强度按正态分布时：

$$f_k = \mu_f - 1.645\sigma_f \quad (2-23)$$

当强度按对数正态分布时：

$$f_k = \mu_f \exp(-1.645\sigma_f) \quad (2-24)$$

其中 f_k, μ_f, σ_f 分别为材料强度的标准值，均值以及标准差。

相关统计分析认为^[19]，对于 Q235 钢，屈服强度的变异系数 δ_f 取 0.08。

2.5.2 几何参数变异性

结构的几何参数是指构件的几何特征，如截面高度、宽度、面积、构件长度等，由于构件在加工、运输、施工等过程中，存在一定的误差，实际结构中的几何参数与设计值存在差异，这种差异称为几何参数变异性。引入随机变量 X_A 反应这种差异：

$$X_A = \frac{a}{a_k} \quad (2-25)$$

其中： a 为几何参数实际值， a_k 为几何参数设计值。

$$\mu_{X_A} = \frac{\mu_a}{\mu_{a_k}} \quad (2-26)$$

$$\delta_{X_A} = \frac{\sigma_{X_A}}{\mu_{X_A}} \quad (2-27)$$

其中： μ_{X_A} ， δ_{X_A} 分别为 X_A 的均值和变异系数。通过大量结构实测与统计，认为结构的几何尺寸变异性符合正态分布，其部分统计参数^[19]如下表 2-3 所示。

2.5.3. 计算模式的变异性

在抗力计算过程中，有时候为了简化问题，通常会对结构进行相应的假设，如理性弹性，平截面假定等。通过上述假定，往往会使问题更加明了清晰。但由于假定的存在，抗力计算结果值必然会与实际值有差异，该差异称为计算模式的变异性。为描述上述偏



表 2-3 钢结构几何参数变异性统计参数

结构构件种类	项目	μ_{X_A}	δ_{X_A}
型钢构件	截面面积	1.00	0.05
薄壁型钢构件	截面面积	1.00	0.05

差，引入计算模式不确定性随机变量 K_p ：

$$K_p = \frac{R}{R_k} \quad (2-28)$$

其中： R 为抗力的实际值， R_k 为抗力计算值。

$$\mu_{K_p} = \frac{\mu_R}{\mu_{R_k}} \quad (2-29)$$

$$\delta_{K_p} = \frac{\sigma_{K_p}}{\mu_{K_p}} \quad (2-30)$$

其中： μ_{K_p} ， δ_{K_p} 分别为随机变量 K_p 的均值和变异系数。随机变量 K_p 服从正态分布，钢结构在不同计算模式下统计参数^[19]如表 2-4：

表 2-4 钢结构计算模式 K_p 统计参数

结构构件种类	受力状态	μ_{K_p}	δ_{K_p}
	轴心受拉	1.05	0.07
钢结构构件	轴心受压（Q235）	1.03	0.07
	偏心受压（Q235）	1.12	0.10

2.6 某大型工业厂房钢桁架抗力模型

2.6.1.工程概况

衡阳某知名无缝钢管生产企业，拥有厂房面积约 100 多万平方米。其中 180 厂总建筑面积为：117813.98m²，于 2010 年后建成。该厂房（含露天跨）全长 562m，全宽 288m，最大跨度 39m，基本柱距 18m（局部 12m、24m、27m、30m、36m 及 45m）。



各跨均为纵跨，各跨厂房均系单层钢结构建筑。现场照片如图 2-4 所示：



图 2-4 厂房现场照片

该厂房屋架与柱子采用铰接连接，天窗为横向天窗。屋面结构由上承式人字形、高频焊接 H 型钢檩条、焊接 H 型钢檩条及屋面水平支撑构成。屋架采用桁架，其弦杆与腹杆采用节点连接；水平支撑、拉条为角钢，采用节点板连接。屋架现场照片如图 2-5 所示：



图 2-5 屋架照片图

取其中一榀典型屋架作为可靠度计算对象，相邻屋架间间距为 18m，屋架长为 36m，其结构图如图 2-6 所示：

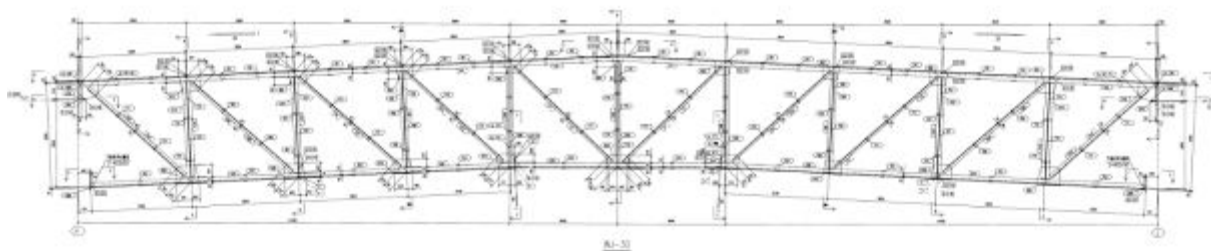


图 2-6 屋架结构图

在 SAP2000 中建立该桁架的有限元分析模型，所有杆件两端均设置成铰接，截面尺寸采用设计值。该桁架各杆件编号如图 2-7 所示：

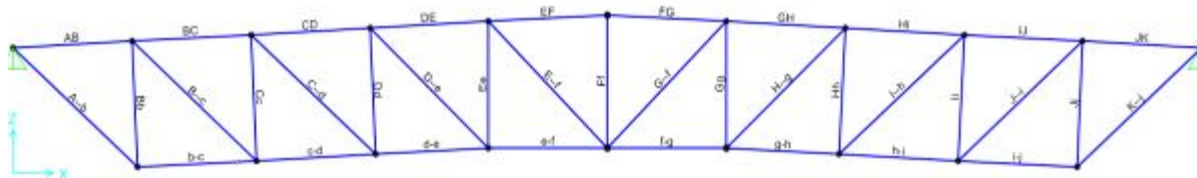


图 2-7 桁架 SAP 模型

2.6.2 屋架几何参数以及荷载

1) 几何参数

该屋架属于钢桁架结构，考虑到该屋架左右对称性，以下计算分析均取左半部分作为研究对象，左半部分各杆件的几何数据如下表 2-5 所示：

表 2-5 屋架几何参数

	杆件名称	截面形式	截面面积 (mm ²)	杆件长度 (mm)	回转半径 (mm)
上弦杆	AB	2∠180×14	9688	3604.5	56
	BC	2∠180×14	9688	3604.5	56
	CD	2∠180×14	9688	3604.5	56
	DE	2∠180×14	9688	3604.5	56
	EF	2∠180×14	9688	3604.5	56
下弦杆	bc	2∠160×12	7392	3604.5	49.8
	cd	2∠160×12	7392	3604.5	49.8



续表 2-5 屋架几何参数

	杆件名称	截面形式	截面面积 (mm ²)	杆件长度 (mm)	回转半径 (mm)
下弦杆	de	2∠160×12	7392	3429.3	49.8
	ef	2∠160×12	7392	3600	49.8
	Bb	2∠125×8	3872	3504.6	56.1
	Cc	2∠100×8	3072	3504.6	46
腹杆	Dd	2∠90×8	2752	3504.6	42
	Ee	2∠75×6	1728	3509	35.6
	Ff	2∠70×6	1608	689	33.6
	Ab	2∠125×10	4800	5027.4	38.8
	Bc	2∠110×8	3392	5027.4	34.3
	Cd	2∠90×8	2752	5027.4	27.8
斜杆	De	2∠80×6	1848	4903.3	24.9
	Ef	2∠90×8	2752	5027.2	27.8

2) 荷载说明

根据该厂房设计图纸屋盖上均布荷载列表如表 2-6 所示:

表 2-6 荷载列表

序号	荷载名称	荷载标准值(kN/m ²)
1	屋面板	0.15
2	檩条及支撑	0.25
3	钢屋架（包括支撑）	0.2
4	光伏板	0.2
5	均布活荷载	0.3
6	雪荷载	0.35
7	风荷载	0.4

在湖南省 2008 年冰灾后，为抵御冰雪灾害，按湘建设〔2008〕80 号通知，湘建明



电[2008]13 号文要求：对于轻型屋面等结构在严格执行国家现行《建筑结构荷载规范》的基础上，根据我省气候特点，适当考虑冰荷载的影响，在规范作出调整之前，不上人的屋面活荷载不宜少于 0.7kN/m^2 。规定要求在新规范出台前基本雪压按 06 年规范取值和 0.7kN/m^2 之间取较大值。目前《建筑结构荷载规范》(GB 5009-2012)已经出台，因此按照新规范取值基本雪压为 0.35kN/m^2 。该屋面的屋面积雪分布系数为 1。

为了节约用电，该厂房在屋盖上加上光伏电板，用于厂房用电，其荷载大小为 0.2kN/m^2 ，因此永久荷载取 $0.15 + 0.25 + 0.2 + 0.2 = 0.8\text{kN/m}^2$ ；可变荷载取活荷载与雪荷载间较大值，故可变荷载取 0.35kN/m^2 ；根据规范规定，风荷载对计算的结构屋面系统而言均为风吸力，这一点对屋架结构受力是有利的。风荷载作用下结构内力与常规恒载作用下结构内力方向相反对屋盖结构作用有利，且风吸力比恒载小很多，所以根据荷载组合可以不考虑风荷载的组合工况。

2.6.3. 屋架抗力模型

钢桁架任意构件的极限状态方程为：

$$Z = R - S \quad (2-31)$$

其中 R 为构件的抗力， S 为荷载作用效应。因为钢桁架在正常使用过程中，所有杆件均只处于受拉或受压状态，故构件抗力 R 可写成如下形式：

$$R = K_p f_y(t) A(t) \varphi(t) \quad (2-32)$$

其中： K_p 为计算模式的不确定性；

$f_y(t)$ 为钢材考虑腐蚀影响在时刻 t 的强度；

$A(t)$ 为钢材考虑腐蚀影响在时刻 t 的截面面积；

$\varphi(t)$ 为钢材稳定系数，对于拉杆，其值取 1。

相关参数按下述确定：

1) 腐蚀深度

由前文所述，本文采用大气腐蚀幂函数模型作为预测模型：

$$D = A \cdot t^n \quad (2-33)$$



其中： D 为钢材的腐蚀深度，单位为 mm；

A, n 为待定系数，与不同地区以及不同钢材种类有关；

t 为钢材投入使用时间，单位为年。

根据湖南省气象局数据，衡阳市年平均湿度为 80%，全年降水量为 1394.6mm，平均温度为 17.6°C，日照时数为 1677.1 小时，大气 SO₂ 含量和 Cl⁻数据较少，采用文献[14]中广州地区数据代替衡阳地区，SO₂ 含量为 0.107 mg/100cm²d⁻¹，Cl⁻含量为 0.024mg/100cm²d⁻¹，该结构采用 Q235 型钢材，将各因子值代入表 1-1 中，即可得到衡阳地区 A, n 值。

根据计算结果 $A = 0.03, n = 0.7$ ，该钢桁架的大气腐蚀深度按下式计算：

$$D = 0.03 \cdot t^{0.7} \quad (2-34)$$

其中： D 为钢材的腐蚀深度，单位为 mm；

t 为钢材投入使用时间，单位为年。

2) 腐蚀率

钢材在发生腐蚀现象时，重量会发生变化，为了描述钢材的腐蚀程度，一般地，将钢材腐蚀掉的质量与原质量之比定义为腐蚀率。这种方法是最基本反应钢材腐蚀程度的方法，比较直观定量地评定了腐蚀现象：

$$\eta_s = \frac{m_0 - m(t)}{m_0} \times 100\% \quad (2-35)$$

其中： η_s 为钢材腐蚀率；

m_0 为钢材未发生腐蚀现象的质量；

$m(t)$ 为 t 时刻钢材发生腐蚀后剩余的质量。

对于该桁架结构，假定钢材在大气腐蚀现象中发生均匀腐蚀，各杆件的腐蚀程度在杆件长度范围内保持一致，则定义截面损失率 η_A 将等价于钢材腐蚀率 η_s ：

$$\eta_A = \frac{A_0 - A(t)}{A_0} \times 100\% \quad (2-36)$$



其中： η_A 为钢材截面损失率；

A_0 为钢材未发生腐蚀现象的面积；

$A(t)$ 为 t 时刻钢材发生腐蚀后截面面积。

该桁架结构的每根杆件均为双等角钢，在均匀腐蚀假定的前提下，角钢各面均会发生自然腐蚀，各面在时刻 t 的腐蚀深度可由式（2-33）计算得到，各杆件在 t 时刻的腐蚀面积为：

$$A_0 - A(t) = 2 \times 4 \times D(t) \times d = 8dD(t) \quad (2-37)$$

其中： $A_0 - A(t)$ 为因腐蚀而损失掉的截面面积；

$D(t)$ 为 t 时刻的腐蚀深度；

d 为杆件双等角钢的边长。

将上式代入式（2-35）有：

$$A_0 - A(t) = 8dD(t) = 0.24dt^{0.7} \quad (2-38)$$

$$A(t) = A_0 - 0.24dt^{0.7} \quad (2-39)$$

$$\eta_s = \eta_A = \frac{0.24dt^{0.7}}{A_0} \times 100\% \quad (2-40)$$

3) 腐蚀率与钢材强度关系

钢材在发生腐蚀现象后，其质量不仅会发生改变，其力学性能同样也会发生相应的变化。陈露^[20]等中通过 5 种不同环境下 Q235 钢材加速锈蚀试验，得到钢材锈蚀后其力学性能的变化规律：钢材的伸长率、屈服强度、极限强度均有下降的趋势，其中伸长率呈幂函数关系，屈服强度和极限强度呈线性关系，并给出了构件的屈服强度与腐蚀率的拟合关系表达式：

$$f_y(t) = f_{y0}(1 - 0.14\eta_s) \quad (2-41)$$

其中： $f_y(t)$ 为 t 时刻钢材发生腐蚀后的屈服强度；

f_{y0} 为钢材未发生腐蚀前的屈服强度；



η_s 为钢材腐蚀率；

4) 稳定系数

钢杆构件在受压状态下，往往远未达到钢材抗压屈服强度便发生了失稳破坏现象。在实际计算中需要引入稳定系数计算。稳定系数与杆件的长细比，截面的回转半径密切相关，Nowak [21]给出如下计算公式：

$$\varphi(t) = \begin{cases} 1 & \chi \leq 0.15 \\ 1.035 - 0.202\chi - 0.222\chi^2 & 0.15 \leq \chi \leq 1.0 \\ -0.111 + \frac{0.636}{\chi} + \frac{0.087}{\chi^2} & 1.0 \leq \chi \leq 2.0 \end{cases} \quad (2-42)$$

$$\chi = \frac{L_K}{r} \cdot \frac{1}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_y}{E}} \quad (2-43)$$

其中： L_K 为杆件有效长度，对于两端铰接的杆件，取原长；

r 为截面较小回转半径；

f_y 为屈服强度标准值，该结构采用 Q235 钢，故取 235N/mm²；

E 为材料的弹性模量，取 200GPa。

对于该桁架而言，考虑到 $D(t) \ll d, D(t) \ll L_K$ ，腐蚀深度对杆件的长细比影响极小，取杆件在腐蚀前稳定系数作为杆件在整个过程中的稳定系数，即取 $\varphi(t) = \varphi(0)$ 。根据前文给出的杆件几何数据，计算得到各受压杆件的稳定系数，如下表 2-7：

表 2-7 各杆件的稳定系数

杆件名称	杆件长度 (mm)	回转半径 (mm)	χ	$\varphi(0)$
BC	3604.5	56	0.7	0.78
CD	3604.5	56	0.7	0.78
DE	3604.5	56	0.7	0.78
EF	3604.5	56	0.7	0.78
Bb	3504.6	56.1	0.68	0.79



续表 2-7 各杆件的稳定系数

杆件名称	杆件长度 (mm)	回转半径 (mm)	λ	$\varphi(0)$
Cc	3504.6	46	0.83	0.71
Dd	3504.6	42	0.91	0.67
Ee	3509	35.6	1.07	0.56
Ff	3689	33.6	1.2	0.48

根据上述分析，可得：

$$R = K_p (A_0 - 0.24dt^{0.7}) f_{y0} \left(1 - \frac{0.0336dt^{0.7}}{A_0} \right) \varphi(0) \quad (2-44)$$

化简整理：

$$R = K_p f_{y0} \varphi(0) \left(A_0 - 0.27dt^{0.7} + \frac{0.008d^2t^{1.4}}{A_0} \right) \quad (2-45)$$

式 (2-45) 即为该桁架考虑钢材腐蚀影响的抗力衰减模型。为了简化该式便于计算，考虑到腐蚀现象对钢材的屈服强度影响较小。以上弦杆 AB 为例，其截面类型为双等角钢截面 $2\angle 180 \times 14$ ，面积为 9688.00mm^2 ，50 年后钢材屈服强度的损失率仅为 0.97%，故用钢材未发生腐蚀前的屈服强度 f_{y0} 代替腐蚀后的钢材屈服强度 $f_y(t)$ ，能够满足工程计算精度要求，(2-45) 式简化为下式：

$$R = K_p f_{y0} \varphi(0) (A_0 - 0.24dt^{0.7}) \quad (2-46)$$

同样以上弦杆 AB 为例，抗力原模型 (2-45) 和简化模型 (2-46) 随时间变化趋势如图 2-8 所示

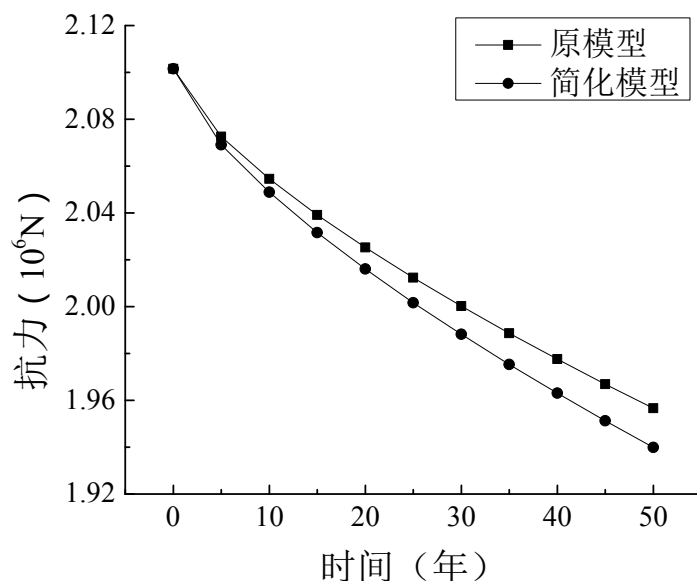


图 2-8 原模型和简化模型变化趋势

上述两种抗力模型变化趋势相近，均能够体现钢结构腐蚀速度由快变慢的趋势，且在 50 年后计算值仅相差 0.85%，因此下述计算分析过程均以式 (2-46) 作为近似抗力模型代替式 (2-45)。

2.8 小结

本章介绍了可靠度理论中的一些基本概念，阐述了失效概率与可靠指标间的对应关系，工程上一般以可靠指标作为结构可靠度的度量。分析了荷载和抗力的不确定性，整理不同参数的统计特性，并以衡阳某知名钢厂的一榀钢屋架为对象，引入钢材大气腐蚀中的幂函数模型，建立了抗力随时间变化模型。考虑到其形式较复杂，提出一种简化模型作为近似处理，为后文对该桁架的可靠度分析提供前提。



第 3 章 基于 JC 法的桁架子结构可靠度计算

3.1 引言

由于结构失效概率 p_f 在计算过程中涉及到积分运算，在工程应用方面不理想。而可靠指标 β 与 p_f 在数值上一一对应，而可靠指标的计算相对失效概率 p_f 而言，较为简单。因此如何准确高效地计算可靠指标 β 成为人们关注的焦点。1976 年国际“结构安全度联合委员会”（JCSS）采用 Rackwitz 和 Fiessler 等人^[1]的建议，通过在二阶矩模式下使用“当量正态”的方法，考虑随机变量的实际分布，即 JC 法。该方法简便易行，具有较高的计算精度，在工程计算中有广泛的应用。

3.2 JC 法计算原理

3.2.1 一次二阶矩法

对于抗力和荷载效应中的随机变量，通常其一阶矩与二阶矩很容易由统计得到。利用二者进行结构可靠度分析，对于一些结构的功能函数为非线性方程，通常选取某些特定的点，利用泰勒公式进行展开，并只取展开式中的一次项，然后通过计算得到其可靠度，该方法称为一次二阶矩法。

假定影响某一结构可靠度的 n 个随机变量因素为 $\vec{X} = [X_1, X_2, \dots, X_n]^T$ ，且均服从正态分布，则该结构的功能函数为：

$$Z = G(\vec{X}) \quad (3-1)$$

对应的极限状态方程为：

$$G(\vec{X}) = 0 \quad (3-2)$$

在由 n 个随机变量因素组成的空间中，任取一点 $\vec{x}_0 = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ ，将结构的功能函数在该点进行泰勒级数展开：



$$Z = G(\bar{x}_0) + \sum \frac{\partial G}{\partial X_i} \Big|_{x_i} (X_i - x_i) + \sum \frac{\partial^2 G}{\partial X_i^2} \Big|_{x_i} (X_i - x_i)^2 + \dots \quad (3-3)$$

只取展开式中的常数项和一次项，结构功能函数近似为：

$$Z = G(\bar{x}_0) + \sum \frac{\partial G}{\partial X_i} \Big|_{x_i} (X_i - x_i) \quad (3-4)$$

对应的极限状态方程为：

$$G(\bar{x}_0) + \sum \frac{\partial G}{\partial X_i} \Big|_{x_i} (X_i - x_i) = 0 \quad (3-5)$$

选择不同的点进行泰勒展开，得到的结果也不同。在 JC 法发展初期，一般选取各随机变量的均值点作为展开点，该方法称为均值一次二阶矩法。但是该方法存在许多的不足，经过一段时间的发展，该方法得到进行了改进。改进的一次二阶矩法是以随机变量空间内离原点最近的点作为展开点，不仅克服了均值一次二阶矩法中的某些缺点，而且在避免大幅地增加计算量的情况下提高了计算精度。

1. 均值一次二阶矩法

当展开点选取的是均值点时，即 $\bar{x}_0 = \bar{\mu}_X = [\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \dots, \mu_{X_n}]^T$ ，则结构的功能函数为：

$$Z = G(\bar{\mu}_X) + \sum \frac{\partial G}{\partial X_i} \Big|_{\mu_X} (X_i - \mu_{X_i}) \quad (3-6)$$

由前述假定，影响结构可靠性的随机变量均服从正态分布，考虑到式（3-6）中功能函数为线性函数，根据概率理论，变量 Z 同样服从正态分布，其均值与标准差分别由下式得到：

$$\mu_Z = G(\bar{\mu}_X) \quad (3-7)$$

$$\sigma_Z = \left[\sum \left(\frac{\partial G}{\partial X_i} \Big|_{\mu_X} \sigma_{X_i} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3-8)$$

根据前文可靠指标 β 的定义，因此结构的可靠度为：



$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{G(\bar{\mu}_X)}{\left[\sum \left(\left. \frac{\partial G}{\partial X_i} \right|_{\mu_X} \sigma_{X_i} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (3-9)$$

对于均值一次二阶矩法而言，其计算简便易行，物理意义清晰。但是该方法存在两个不容忽视的缺点：

- 1) 当结构的可靠度较大时，该方法计算得到的值误差较大；
- 2) 当选择物理意义相同而数学形式不同的极限状态方程时，其结果不同。

2.改进的一次二阶矩法

实际上，工程结构定义的可靠指标 β ，其几何意义为在标准正态坐标下，原点距离结构极限状态面的垂直距离。改进的一次二阶矩法即选取过原点对结构极限状态面垂线的垂足作为展开点，该点也称为验算点，记该点为 $\bar{x}^* = [x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*]$ ，则功能函数可以写为：

$$Z = G(\bar{x}^*) + \sum \left. \frac{\partial G}{\partial X_i} \right|_{x_i^*} (X_i - x_i^*) \quad (3-10)$$

沿用前述假定，各随机变量均服从正态分布且相互独立，则变量 Z 的均值和方差可用下式计算得到：

$$\mu_Z = G(\bar{x}^*) + \sum \left. \frac{\partial G}{\partial X_i} \right|_{x_i^*} (\mu_{X_i} - x_i^*) \quad (3-11)$$

$$\sigma_Z = \left[\sum \left(\left. \frac{\partial G}{\partial X_i} \right|_{x_i^*} \sigma_{X_i} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3-12)$$

展开点 $\bar{x}^* = [x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*]$ 位于结构极限状态面上，因此：

$$G(\bar{x}^*) = 0 \quad (3-13)$$

可靠指标 β 可以写为：



$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{\sum \frac{\partial G}{\partial X_i} \Big|_{x_i^*} (\mu_{X_i} - x_i^*)}{\left[\sum \left(\frac{\partial G}{\partial X_i} \Big|_{x_i^*} \sigma_{X_i} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (3-14)$$

为了简化上式，定义新的表达式 α_i ：

$$\alpha_i = \frac{\frac{\partial G}{\partial X_i} \Big|_{x_i^*} \sigma_{X_i}}{\left[\sum \left(\frac{\partial G}{\partial X_i} \Big|_{x_i^*} \sigma_{X_i} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (3-15)$$

其中 α_i 为第 i 个随机变量标准差占整体标准差的比重，将上式代入（3-12）式有：

$$\sigma_Z = \sum \frac{\partial G}{\partial X_i} \Big|_{x_i^*} \sigma_{X_i} \alpha_i \quad (3-16)$$

（3-14）式可以化简为：

$$\beta = \frac{\sum \frac{\partial G}{\partial X_i} \Big|_{x_i^*} (\mu_{X_i} - x_i^*)}{\sum \frac{\partial G}{\partial X_i} \Big|_{x_i^*} \sigma_{X_i} \alpha_i} \quad (3-17)$$

变形得：

$$\sum \frac{\partial G}{\partial X_i} \Big|_{x_i^*} (\mu_{X_i} - x_i^* - \beta \sigma_{X_i} \alpha_i) = 0 \quad (3-18)$$

考虑到假设中有 n 个随机变量，因此将有 n 线性方程：

$$\mu_{X_i} - x_i^* - \beta \sigma_{X_i} \alpha_i = 0, (i=1,2,\dots,n) \quad (3-19)$$

选取的展开点的坐标为：

$$x_i^* = \mu_{X_i} - \beta \sigma_{X_i} \alpha_i, (i=1,2,\dots,n) \quad (3-20)$$

因为所选取得到的展开点处于结构的极限状态面上，所以该点的坐标还应该满足下式：



$$G\left(\frac{r}{x^*}\right)=0 \quad (3-21)$$

综上所述, $n+1$ 个变量有 $n+1$ 个方程, 因此能够计算得到验算点 $\bar{x}^* = [x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*]$ 的坐标以及可靠指标 β 的值。考虑到 n 值一般较大, 直接计算较为麻烦, 一般采用迭代的方式计算。

改进后的一次二阶矩法不仅能够解决均值一次二阶矩法中存在的问题, 而且能够在避免大幅度提高计算量的前提下, 提高了可靠指标的计算精度。但是一次二阶矩法中都对结构功能函数进行了线性化, 对于非线性程度较高的功能函数, 其计算结果偏差较大; 其次, 对于一些功能函数不是显示形式的结构, 该方法也不能使用。

3.2.2 当量正态化

前文介绍了在工程结构可靠指标计算过程中, 应用十分广泛的一次二阶矩法。但是该方法有一个前提假设, 即假设影响结构可靠度的各个随机变量均服从正态分布。实际上, 结构抗力与荷载效应往往不服从该分布, 如材料的强度服从的是对数正态分布, 荷载中的风雪荷载一般认为服从极值I型分布。因此有必要提出一种方法对影响因素实际分布进行处理, 当量正态化方法即是用来解决该问题而提出来的理论。

当量正态化方法的基本思路为: 用某特定的正态分布“当量等价”可靠度分析中各随机变量的实际分布, 在等价过程需要满足两个前提条件:

- 1) 等价之后的正态分布在验算点处即 $\bar{x}^* = [x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*]$ 的分布函数值应与原分布的分布函数值相同;
- 2) 等价之后的正态分布在验算点处即 $\bar{x}^* = [x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*]$ 的密度函数值应与原分布的密度函数值相同。

记等价之后的随机变量为 X_i^* , 原随机变量为 X_i , 则当量正态化法前提条件的数学形式如下:

$$F_{X_i^*}(x_i^*) = F_{X_i}(x_i^*) \quad (3-22)$$

$$f_{X_i^*}(x_i^*) = f_{X_i}(x_i^*) \quad (3-23)$$



其中， $F(\cdot), f(\cdot)$ 分别为随机变量的累积分布函数和密度函数； x_i^* 为验算点处的坐标值。

当量等价后的正态分布的均值 $\mu_{x_i^*}$ 和标准差 $\sigma_{x_i^*}$ 可按下列式计算：

$$\mu_{x_i^*} = x_i^* - \Phi^{-1}[F_{x_i}(x_i^*)]\sigma_{x_i^*} \quad (3-24)$$

$$\sigma_{x_i^*} = \frac{\phi\{\Phi^{-1}[F_{x_i}(x_i^*)]\}}{f_{x_i}(x_i^*)} \quad (3-25)$$

其中， ϕ, Φ^{-1} 分别为标准正态分布概率密度函数和标准正态累积函数的反函数。

至此，对于一般的结构可靠度计算而言，先统计影响可靠性的随机变量，对于不服从正态分布的随机变量，可以通过当量正态化的方法获得相对应得到正态分布，最后通过改进的一次二阶矩法计算得到最终的可靠度。该方法即称为 JC 法，对于该方法，步骤结构清晰，简单易行，可进行编程实现，程序框图 3-1 如下：

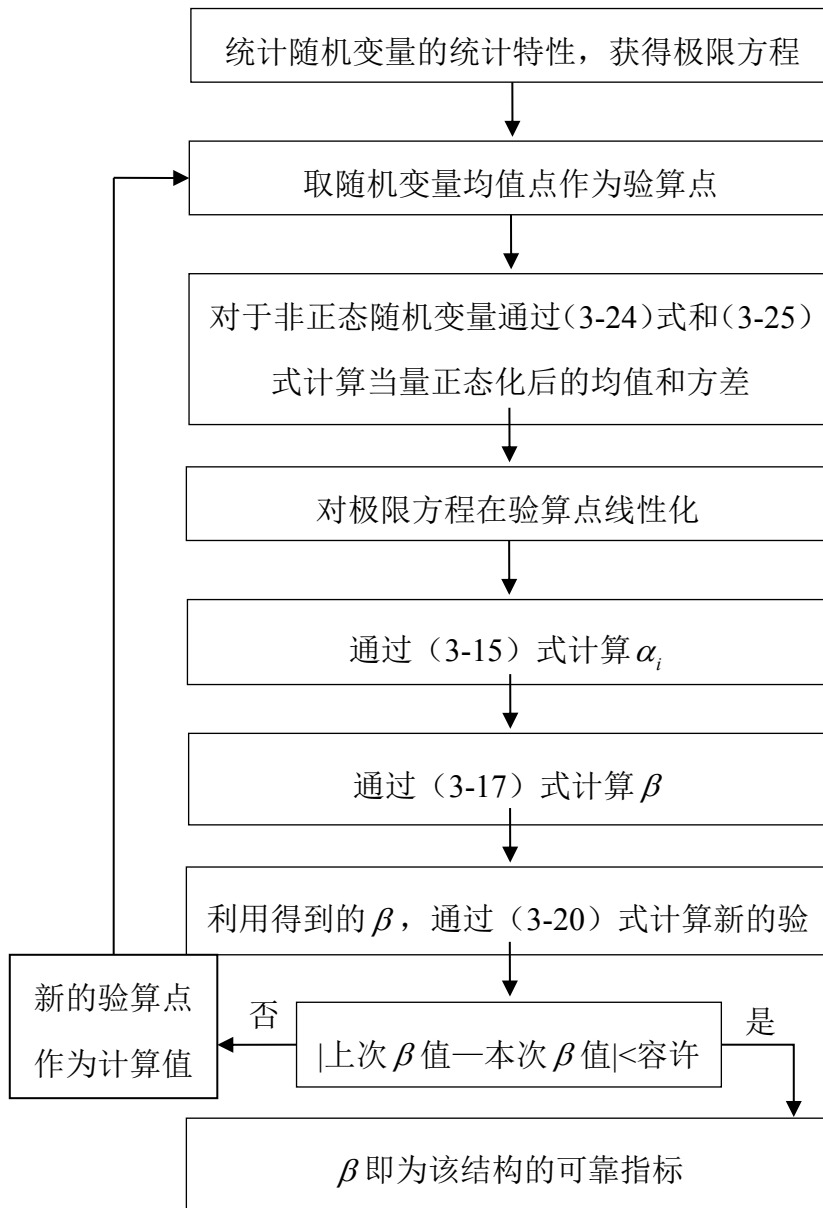


图 3-1 JC 法程序框图

3.3 桁架子结构可靠度计算

前述已对衡阳某知名钢厂的一榀屋架建立了抗力模型，随着时间的推移，结构的抗力不断降低，而荷载作为一个与时间无关的随机变量，因此不同时刻点处结构的可靠度不同，且可靠指标将有下降的趋势。本节将用 JC 法计算该桁架各杆件的可靠度。

3.3.1 荷载与荷载效应

荷载效应是指由荷载引起结构或结构构件的反应，在该处指的是由荷载引起的各杆



件的内力。考虑到屋架为静定的桁架，荷载效应与荷载为线性关系：

$$S' = k_f S \tag{3-26}$$

其中：S 为任意荷载；

S' 为由荷载引起的荷载效应，该处指荷载引起的杆件内力；

k_f 为荷载效应系数，它指的是因荷载引起的效应值（变形，内力等）与结构所受荷载的比值。

根据统计理论，荷载效应的均值 $\mu_{S'}$ 和标准差 $\sigma_{S'}$ 可按下式计算：

$$\begin{aligned} \mu_{S'} &= k_f \mu_S \\ \sigma_{S'} &= k_f \sigma_S \end{aligned} \tag{3-27}$$

对于该桁架而言，永久荷载和可变荷载均为均布荷载，且都等效为集中荷载加载到桁架上弦节点上，每个节点除边节点外的加载荷载值都相同，边节点取一半，因此在该屋架各上弦节点加上单位荷载 1，边节点为 0.5，如图 3-2 所示：

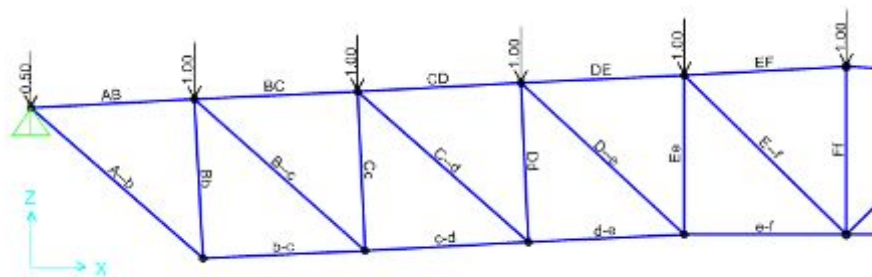


图 3-2 结构加载单位荷载

各杆件的内力数值即为荷载在该屋架上的荷载效应系数，如表 3-1 所示：

表 3-1 荷载效应系数

杆件名称	效应系数	杆件名称	效应系数
AB	1.73	Bb	-4.84
BC	-2.17	Cc	-3.84
CD	-5.04	Dd	-2.84
DE	-6.8	Ee	-1.16
EF	-6.96	Ff	-0.31

上弦杆

腹杆



续表 3-1 荷载效应系数

杆件名称		效应系数	杆件名称		效应系数
下弦杆	bc	4.98	斜杆	Ab	6.94
	cd	8.93		Bc	5.51
	de	11.86		Cd	4.08
	ef	13.74		De	2.58
				Ef	0.22

注：+表示受拉，-表示受压

该桁架各杆件在全跨永久荷载和全跨可变荷载组合工况下最不利，以下所有计算均在全跨永久荷载和全跨可变荷载组合工况下进行。

1) 永久荷载效应

根据前文所述，永久荷载分布服从正态分布，其均值与标准值的比值 $k_G = 1.06$ ，变异系数为 $\delta_G = 0.074$ 。前文计算得到该屋盖系统的永久荷载大小取 0.8 kN/m^2 ，取均布永久荷载等效在桁架上弦节点处的集中荷载作为荷载计算值 S_G ，其中， $\mu_{S_G} = 54.95 \text{ kN/m}^2$ ， $\sigma_{S_G} = 4.07 \text{ kN/m}^2$ 。根据上述荷载与荷载效应关系，各杆件由永久荷载引起的效应 S'_G 的统计参数如表 3-2 所示：

表 3-2 各杆件的荷载效应统计数据 (kN)

杆件名称	效应系数	永久荷载效应		可变荷载效应		
		均值	标准差	均值	标准差	
上弦杆	AB	1.73	95.06	7.04	12.66	10.31
	BC	-2.17	-119.24	-8.83	-15.88	-12.93
	CD	-5.04	-276.95	-20.51	-36.89	-30.04
	DE	-6.8	-373.66	-27.68	-49.78	-40.53
	EF	-6.96	-382.45	-28.33	-50.95	-41.48



续表 3-2 各杆件的荷载效应统计数据（kN）

	杆件名称	效应系数	永久荷载效应		可变荷载效应	
			均值	标准差	均值	标准差
下弦杆	bc	4.98	273.65	20.27	36.45	29.68
	cd	8.93	490.70	36.35	65.37	53.22
	de	11.86	651.71	48.27	86.82	70.69
	ef	13.74	755.01	55.92	100.58	81.89
腹杆	Bb	-4.84	-265.96	-19.70	-35.43	-28.85
	Cc	-3.84	-211.01	-15.63	-28.11	-22.89
	Dd	-2.84	-156.06	-11.56	-20.79	-16.93
	Ee	-1.16	-63.74	-4.72	-8.49	-6.91
	Ff	-0.31	-17.03	-1.26	-2.27	-1.85
	Ab	6.94	381.35	28.25	50.80	41.36
斜杆	Bc	5.51	302.77	22.43	40.33	32.84
	Cd	4.08	224.20	16.61	29.87	24.32
	De	2.58	141.77	10.50	18.89	15.38
	Ef	0.22	12.09	0.90	1.61	1.31

2) 可变荷载效应

根据前文所述，取雪荷载作为可变荷载。雪荷载服从极值I型分布，取雪荷载在设计使用期限内最大值随机变量作为可变荷载变量。根据我国荷载规范^[18]取重现期为设计使用期限的最大雪荷载值作为雪荷载标准值。计算公式如下

$$x_R = u_T - \frac{1}{a_T} \ln \left[\ln \left(\frac{R}{R-1} \right) \right] \quad (3-28)$$

取荷载规范中衡阳地区重现期分别为 50 年、100 年的雪荷载标准值分别为 0.35kN/m²，0.4kN/m²，代入上式中计算得 $a_T = 14, u_T = 0.071$ 。考虑到：



$$\sigma = \frac{1.28255}{a_T} \tag{3-29}$$

$$\mu = u_T + \frac{0.57722}{a_T}$$

因此可变荷载的统计参数值为 $\mu = 0.113, \sigma = 0.092$ 。类似永久荷载效应，取均布可变荷载等效在桁架上弦节点处的集中荷载作为荷载计算值 S_Q ，其中， $\mu_{S_Q} = 7.32 \text{ kN/m}^2$ ， $\sigma_{S_Q} = 5.96 \text{ kN/m}^2$ 。根据上述荷载与荷载效应关系，各杆件由永久荷载引起的效应 S'_Q 的统计参数如表 3-2 所示。

3.3.2 抗力统计参数

1) 几何参数

该处计算取杆件的截面面积作为几何尺寸变量，其均值取设计值，变异系数 δ_C 取 0.05。各杆件截面尺寸统计特性如表 3-3：

表 3-3 各杆件几何参数统计参数 (mm²)

	杆件名称	均值	标准差
上弦杆	AB	9688	484.4
	BC	9688	484.4
	CD	9688	484.4
	DE	9688	484.4
	EF	9688	484.4
下弦杆	bc	7392	369.6
	cd	7392	369.6
	de	7392	369.6
腹杆	ef	7392	369.6
	Bb	3872	193.6
	Cc	3072	153.6
	Dd	2752	137.6

续表 3-3 各杆件几何参数统计参数 (mm²)

	杆件名称	均值	标准差
斜 杆	Ee	1728	86.4
	Ff	1608	80.4
	Ab	4800	240
	Bc	3392	169.6
	Cd	2752	137.6
	De	1848	92.4
	Ef	2752	137.6

2) 钢材强度

材料强度一般服从对数正态分布或正态分布，对于该结构的钢材屈服强度，认为其服从正态分布。该结构采用 Q235 钢，屈服强度标准值为 235 N/mm²，其变异系数 δ_f 取 0.08:

$$f_k = \mu_f - 1.645\sigma_f \quad (3-30)$$

$$\delta_f = \frac{\sigma_f}{\mu_f} \quad (3-31)$$

代入有:

$$\mu_f = \frac{f_k}{1 - 1.645\delta_f} \quad (3-32)$$

代入 Q235 的相关参数，则 $\mu_f = 270.6 \text{ N/mm}^2$, $\sigma_f = 21.7 \text{ N/mm}^2$ 。

3) 计算模式不定性

该桁架结构在计算过程中将涉及到轴心受拉和轴心受压两种不同的计算模式。根据表 2-4，对于受拉模型 $\mu_{kp} = 1.05$ ， $\sigma_{kp} = 0.07$ ；对于受压模型 $\mu_{kp} = 1.03$ ， $\sigma_{kp} = 0.07$ 。

3.3.2 基于 JC 法桁架可靠度计算

1) 功能函数的线性化

前文已经建立了该结构中任意杆件的抗力模型:



$$R = K_p f_{y0} \varphi(0) (A_0 - 0.24dt^{0.7}) \quad (3-33)$$

为了表达方便，记永久荷载效应为 S_G 代替 S'_G ，可变荷载效应为 S_Q 代替 S'_Q ，因此功能函数为：

$$Z = R - S = K_p f_{y0} \varphi(0) (A_0 - 0.24dt^{0.7}) - S_G - S_Q \quad (3-34)$$

该函数存在五个随机变量，在极限状态曲面上选取一点 $X^* = [K_p^*, f_y^*, A_0^*, S_G^*, S_Q^*]^T$ 作为泰勒级数展开点，上式变形为：

$$Z = Z(X^*) + f_y^* \varphi(0) \cdot (A_0^* - 0.24Lt^{0.7}) \cdot (K_p - K_p^*) + K_p^* \varphi(0) \cdot (A_0^* - 0.24Lt^{0.7}) \cdot (f_y - f_y^*) + K_p^* f_y^* \varphi(0) \cdot (A_0 - A_0^*) - (S_G - S_G^*) - (S_Q - S_Q^*) \quad (3-35)$$

因为选取的线性化点位于极限状态曲面上，即 $Z(X^*) = 0$ ，上式等价于：

$$Z = f_y^* \varphi(0) \cdot (A_0^* - 0.24Lt^{0.7}) \cdot K_p + K_p^* \varphi(0) \cdot (A_0^* - 0.24Lt^{0.7}) \cdot f_y + K_p^* f_y^* \varphi(0) \cdot A_0 - S_G - S_Q - [f_y^* \varphi(0) \cdot (A_0^* - 0.24Lt^{0.7}) \cdot K_p^* + K_p^* \varphi(0) \cdot (A_0^* - 0.24Lt^{0.7}) \cdot f_y^* + K_p^* f_y^* \varphi(0) \cdot A_0^* - S_G^* - S_Q^*] \quad (3-36)$$

若令：

$$\begin{aligned} \alpha(t) &= f_y^* \varphi(0) \cdot (A_0^* - 0.24Lt^{0.7}) \\ \beta(t) &= K_p^* \varphi(0) \cdot (A_0^* - 0.24Lt^{0.7}) \\ \chi(t) &= K_p^* f_y^* \varphi(0) \\ C(t) &= \text{常数项} \end{aligned} \quad (3-37)$$

则可以简化为：

$$Z = \alpha(t)K_p + \beta(t)f_y + \chi(t)A_0 - S_G - S_Q - C(t) \quad (3-38)$$

2) 不同时刻点处的可靠指标。

随着时间的发展，结构的抗力由于环境等因素的影响，其值将不断下降，而荷载效应是在设计期限内出现的最大值随机变量，只随设计使用期限变化。因此在设计使用期限内结构的可靠指标将不断下降。对式（3-38）当 t 取不同时间点时将对应不同时刻点处的结构功能函数，再分别利用 JC 法即可求得不同时刻点下结构的可靠度，相应的计算程序见附录 1。

根据上述程序，该结构各杆件在已使用了 0,5,10,15,20,25,30,35,40,45,50 年的可靠指



标见下表 3-4:

表 3-4 各杆件在不同时刻点处的可靠指标

杆件 名称	结构已使用时间（年）										
	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
AB	11.80	11.79	11.78	11.78	11.77	11.77	11.76	11.76	11.75	11.75	11.75
BC	11.33	11.31	11.30	11.29	11.28	11.27	11.26	11.25	11.25	11.24	11.23
CD	9.46	9.40	9.37	9.34	9.31	9.28	9.25	9.23	9.21	9.18	9.16
DE	8.21	8.14	8.09	8.05	8.01	7.98	7.94	7.91	7.88	7.85	7.82
EF	8.10	8.03	7.98	7.94	7.90	7.86	7.83	7.79	7.76	7.73	7.70
bc	9.49	9.42	9.38	9.35	9.31	9.28	9.25	9.22	9.19	9.17	9.14
cd	6.80	6.70	6.64	6.58	6.53	6.49	6.44	6.40	6.36	6.31	6.27
de	5.15	5.05	4.98	4.92	4.86	4.81	4.77	4.72	4.68	4.63	4.59
ef	4.24	4.13	4.06	4.00	3.95	3.89	3.85	3.80	3.75	3.71	3.67
Bb	5.13	4.97	4.87	4.78	4.70	4.62	4.55	4.47	4.41	4.34	4.27
Cc	4.48	4.31	4.21	4.12	4.03	3.95	3.88	3.81	3.74	3.67	3.60
Dd	5.24	5.08	4.97	4.88	4.80	4.72	4.65	4.57	4.50	4.44	4.37
Ee	6.67	6.47	6.34	6.22	6.11	6.01	5.91	5.82	5.72	5.63	5.54
Ff	10.80	10.73	10.69	10.65	10.61	10.57	10.53	10.50	10.46	10.42	10.39
Ab	5.78	5.65	5.57	5.50	5.43	5.37	5.32	5.26	5.21	5.15	5.10
Bc	5.08	4.92	4.81	4.72	4.64	4.56	4.49	4.41	4.34	4.28	4.21
Cd	5.63	5.47	5.36	5.27	5.19	5.11	5.04	4.97	4.90	4.83	4.76
De	5.98	5.77	5.63	5.51	5.40	5.30	5.20	5.10	5.00	4.91	4.82
Ef	12.18	12.17	12.17	12.16	12.16	12.16	12.15	12.15	12.15	12.14	12.14

各杆件已使用年限为 0 和 50 年的可靠度如图 3-3 所示，该结构构件均属于延性破坏，安全等级为一级，设计可靠指标 $[\beta]=3.7$ 。

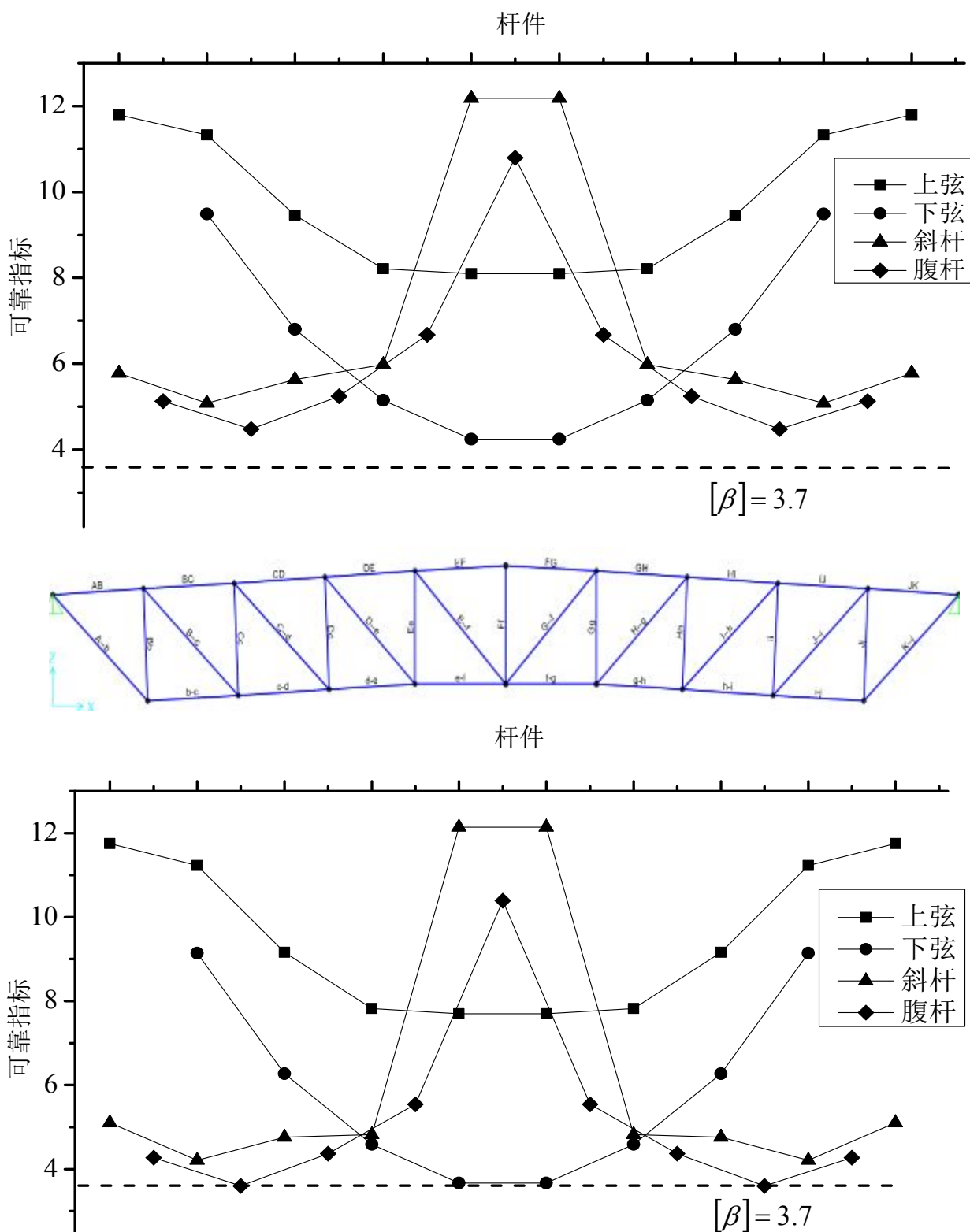


图 3-3 各杆件已使用 0（上）和 50（下）年可靠指标示意图

现行可靠度计算方法取已使用年限为 0 年的可靠指标作为该构件的可靠度，但从上图明显可以看出有些杆件在使用了 50 年后，其可靠指标接近或者低于设计可靠指标。



从图 3-3 还可以看出，不同杆件在不同位置的可靠度差异较大，上下弦杆件的可靠度从两端向中间不断下降，而腹杆和斜杆的可靠度从两端向中间不断增大，以使用年限为 0 年为例，其中最大的可靠指标 12.18 对应杆件斜杆 Ef、Gf，而最小的可靠指标 4.24 对应下弦杆 ef、fg，已经很接近设计可靠指标 $[\beta]=3.7$ 。这是由于在屋架设计过程中，在保证结构的承载力外，还需要考虑结构美观、构造措施等，因此对于一些荷载效应较小的构件而言，其抗力均值往往远大于荷载效应，所以可靠度较大；而对于一些荷载效应较大的构件，考虑经济等因素，一般能满足构件安全性要求即可，因此抗力均值与荷载效应相差差不多，可靠度较小。

上述是桁架子结构在使用年限为 0 和 50 年的可靠度，若取不同使用年限，即可得到可靠度与时间的关系。以上述 50 年后可靠指标低于目标值的 Cc 杆件为例，其可靠指标随时间的变化趋势如下图 3-4：

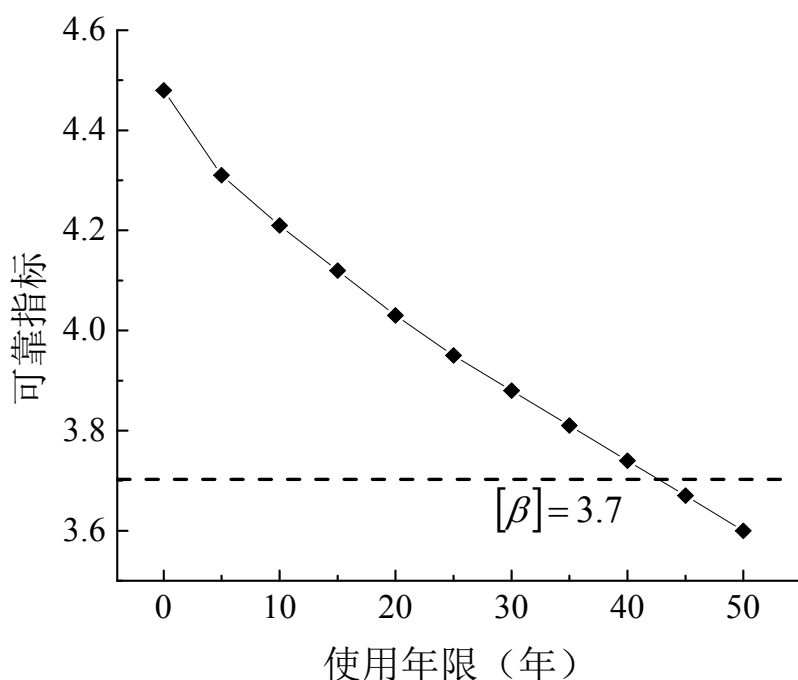


图 3-4 Cc 杆在不同时刻的可靠指标

从图 3-4 可知，由于抗力衰减的关系，杆件的可靠指标将随时间下降，并且其下降的速率由快变慢，这刚好吻合钢材大气腐蚀规律，前期腐蚀速率较快，后期由于腐蚀产物的一定的保护性，速率变缓，前期持续时间大约在 0~8 年左右。从上图还可以看出，在使用了大约 42 年后，构件的可靠度已经低于设计可靠指标，已经不满足设计要求。



因此用使用之初的可靠度评价抗力对时间变异性较大的结构是不合适的。

3.4 小结

本章简单介绍了可靠度计算过程中一种简单实用的计算方法——JC 法。其基本原理为先对影响结构可靠性的随机变量进行当量正态化，再利用随机变量的一阶矩与二阶矩进行可靠指标的计算。本章利用该方法计算了桁架中各杆件在不同时刻的可靠度，对比了不同杆件可靠度的差异性，描述了可靠度随时间的变化趋势。结果表明以结构使用之初的可靠度评价抗力具有较大变异性的结构是不合适的。

第 4 章 基于时段分析法钢桁架时变可靠度计算

4.1 引言

根据前文所述，由于钢材腐蚀现象的影响，可靠度随时间有明显的下降趋势，而且对于其中某些杆件，在设计使用期限内已经低于设计可靠指标，因此现行的可靠度计算方法不适用于抗力具有较大变异性的结构。本章介绍另一种评价结构可靠度的概念——时变可靠度，并利用时段分析法^[22]计算钢桁架的时变可靠度，与前文得到的结果进行比较。

4.2 时变结构可靠度概念

前文所述均将结构抗力和荷载效应视为随机变量，抗力取设计之初结构的抗力值，荷载效应取在设计使用期限内最大值随机变量，即只考虑荷载效应的时间变异性。对于一些抗力对时间较敏感的结构，如钢结构，其抗力大多呈下降的趋势。抗力与荷载效应随时间变化趋势^[23]如图 4-1 所示：

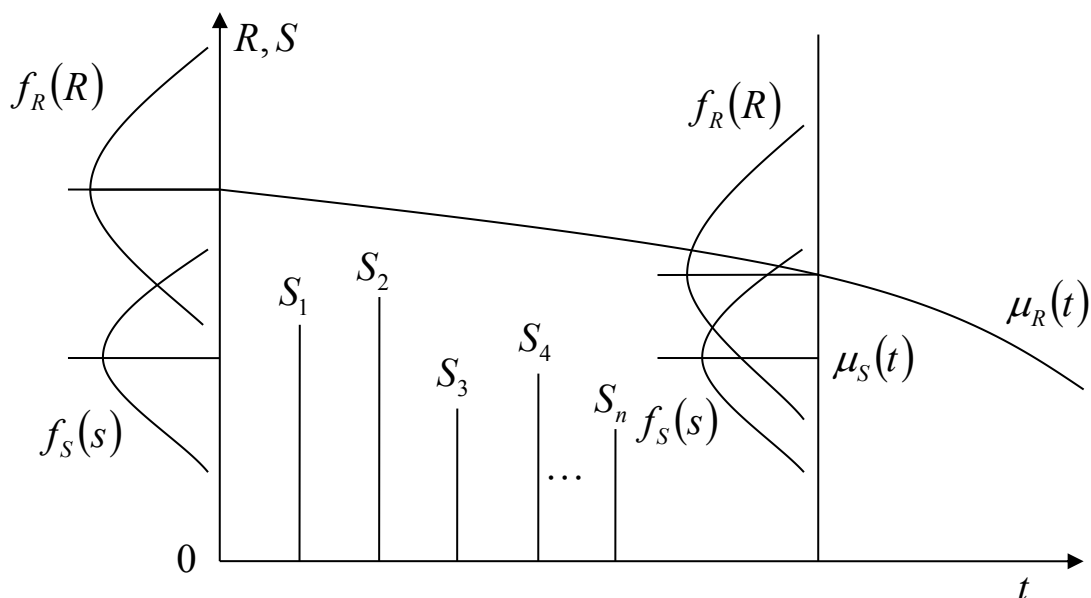


图 4-1 抗力与荷载效应变化趋势图

对于这类结构而言，抗力和荷载效应均为随机过程，结构的失效概率不仅应该考虑



某一特定时刻点 t 抗力小于效应的概率，还应全面考虑在整个设计使用期限内抗力小于效应的概率。贡金鑫^[24]等认为此时结构的极限状态方程可以写成如下形式：

$$Z(t) = R(t) - S(t) \quad (4-1)$$

其中： $R(t)$ 为结构抗力随机过程，由一个或多个抗力随机过程因素线性或非线性关系组合而成； $S(t)$ 为荷载效应随机过程，由一个或多个荷载效应线性或非线性关系组合而成；则结构在设计使用期限 T 内的可靠概率 p'_s ：

$$\begin{aligned} p'_s &= P\{Z(t) > 0, t \in [0, T]\} \\ &= P\{R(t) > S(t), t \in [0, T]\} \end{aligned} \quad (4-2)$$

上式表示结构要求在设计使用期限内每一时刻均满足抗力大于荷载效应，结构才处于可靠状态。结构在设计期限内失效事件与可靠事件互为补事件，因此结构在设计使用期限内的失效概率 p'_f ：

$$\begin{aligned} p'_f &= 1 - p'_s = 1 - P\{R(t) > S(t), t \in [0, T]\} \\ &= P\{R(t) < S(t), t \in [0, T]\} \end{aligned} \quad (4-3)$$

上式表示结构在设计使用期限内的任意时刻抗力小于荷载效应，结构即被认为是失效。

类似静态结构定义的可靠度指标，时变结构的可靠度 β' ：

$$p'_f = \Phi(-\beta') \quad (4-4)$$

$$\beta' = \Phi^{-1}(p'_f) \quad (4-5)$$

其中 p'_f 为结构的失效概率，与给定的设计期限有关，因此结构的可靠度 β' 与设计期限有关。一般地，设计期限越长，失效概率 p'_f 越大，可靠度 β' 值越小。

4.3 计算方法

对于上述时变可靠度的计算，姚继涛^[22]提出了时段分析的方法进行计算。该方法具



有很好的适用性，并且不需要对荷载效应进行组合。

假设某一工程结构的设计使用期限为 T ，其抗力随机过程为 $R(t)$ ，荷载效应包括可变荷载效应 $S_Q(t)$ ，永久荷载效应 $S_G(t)$ ，并仍假定各荷载效应均为平稳二项随机过程。将使用期限 T 分别按照抗力、不同荷载效应划分为不同数量的时段，具体划分形式如图 4-2 所示：

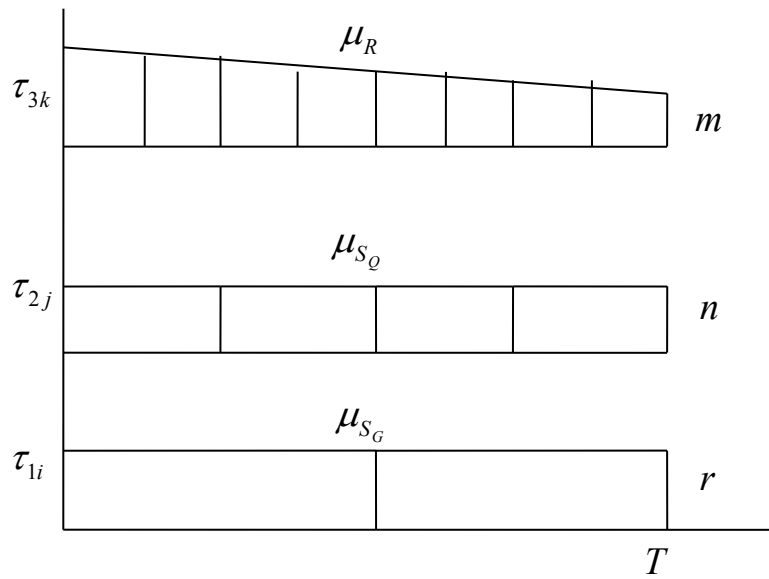


图 4-2 时段划分示意图

如上图所示，抗力随机过程被离散成 m 个时间段，记每一段为 $\tau_{3k} (k=1,2,..m)$ ；可变荷载被离散成 n 个时间段，记每一段为 $\tau_{2j} (j=1,2,..n)$ ；永久荷载被离散成 r 个时间段，记每一段为 $\tau_{1i} (i=1,2,..r)$ ，并且 m, n, r 成整数倍关系。对于抗力时间段，取每一时间段段末时刻点处的抗力值作为代表该段的随机变量，记为 $R(t_k) (k=1,2,..m)$ ；对于荷载效应时间段，由于荷载服从平稳二项随机过程，其统计参数和服从分布均不变，因此可以取段内任意时刻点处荷载效应值作为代表该段的随机变量，分别记为 $S_Q(t_j) (j=1,2,..n)$ ， $S_G(t_i) (i=1,2,..r)$ 。根据荷载平稳二项随机过程模型，荷载效应在各时段间完全独立，在时段内完全相关。



在时段 $\tau_{3k} (k=1,2\dots m)$ 内的功能函数为：

$$Z(\tau_{3k}) = R(\tau_{3k}) - S_Q(\tau_{2j}) - S_G(\tau_{1i}), (\tau_{3k} \in \tau_{2j} \in \tau_{1i}) \quad (4-6)$$

式中的变量均为随机变量，因此可用第三章 JC 法分别计算得到时段 $\tau_{3k} (k=1,2\dots m)$ 内可靠指标 $\beta_{3k} (k=1,2\dots m)$ 。如果结构在整个设计使用期限内可靠，则需要保证结构在每一时段内均保持可靠状态，即类似于串联结构的可靠度计算。根据式（4-3）有：

$$p'_f(T) = 1 - p'_s(T) = 1 - P\{Z(\tau_{3k}) > 0, k=1,2\dots m\} \quad (4-7)$$

$$\begin{aligned} &= 1 - P\left\{\bigcap_{k=1}^m [Z(\tau_{3k}) > 0]\right\} \\ &= 1 - \Phi_m(\beta, \rho) \end{aligned} \quad (4-8)$$

其中： $\Phi_m(\cdot)$ 为 m 维标准正态分布函数； β 为功能函数为 $Z(\tau_{3k})$ 的可靠指标向量（ m 维）； ρ 为功能函数为 $Z(\tau_{3k})$ 的相关系数矩阵（ m 维）。

按照上式即可计算得到结构的时变可靠度，但一般而言，若要保证精度， m 取值较大， $\Phi_m(\cdot)$ 的求解有一定的困难，可按如下思路^[22]简化：

1) 时段 $\tau_{2j} (j=1,2\dots n)$

与式（4-7）类似，结构在时段 $\tau_{2j} (j=1,2\dots n)$ 内的失效概率可以表示为

$$p'_f(\tau_{2j}) = 1 - p'_s(\tau_{2j}) = 1 - P\{Z(\tau_{3k}) > 0, \tau_{3k} \in \tau_{2j}\} \quad (4-9)$$

$$\begin{aligned} &= 1 - P\left\{\bigcap [Z(\tau_{3k}) > 0], \tau_{3k} \in \tau_{2j}\right\} \\ &= 1 - \Phi_2(\beta_1, \rho_1) \end{aligned} \quad (4-10)$$

其中： β_1 为元素均为 $\beta_{3k} (\tau_{3k} \in \tau_{2j})$ 的二维向量； ρ_1 为功能函数为 $Z(\tau_{3k})$ 在时段 $\tau_{2j} (\tau_{3k} \in \tau_{2j})$ 的 2×2 阶自相关系数矩阵，可按相关系数定义计算。

2) 时段 $\tau_{1i} (i=1,2\dots r)$

与 $\tau_{2j} (j=1,2\dots n)$ 内计算形式类似，结构在 $\tau_{1i} (i=1,2\dots r)$ 内的失效概率可以表示为



$$p'_f(\tau_{1i}) = 1 - p'_s(\tau_{1i}) = 1 - P\{Z(\tau_{2j}) > 0, \tau_{2j} \in \tau_{1i}\} \quad (4-11)$$

$$\begin{aligned} &= 1 - P\left\{\bigcap [Z(\tau_{2j}) > 0], \tau_{2j} \in \tau_{1i}\right\} \\ &= 1 - \Phi_2(\beta_2, \rho_2) \end{aligned} \quad (4-12)$$

其中： β_2 为元素均为 $\beta_{2j}(\tau_{2j} \in \tau_{1i})$ 的二维向量，可由 τ_{2j} 内的失效概率计算得到； ρ_2 为功能函数为 $Z(\tau_{2j})$ 在时段 $\tau_{1i}(\tau_{2j} \in \tau_{1i})$ 的 2×2 阶自相关系数矩阵。

3) 设计使用期限 T

与 $\tau_{2j}(j=1,2\dots n)$ 内计算形式类似，结构在使用期限 T 内的失效概率可以表示为

$$p'_f(T) = 1 - p'_s(T) = 1 - P\{Z(\tau_{1i}) > 0, i=1,2\} \quad (4-13)$$

$$\begin{aligned} &= 1 - P\left\{\bigcap [Z(\tau_{1i}) > 0], i=1,2\right\} \\ &= 1 - \Phi_2(\beta_3, \rho_3) \end{aligned} \quad (4-14)$$

其中： β_3 为元素均为 $\beta_{1i}(i=1,2)$ 的二维向量，可由 τ_{1i} 内的失效概率计算得到； ρ_3 为功能函数为 $Z(\tau_{1i})$ 在整个使用期限 T 内的 2×2 阶自相关系数矩阵。

根据上述思路，逐步计算各时段内的可靠指标，最后再计算在整个设计使用期限内的可靠指标，将原本需要计算的 m 维标准正态分布函数，逐步分解为低维的函数积分求解。上述讨论只是针对按图 4-2 所示的时段划分，不同的划分，需要考虑的函数维度也是不相同的。上述讨论中涉及到低维的正态分布求解，需要用到数值积分。若计算中各相关系数相差不大，文献^[25]提出下式 4-15 简化为一维积分进行估算。

$$\Phi_m(\beta, \rho) = \int_{-\infty}^{+\infty} \prod \left[\Phi \left(\frac{\beta_i - \sqrt{\bar{\rho}}t}{\sqrt{1 - \bar{\rho}}} \right) \right] \varphi(t) dt \quad (4-15)$$

其中： $\bar{\rho}$ 为相关系数矩阵部分元素平均值，按下式计算。

$$\bar{\rho}_{i,j} = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i,j=1, i \neq j}^n \rho(Z_i, Z_j) \quad (4-16)$$



4.4 基于时段分析法的桁架可靠度计算

4.4.1 时段划分

根据第二章所言，该桁架需要考虑的随机因素包括：抗力 $R(t)$ ，可变荷载效应 $S_Q(t)$ ，永久荷载效应 $S_G(t)$ 。设计使用期限 T 取 50 年，时段划分方式如图 4-3 所示。这样的划分保证了抗力荷载效应间的时段数互成比例，并能保证足够的精度。

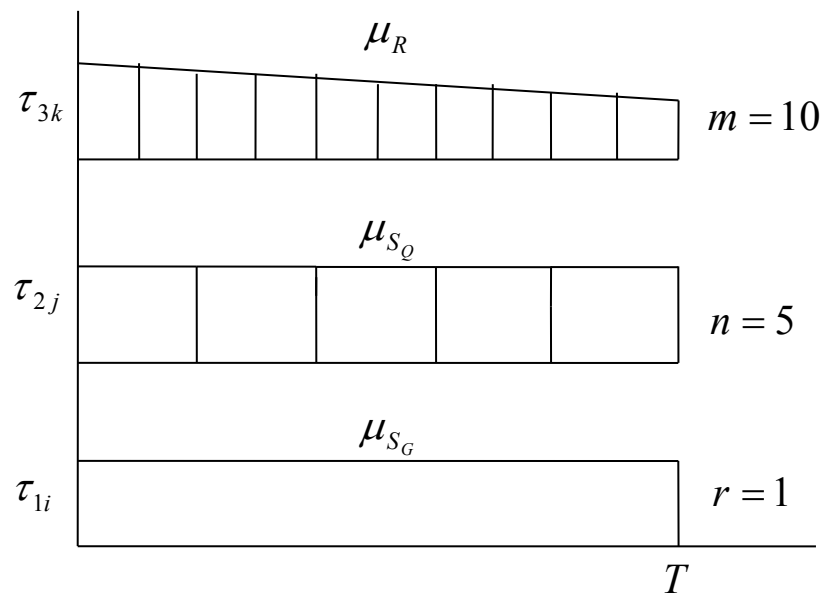


图 4-3 时段划分示意图

4.3.2 时段 τ_{3k} ($k=1,2,\dots,10$) 可靠指标

该时段处的功能函数为：

$$Z(\tau_{3k}) = R(\tau_{3k}) - S_Q(\tau_{2j}) - S_G(\tau_{1i}), (\tau_{3k} \in \tau_{2j} \in \tau_{1i}) \quad (4-17)$$

其中，抗力取时段 τ_{3k} 段末抗力值，由于荷载效应平稳二项随机过程，其统计特性在各时段内均保持一致，因此杆件在时段 τ_{3k} ($k=1,2,\dots,10$) 可靠指标对应于第三章中各杆件在第 5,10,15,20,25,30,35,40,45,50 年的可靠指标。该结果已由第三章计算得到，见表 3-4。

4.3.3 时段 τ_{2j} ($j=1,2,\dots,5$) 可靠指标



根据式 4-10，时段 τ_{2j} ($j=1,2,\dots,5$) 的失效概率可按式计算：

$$p'_f(\tau_{2j}) = 1 - \Phi_2(\beta_1, \rho_1) \quad (4-18)$$

其中， β_1 为元素均为 β_{3k} ($\tau_{3k} \in \tau_{2j}$) 的二维向量，数值已由上节得到； ρ_1 为功能函数为 $Z(\tau_{3k})$ 在时段 τ_{2j} ($\tau_{3k} \in \tau_{2j}$) 的 2×2 阶自相关系数矩阵，以下讨论 ρ_1 的计算方式。

功能函数在 τ_{3k} 时段的表达形式为：

$$Z(\tau_{3k}) = R(\tau_{3k}) - S_Q(\tau_{2j}) - S_G(\tau_{1i}), (\tau_{3k} \in \tau_{2j} \in \tau_{1i}) \quad (4-19)$$

其中抗力取各时段的最小值，因此上式等价于：

$$Z = \alpha(t_{3k})K_p + \beta(t_{3k})f_y + \chi(t_{3k})A_0 - S_G - S_Q - C(t_{3k}) \quad (4-20)$$

假定一随机过程 $G(t) = D(t) + C(t)$, $D(t) = A(t) + B(t)$ ，各变量间均相互独立，记其在任意时刻 t_1, t_2 处为：

$$G_1 = D_1 + C_1, D_1 = A_1 + B_1 \quad (4-21)$$

$$G_2 = D_2 + C_2, D_2 = A_2 + B_2 \quad (4-22)$$

则该随机过程在时刻 t_1, t_2 处的自相关系数为：

$$\begin{aligned} COV(G_1, G_2) &= E(G_1 \cdot G_2) - E(G_1) \cdot E(G_2) \\ &= E[(D_1 + C_1) \cdot (D_2 + C_2)] - [E(D_1) + E(C_1)] \cdot [E(D_2) + E(C_2)] \\ &= E(D_1 D_2 + D_1 C_2 + C_1 D_2 + C_1 C_2) - E(D_1)E(D_2) - E(C_1)E(D_2) \\ &\quad - E(C_1)E(D_2) - E(C_1)E(C_2) \\ &= E(D_1 D_2) - E(D_1)E(D_2) + E(C_1 C_2) - E(C_1)E(C_2) \end{aligned} \quad (4-23)$$

观察到

$$E(D_1 D_2) - E(D_1)E(D_2) = COV(D_1, D_2) \quad (4-24)$$

故：

$$COV(G_1, G_2) = COV(A_1, A_2) + COV(B_1, B_2) + COV(C_1, C_2) \quad (4-25)$$

根据自相关系数的定义：



$$\rho(G_1, G_2) = \frac{COV(G_1, G_2)}{\sqrt{D(G_1) \cdot D(G_2)}} \quad (4-26)$$

对于任意变量均有：

$$COV(A_1, A_2) = \rho(A_1, A_2) \cdot \sqrt{D(A_1) \cdot D(A_2)} \quad (4-27)$$

将上式代入，有

$$\begin{aligned} \rho(G_1, G_2) &= \rho(A_1, A_2) \frac{\sqrt{D(A_1) \cdot D(A_2)}}{\sqrt{D(G_1) \cdot D(G_2)}} + \rho(B_1, B_2) \frac{\sqrt{D(B_1) \cdot D(B_2)}}{\sqrt{D(G_1) \cdot D(G_2)}} + \\ &\rho(C_1, C_2) \frac{\sqrt{D(C_1) \cdot D(C_2)}}{\sqrt{D(G_1) \cdot D(G_2)}} \end{aligned} \quad (4-28)$$

由于各变量间相互独立，因此

$$D(G) = D(A) + D(B) + D(C) \quad (4-29)$$

类比上述证明，因此功能函数 Z 在任意 t_1, t_2 时刻的自相关系数为：

$$\begin{aligned} \rho(Z_1, Z_2) &= \rho[\alpha(t_1)K_{p1}, \alpha(t_2)K_{p2}] \times \frac{\sqrt{D[\alpha(t_1)K_{p1}] \cdot D[\alpha(t_2)K_{p2}]}}{\sqrt{D(Z_1) \cdot D(Z_2)}} + \\ &\rho[\beta(t_1)f_{y1}, \beta(t_2)f_{y2}] \times \frac{\sqrt{D[\beta(t_1)f_{y1}] \cdot D[\beta(t_2)f_{y2}]}}{\sqrt{D(Z_1) \cdot D(Z_2)}} + \\ &\rho[\chi(t_1)A_{01}, \chi(t_2)A_{02}] \times \frac{\sqrt{D[\chi(t_1)A_{01}] \cdot D[\chi(t_2)A_{02}]}}{\sqrt{D(Z_1) \cdot D(Z_2)}} + \\ &\times \frac{\sqrt{D[S_{G1}] \cdot D[S_{G2}]}}{\sqrt{D(Z_1) \cdot D(Z_2)}} + \rho[S_{Q1}, S_{Q2}] \times \frac{\sqrt{D[S_{Q1}] \cdot D[S_{Q2}]}}{\sqrt{D(Z_1) \cdot D(Z_2)}} \end{aligned} \quad (4-30)$$

考虑到对于任意的随机过程 $R(t) = R_0\theta(t)$ ，在任意 t_i, t_j 时刻其相关系数有如下推断：

$$\rho[R(t_i), R(t_j)] = \frac{COV[R(t_i), R(t_j)]}{\sqrt{D[R(t_i)] \cdot D[R(t_j)]}} \quad (4-31)$$



$$\begin{aligned}
 &= \frac{E[R_0\theta(t_i) \cdot R_0\theta(t_j)] - E[R_0\theta(t_i)] \cdot E[R_0\theta(t_j)]}{\sqrt{D[R_0\theta(t_i)] \cdot D[R_0\theta(t_j)]}} \\
 &= \frac{\theta(t_i)\theta(t_j)E(R_0^2) - \theta(t_i)\theta(t_j)E^2(R_0)}{\theta(t_i)\theta(t_j) \cdot \sqrt{D(R_0) \cdot D(R_0)}} \quad (4-32) \\
 &= \frac{D(R_0)}{D(R_0)} \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

因此， $\rho[\alpha(t_1)K_{p1}, \alpha(t_2)K_{p2}]$ 、 $\rho[\beta(t_1)f_{y1}, \beta(t_2)f_{y2}]$ 、 $\rho[\chi(t_1)A_{01}, \chi(t_2)A_{02}]$ 均等于 1，而根据假定荷载效应在时段内完全相关，在时段间完全独立，所以 $\rho[S_{G1}, S_{G2}]$ 、 $\rho[S_{Q1}, S_{Q2}]$ 也均等于 1，于是

$$\begin{aligned}
 \rho(Z_1, Z_2) &= \frac{\sqrt{D[\alpha(t_1)K_{p1}] \cdot D[\alpha(t_2)K_{p2}]} + \sqrt{D[\beta(t_1)f_{y1}] \cdot D[\beta(t_2)f_{y2}]}}{\sqrt{D(Z_1) \cdot D(Z_2)}} + \\
 &\frac{\sqrt{D[\chi(t_1)A_{01}] \cdot D[\chi(t_2)A_{02}]} + \sqrt{D[S_{G1}] \cdot D[S_{G2}]} + \sqrt{D[S_{Q1}] \cdot D[S_{Q2}]}}{\sqrt{D(Z_1) \cdot D(Z_2)}} \quad (4-33)
 \end{aligned}$$

根据上式，编写相应的计算程序，即可计算得到 $Z(\tau_{3k})$ 在时段 $\tau_{2j}(\tau_{3k} \in \tau_{2j})$ 的 2×2 阶自相关系数矩阵，程序见附录 2。 β_1, ρ_1 均可按照上述讨论计算得到，因此各杆件在 $\tau_{2j}(j=1,2\dots 5)$ 的失效概率可由式(4-15)数值积分得到，再利用式(4-5)即可得到可靠指标，相应的数值积分程序见附录 3。

4.3.4 设计期限内可靠指标

与时段 $\tau_{2j}(j=1,2\dots 5)$ 可靠指标计算类似，设计使用期限 T 的失效概率由下式计算：

$$p'_f(T) = 1 - \Phi_5(\beta_2, \rho_2) \quad (4-34)$$

其中， β_2 为元素均为 $\beta_{2j}(j=1,2\dots 5)$ 的五维向量，数值已由上节得到； ρ_2 为功能函数为 $Z(\tau_{2j})$ 在期限 T 的 5×5 阶自相关系数矩阵，以下讨论 ρ_2 的计算方式。

由上节可知功能函数 Z 在任意 t_1, t_2 时刻的自相关系数为



$$\begin{aligned} \rho(Z_1, Z_2) = & \rho[\alpha(t_1)K_{p1}, \alpha(t_2)K_{p2}] \times \frac{\sqrt{D[\alpha(t_1)K_{p1}] \cdot D[\alpha(t_2)K_{p2}]}}{\sqrt{D(Z_1) \cdot D(Z_2)}} + \\ & \rho[\beta(t_1)f_{y1}, \beta(t_2)f_{y2}] \times \frac{\sqrt{D[\beta(t_1)f_{y1}] \cdot D[\beta(t_2)f_{y2}]}}{\sqrt{D(Z_1) \cdot D(Z_2)}} + \rho[\chi(t_1)A_{01}, \chi(t_2)A_{02}] \quad (4-35) \\ & \times \frac{\sqrt{D[\chi(t_1)A_{01}] \cdot D[\chi(t_2)A_{02}]}}{\sqrt{D(Z_1) \cdot D(Z_2)}} + \times \frac{\sqrt{D[S_{G1}] \cdot D[S_{G2}]}}{\sqrt{D(Z_1) \cdot D(Z_2)}} + \rho[S_{Q1}, S_{Q2}] \times \frac{\sqrt{D[S_{Q1}] \cdot D[S_{Q2}]}}{\sqrt{D(Z_1) \cdot D(Z_2)}} \end{aligned}$$

其中， $\rho[\alpha(t_1)K_{p1}, \alpha(t_2)K_{p2}]$ 、 $\rho[\beta(t_1)f_{y1}, \beta(t_2)f_{y2}]$ 、 $\rho[\chi(t_1)A_{01}, \chi(t_2)A_{02}]$ 均等于 1，而根据假定荷载效应在时段内完全相关，在时段间完全独立，在设计使用期限内，功能函数 $Z(\tau_{2j})$ 位于荷载效应 S_G 的相同时段，而位于荷载效应 S_Q 的不同时段，因此有

$\rho[S_{G1}, S_{G2}] = 1$ ， $\rho[S_{Q1}, S_{Q2}] = 0$ ，于是

$$\begin{aligned} \rho(Z_1, Z_2) = & \frac{\sqrt{D[\alpha(t_1)K_{p1}] \cdot D[\alpha(t_2)K_{p2}]}}{\sqrt{D(Z_1) \cdot D(Z_2)}} + \frac{\sqrt{D[\beta(t_1)f_{y1}] \cdot D[\beta(t_2)f_{y2}]}}{\sqrt{D(Z_1) \cdot D(Z_2)}} + \\ & \frac{\sqrt{D[\chi(t_1)A_{01}] \cdot D[\chi(t_2)A_{02}]}}{\sqrt{D(Z_1) \cdot D(Z_2)}} + \frac{\sqrt{D[S_{G1}] \cdot D[S_{G2}]}}{\sqrt{D(Z_1) \cdot D(Z_2)}} \quad (4-36) \end{aligned}$$

在计算 τ_{2j} ($j=1,2\dots5$) 时段间的相关系数矩阵式，以 τ_{3k} ($\tau_{3k} \in \tau_{2j}$) 参数的平均值作为输入参数，相应的计算程序见附录 4。以 Dd 杆为例，其相关系数矩阵如下表 4-1：

表 4-1 Dd 杆相关系数矩阵

时间段	τ_{21}	τ_{22}	τ_{23}	τ_{24}	τ_{25}
τ_{21}	1.0000	0.6133	0.6123	0.6114	0.6105
τ_{22}	0.6133	1.0000	0.6112	0.6103	0.6094
τ_{23}	0.6123	0.6112	1.0000	0.6094	0.6085
τ_{24}	0.6114	0.6103	0.6094	1.0000	0.6075
τ_{25}	0.6105	0.6094	0.6085	0.6075	1.0000

β_2, ρ_2 均可按照上述讨论计算得到，因此各杆件在使用期限内 T 的失效概率可由式



4-15 数值积分得到，再利用式 4-5 即可得到可靠指标，其中 $\bar{\rho}$ 应按 4-16 式计算，相应的程序见附录 5。各杆件在设计使用期限为 50 年的时变可靠度结果如下表 4-2 所示：

表 4-2 各杆件在设计期限为 50 年的时变可靠度

杆件	AB	BC	CD	DE	EF	bc	cd	de	ef	
β	11.75	11.23	9.16	7.82	7.70	9.14	6.15	4.40	3.42	
杆件	Bb	Cc	Dd	Ee	Ff	Ab	Bc	Cd	De	Ef
β	4.12	3.41	4.22	5.47	10.39	4.96	4.05	4.64	4.73	12.14

上述结果是按前述时段划分计算得到的，一般地，当时段划分的越小，数量越多，得到的结果越准确，但计算量和难度会成倍上升，因此采用合适的时段划分也是该方法的关键步骤之一。当结构设计期限不同时，时段的划分与数量均不同，结果也不相同，选取不同的设计期限分别计算，即可得到时变可靠度随时间的变化关系。

把时变可靠度结果与第三章结果进行对比（由于对称性只取结构左半部分），如图 4-4 所示：

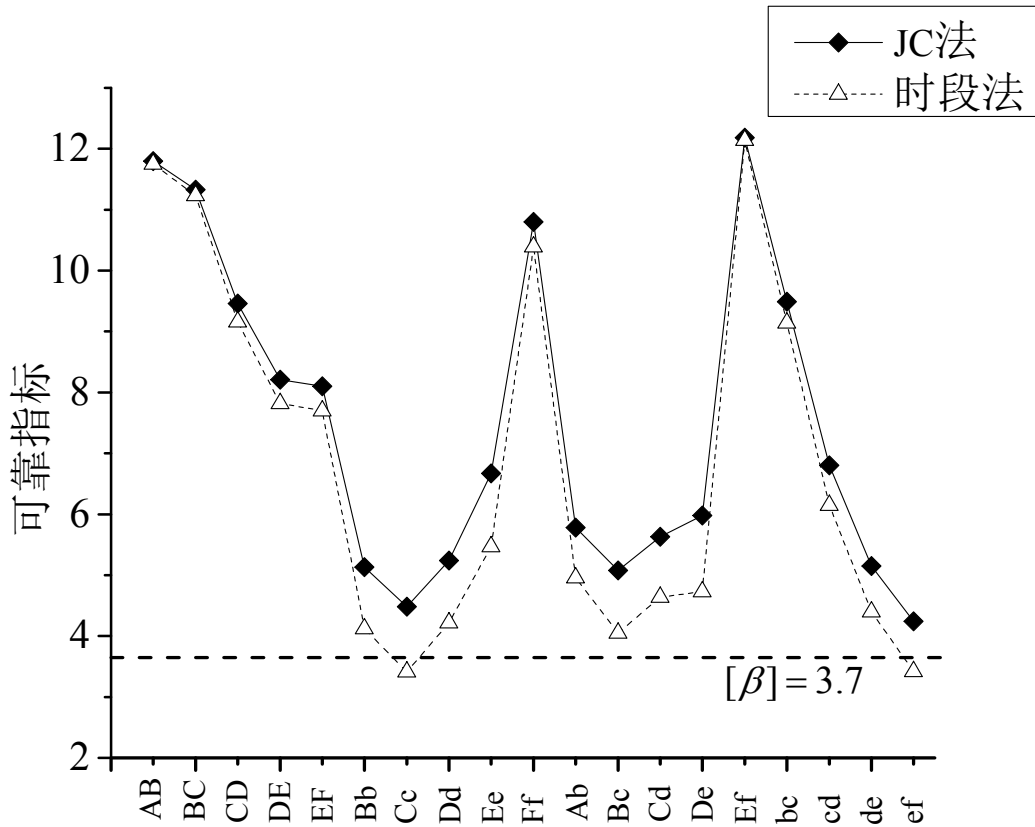




图 4-4JC 法与时段法结果对比

时变可靠度得到的结果反映的是结构在整个设计使用期限内的可靠度，较前文 JC 法计算得到时刻点处的可靠度而言，反应的信息更多。从图中可以看出，各杆件时变可靠度的值较 JC 法而言均有所下降，而且不同杆件的下降幅度不相同，对于 JC 法计算得到的可靠度较大的杆件，二者相差不大，而对于 JC 计算得到的可靠度较小的杆件，时变可靠度下降幅度较大。腹杆 Cc 的时变可靠度低于设计可靠度 $[\beta]=3.7$ ，刚好反应了第三章提到的腹杆 Cc 在大约 42 年其可靠度将低于设计可靠度，因此用时变可靠度来评价一些抗力具有较强时间变异性的结构是合适的，它现行可靠度更合理。

4.4 小结

本章介绍了时变可靠度基本概念，它是针对一些抗力具有较强的时间变异性的结构而发展起来的理论，其失效概率指的是结构在整个设计使用期限内的失效概率，某一时刻结构失效即代表结构在整个使用期限内的失效。时段分析方法能够较精确的计算分析结构在使用期限内的可靠度，其精确度取决于时段的划分。本章利用该方法计算了桁架各杆件在设计使用期限为 50 年的可靠度，并与 JC 法计算得到的结果进行了对比，结果表明用时变可靠度来评价该结构比现行的可靠度更合理适用。



第 5 章 钢桁架结构体系可靠度的计算

5.1 引言

前述第三章、第四章均考虑的是结构的子结构可靠度，然而结构整体的体系可靠度才具有实际的工程意义。结构由构件组成，构件的可靠度决定了结构整体的可靠度，因此用构件的可靠度去计算结构整体的可靠度是体系可靠度研究的主要内容。由于结构的复杂性，体系可靠度的精确求解十分复杂，难度较大，本章只介绍体系可靠度中一些基本概念，并用简单的界限法计算前述桁架的体系可靠度。

5.2 结构体系可靠度基本概念

5.2.1 结构的失效性质

结构由众多构件组成，而构件由于其组成材料结构形式的不同可以分为延性构件和脆性杆件，他们在不同程度上影响结构体系可靠度。

延性构件——构件失效后依旧能保持原有的承载力。例如钢桁架中的受拉杆件，即使达到了钢材的屈服极限，杆件依然能够保持原有的承载力而继续变形。

脆性构件——构件一旦失效将失去原有的承载力。例如混凝土构件一但出现受拉破坏，其承载力随即失去。

5.2.2 结构的失效模式

由于构件组成结构的形式不同，当其中的构件发生失效时，对结构整体的影响也不同，为了区分不同形式的失效，将构件的组成形式分为如下三种基本形式：串联模型，并联模型，混联模型。

1) 串联模型

串联模型是指当结构中某一构件发生失效后，结构随即失效。对于一般的静定桁架属于这一类性，其逻辑关系如图 5-1 所示

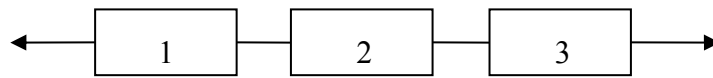


图 5-1 串联模型逻辑关系

对于这种失效模式而言，构件的失效性质即延性或脆性对结构的体系可靠度没有影响。

2) 并联模型

并联模型是指只有当结构中的所有杆件均发生失效后，结构整体才宣告失效。对于一般的超静定桁架可作并联模型考虑，其逻辑关系如图 5-2 所示

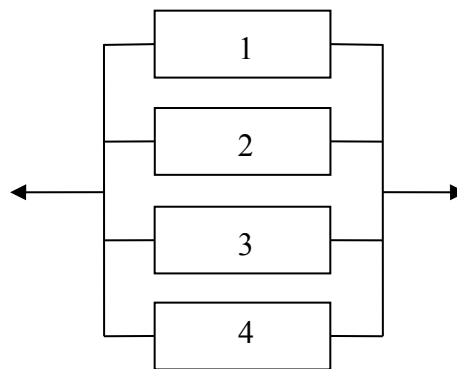


图 5-2 串联模型逻辑关系

对于这种失效模式而言，构件的失效性质会对结构的体系可靠度产生很大的影响。具体而言，对于脆性构件而言需要考虑构件失效的顺序，不同杆件的失效会导致结构内力的重新分布；而对于延性结构而言，由于构件失效其承载能力不会发生变化，因此只需要考虑结构最终的失效状态。

3) 混联模型

对于实际工程中的结构而言，不能简单地将其区分为串联或并联模型，往往结构的一部分可以用串联模型计算，而另一部分则为并联模型，对于这种结构形式我们称为混联模型。其逻辑关系如图 5-3 所示

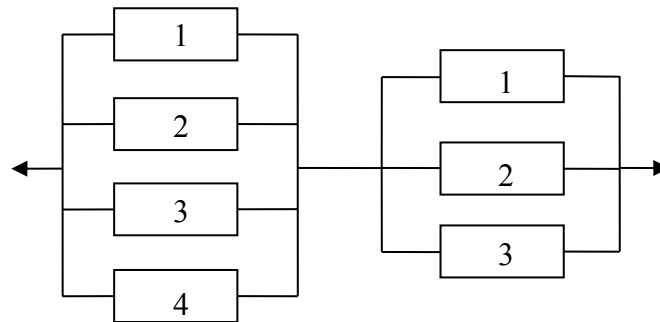


图 5-3 混联系统逻辑关系

由于这个模式中存在并联模型，因此构件的失效性质同样会影响到结构的可靠度。

5.2.3 结构失效模式的相关性

由于结构组成形式以及构件的多样化，同一构件最终的失效形态往往会存在多种。例如静定桁架，任意一根杆件的失效都将导致结构整体的失效。对于一般的工程结构而言，理论上其失效形态数量是无穷的，一般只考虑主要的失效形态。

影响结构可靠性最重要的两个因素便是结构抗力和荷载效应，而同一结构中同一种荷载效应往往来自同一荷载，因此不同构件可靠性分析中其荷载效应具有很强的相关性；另外，结构中许多材料通常都是来自统一生产厂家，甚至同一批产量，因此不同构件的抗力也具有相关性。可见，同一结构的不同失效形态之间具有相关性，由于相关性的存在导致结构体系可靠度的求解相当困难，同时寻找主要的失效形态也是目前面临的问题之一。

5.3 串并联体系的区间可靠度

对于一些简单的失效模式，1967年 Cornell^[26]提出了宽界限公式，该公式只考虑了单个失效模式的概率而没有考虑其相关性，上下界限较宽，一般只作为粗略估计。记第 i 个构件正常工作为 X_i ，失效状态记为 \bar{X}_i ，第 i 个构件的失效概率记为 p_{fi} ，结构整体失效的概率记为 p_f ，类似的定义结构体系可靠指标 β_T

$$\beta_T = -\Phi^{-1}(p_f) \tag{5-1}$$

1 串联模型



假设一个串联模型中有 m 个构件，当各构件失效状态完全独立的时

$$p_f = 1 - P\left(\prod_{i=1}^m X_i\right) = 1 - \prod_{i=1}^m (1 - p_{fi}) \quad (5-2)$$

若各构件失效状态完全相关时

$$p_f = 1 - \min P(X_i) = \max p_{fi} \quad (5-3)$$

一般情形下，实际结构中构件失效状态处于完全独立和完全相关之间

$$\max p_{fi} \leq p_f \leq 1 - \prod_{i=1}^m (1 - p_{fi}) \quad (5-4)$$

因此对于串联模型来讲，结构体系的可靠度小于构件的可靠度。

2 并联模型

假设一个并联模型中有 m 个构件，当各构件失效状态完全独立的时

$$p_f = P\left(\prod_{i=1}^m \bar{X}_i\right) = \prod_{i=1}^m p_{fi} \quad (5-5)$$

若各构件失效状态完全相关时

$$p_f = P(\min \bar{X}_i) = \min p_{fi} \quad (5-6)$$

因此对于一般情况

$$\prod_{i=1}^m p_{fi} \leq p_f \leq \min p_{fi} \quad (5-7)$$

因此对于并联模型来讲，结构体系的可靠度一般大于构件的可靠度。

5.4 桁架结构的体系可靠度计算

前文已计算得到桁架各杆件在设计使用期限为 50 年的时变可靠度以及 JC 法结果，考虑到此实际工程为静定钢桁架，其包含了 37 根杆件（由于对称性只计算了一半杆件的可靠度），其失效模式为典型的串联模型。

若假设各杆件失效状态完全相关时，根据式（5-3），结构体系可靠度

$$\text{JC} \quad \beta_T = \min \beta_i = 4.24 \quad (5-8)$$



$$\text{时变} \quad \beta_T = \min \beta_i = 3.42 \quad (5-9)$$

若假设各杆件失效状态完全独立时，根据式 5-2，结构体系可靠度

$$\text{JC} \quad \beta_T = -\Phi^{-1}\left\{-\left[1 - \prod(1 - p_{fi})\right]\right\} = 4.01 \quad (5-10)$$

$$\text{时变} \quad \beta_T = -\Phi^{-1}\left\{-\left[1 - \prod(1 - p_{fi})\right]\right\} = 2.99 \quad (5-11)$$

因此结构体系可靠度界限为

$$\text{JC} \quad 4.01 \leq \beta_T \leq 4.24 \quad (5-12)$$

$$\text{时变} \quad 2.99 \leq \beta_T \leq 3.42 \quad (5-13)$$

上述结果表明由时变可靠度计算方法得到的体系可靠度已经小于结构设计可靠度，而 JC 计算结果表明结构整体仍满足设计要求，因此用现行的可靠度方法评价抗力具有较强的变异性的结构是不安全的。

若视整个屋盖系统为大结构，而以各榀桁架作为构件，以同样的方法能求出整个屋盖体系的可靠度，只是其失效模式和相关性远远比单榀桁架复杂。

5.5 小结

工程结构的可靠度较构件的可靠度更具有工程意义，本章介绍了体系可靠度中基本概念以及用构件可靠度估计体系可靠度的简单界限法，由于该方式只考虑单个失效形式的失效概率，而不考虑不同失效形式间的相关性，并且得到的界限的宽度较大，只能用于粗略的体系可靠度估计。



结论与展望

结构可靠性对结构设计方面有鲜明的指导意义，设定合适的目标可靠指标，能够使结构在保障安全性的同时又兼顾经济性。早在半个世纪以前，人们就开始了结构的可靠性研究，经过大量的研究工作，工程结构的可靠性理论得到了很大的发展，并开始应用于不同的专业领域。

本文的主要研究工作如下：

1.以实际工程结构中一榀钢桁架为例，采用钢材大气腐蚀模型中的幂函数模型，建立了抗力随时间衰减的随机过程模型。运用 JC 法计算了其在设计使用期限内不同时刻处的可靠度，其变化趋势吻合钢材在大气腐蚀中的规律。

2.利用时段分析的方法，计算了结构在设计使用期限内的失效概率，该失效概率与传统的定义不同，它更为准确的揭示了抗力在使用期限内的衰减对结构可靠性的影响。一般而言，结构的设计使用期限越长，其失效概率越大。

3.利用简单的界限法计算了结构的体系可靠度。结果表明：对于该静定桁架，可靠性越低的杆件对整个结构可靠性的影响程度就越大。由于设计美观以及构造的原因，结构中不同杆件的可靠性差别较大，而可靠性低的杆件往往成为关键构件，决定了结构的可靠指标的大致范围。

实际上，时段分析法中还存在许多的问题，例如该方法的精度取决如时段的划分，划分的时段越多，结果精度越高，但是计算量与难度越大；整个计算过程中涉及到多维正态分布的估算；计算相关系数矩阵时采用线性化的功能函数。上述问题均会使结果出现较大的误差，如何消除该方法中的大量假定也是一个棘手的问题。体系可靠度理论中如何准确全面的找出主要的失效形式，以及考虑多个失效形式相关性的可靠度计算也是众多学者面临的问题。

总之，随着人们对可靠性理论的理解越来越深刻，数学技术与信息电子技术的不断发展，相信这一领域将不断发展，取得更多的研究成果。



附录

附录 1 JC 法可靠度计算程序

```
function [ B, C ] = beta( a )
% JC法计算不同时刻t处结构可靠度
% 输入参数a: 各个变量的均值、标准差、杆件的角钢宽度、稳定系数
% 输出参数B: 不同时刻t处的结构可靠度
% 输出参数C: 验算点坐标、当量化变量的均值、标准差
B = 1:1:11;
C = ones(15,11);
u = a(1:5); sigm = a(6:10);
l = a(11); w = a(12);
ux = u;
lx = l; wx = w;
normx = eps;
i=1;
while i<12;
while abs(norm(ux) - normx) /normx >1e-7
normx = norm(ux);
t = 5*(i-1);
z = ux(1)*ux(2)*wx*(ux(3) - 0.24*lx*t^0.7) - ux(4) - ux(5);%功能函数
ag = [ux(2)*wx*(ux(3) - 0.24*lx*t^0.7); ux(1)*wx*(ux(3) - ...
0.24*lx*t^0.7); ux(1)*ux(2)*wx; -1 ;-1 ];%偏导数
cdfx = [normcdf(ux(1),u(1),sigm(1)); normcdf(ux(2),u(2),sigm(2));...
normcdf(ux(3),u(3),sigm(3)); normcdf(ux(4),u(4),sigm(4)); ...
evcdf(ux(5),u(5),sigm(5))];
pdfx = [normpdf(ux(1),u(1),sigm(1)); normpdf(ux(2),u(2),sigm(2));...
normpdf(ux(3),u(3),sigm(3)); normpdf(ux(4),u(4),sigm(4)); ...
evpdf(ux(5),u(5),sigm(5))];
nc = norminv(cdfx);
sigmx1 = normpdf(nc)./pdfx;
ux1 = ux - nc.*sigmx1;
gs = ag.* sigmx1;
alphax = gs/norm(gs);%灵敏度系数
ba = (z + ag'* (ux1 - ux)) /norm(gs);
ux = ux1 - ba* sigmx1.* alphax;
end
B(i) = ba;
```



```
C(:,i) = [ux;ux1;sigmx1];  
i = i+1;  
ux = u;  
end  
end
```

附录 2 自相关系数矩阵计算函数

```
function [ A ] = XGXS1( a,b )  
% 自相关系数矩阵计算函数  
% 输入参数a: 【验算点、均值、方差】  
% 输入参数b: 【角钢宽度L、稳定系数w】  
x = a;  
y = b;  
A = ones(1,5);  
i=1;  
while i<10  
    t=i*5;  
    c1 = x(2,i)*y(2)*(x(3,i) - 0.32*y(1)*t^0.7);  
    c2 = x(2,i+1)*y(2)*(x(3,i+1) - 0.32*y(1)*(t+5)^0.7);  
    d1 = x(1,i)*y(2)*(x(3,i) - 0.32*y(1)*t^0.7);  
    d2 = x(1,i+1)*y(2)*(x(3,i+1) - 0.32*y(1)*(t+5)^0.7);  
    e1 = x(1,i)*x(2,i)*y(2);  
    e2 = x(1,i+1)*x(2,i+1)*y(2);  
    z1 = c1^2*x(11,i)^2 + d1^2*x(12,i)^2 + e1^2*x(13,i)^2+...  
        x(14,i)^2 + x(15,i)^2;  
    z2 = c2^2*x(11,i+1)^2 + d2^2*x(12,i+1)^2 + e2^2*x(13,i+1)^2+...  
        x(14,i+1)^2 + x(15,i+1)^2;  
    f = c1*c2*( x(11,i)^2 * x(11,i+1)^2 )^0.5;  
    g = d1*d2*( x(12,i)^2 * x(12,i+1)^2 )^0.5;  
    h = e1*e2*( x(13,i)^2 * x(13,i+1)^2 )^0.5;  
    k = x(14,i)*x(14,i+1);  
    l = x(15,i)*x(15,i+1);  
    s = (f + g + h + k + l)/((z1*z2)^0.5);  
    A((i+1)/2) = s;  
    i = i+2;  
end  
end
```

附录 3 可靠指标计算函数

```
function [ B ] = T2XG2( b,f )  
% 可靠指标计算函数  
% 输入参数b: 可靠指标向量
```



```
% 输入参数f: 相关系数
b1 = b(1);
b2 = b(2);
p = f;
fun = @(t)1/(2*pi)^0.5*exp(-t.^2/2).*...
      (normcdf((b1 - p^0.5*t)/(1 - p)^0.5)).*...
      (normcdf((b2 - p^0.5*t)/(1 - p)^0.5));
d = integral(fun,-inf,inf);
B = norminv(d);
end
```

附录 4 相关系数矩阵函数

```
function [ A ] = XGXS2( a,b )
% 相关系数矩阵函数
% 输入参数a: 【验算点、均值、方差】
% 输入参数b: 【角钢宽度、稳定系数】
x = a;
y = b;
A = ones(5,5);
i=1;j=1;
while i<6
    while j<6
        c1 = x(2,i)*y(2)*(x(3,i) - 0.32*y(1)*(i*5)^0.7);
        c2 = x(2,j)*y(2)*(x(3,j) - 0.32*y(1)*(j*5)^0.7);
        d1 = x(1,i)*y(2)*(x(3,i) - 0.32*y(1)*(i*5)^0.7);
        d2 = x(1,j)*y(2)*(x(3,j) - 0.32*y(1)*(j*5)^0.7);
        e1 = x(1,i)*x(2,i)*y(2);
        e2 = x(1,j)*x(2,j)*y(2);
        z1 = c1^2*x(11,i)^2 + d1^2*x(12,i)^2 + e1^2*x(13,i)^2+...
            x(14,i)^2 + x(15,i)^2;
        z2 = c2^2*x(11,j)^2 + d2^2*x(12,j)^2 + e2^2*x(13,j)^2+...
            x(14,j)^2 + x(15,j)^2;
        f = c1*c2*( x(11,i)^2 * x(11,j)^2 )^0.5;
        g = d1*d2*( x(12,i)^2 * x(12,j)^2 )^0.5;
        h = e1*e2*( x(13,i)^2 * x(13,j)^2 )^0.5;
        k = x(14,i)*x(14,j);
        s = (f + g + h + k )/((z1*z2)^0.5);
        A(i,j) = s;
    if i==j
        A(i,j) = 1;
    end
end
```




```
j = j + 1;  
end  
i = i + 1;  
j = 1;
```

```
end
```

```
end
```

附录 5 设计期限内可靠度计算函数

```
function [ B ] = T2XG1( b, f )  
% 设计期限内可靠度计算函数  
% 输入参数b: 可靠度向量  
% 输入参数f: 相关系数矩阵平均值  
b1 = b(1);  
b2 = b(2);  
b3 = b(3);  
b4 = b(4);  
b5 = b(5);  
p = f;  
fun = @(t) 1/(2*pi)^0.5*exp(-t.^2/2).*...  
    (normcdf((b1 - p^0.5*t)/(1 - p)^0.5)).*...  
    (normcdf((b2 - p^0.5*t)/(1 - p)^0.5)).*...  
    (normcdf((b3 - p^0.5*t)/(1 - p)^0.5)).*...  
    (normcdf((b4 - p^0.5*t)/(1 - p)^0.5)).*...  
    (normcdf((b5 - p^0.5*t)/(1 - p)^0.5));  
d = integral(fun,-inf,inf);  
B = norminv(d);  
end
```



致 谢

时光冉冉，韶华易逝，再回首，大学已挥手告别。猛然间，感慨不已，往事历历在目，或风华正茂，或抑郁消沉，或淡若止水，或激扬澎湃，而如今皆成财富。本次的论文，也为我的大学生涯画上了句号。在论文的写作过程中遇到了许多困难，得到了许多的帮助，也吸取了很多教训。

在本次论文完成过程中，感谢周云老师，给了我学习的机会，周云老师从选题指导、论文框架到细节修改，都给予了细致的指导，提出了很多宝贵的意见与建议。在学习中，周云老师严谨的治学态度、丰富渊博的知识、敏锐的学术思维、精益求精的工作态度以及诲人不倦的师者风范是我终生学习的楷模。

感谢所有在论文写作中与我积极讨论的同仁们，感谢你们的思维火花，给我提供了莫大的帮助。

感谢师兄姐们在论文写作中给予的意见和建议，感谢所有的师兄姐在学业和生活中给予的关心、支持和帮助。

感谢大学四年所有授我以业的老师和热情帮助我的同学，没有这些年知识的积淀，没有你们的支持，我不会有这么大的动力和信心完成这篇论文。

胡翔

2015年6月

湖南大学



参考文献

- [1] GB 50153-2008, 工程结构可靠性设计统一标准[S].
- [2] 侯兆欣. 大力推广应用钢结构新技术[J]. 施工技术,2000,08:7-8.
- [3] Freudenthal A M. The safety of structures[J]. Transactions of the American Society of Civil Engineers, 1947, 112(1): 125-159.
- [4] Cornell C A. Structural safety specifications based on second-moment reliability analysis[M]. 1969.
- [5] Lind N C. Consistent partial safety factors[J]. Journal of the Structural Division, 1971, 97(6): 1651-1669.
- [6] 赵国藩. 工程结构可靠性理论与应用[M].大连: 大连理工大学出版社, 1996.
- [7] Rackwitz R, Flessler B. Structural reliability under combined random load sequences[J]. Computers & Structures, 1978, 9(5): 489-494.
- [8] 唐其环. 低合金钢大气腐蚀数据拟合及预测——GM（11）模型与回归模型的对比分析[J]. 腐蚀科学与防护技术,1995,03:210-213.
- [9] 马小彦,屈祖玉,李长荣. BP 神经网络在碳钢及低合金钢大气腐蚀预测中的应用[J]. 腐蚀科学与防护技术,2002,01:52-54.
- [10] Mendoza A R, Corvo F. Outdoor and indoor atmospheric corrosion of carbon steel[J]. Corrosion science, 1999, 41(1): 75-86.
- [11] 王景茹,张峥,朱立群,钟群鹏. 碳钢、低合金钢大气腐蚀数学模型研究[J]. 航空材料学报,2004,01:41-46.
- [12] 梁彩凤, 侯文泰. 碳钢, 低合金钢 16 年大气暴露腐蚀研究[J]. 中国腐蚀与防护学报, 2005, 25(1): 1-6.
- [13] 梁彩凤, 侯文泰. 碳钢及低合金钢 8 年大气暴露腐蚀研究[J]. 1995.
- [14] 梁彩凤,侯文泰. 钢的大气腐蚀预测[J]. 中国腐蚀与防护学报,2006,03:3129-3135.



-
- [15] 胡鸣. 结构可靠度计算方法研究[D].华南理工大学,2010.
- [16] 梁兴文. 混凝土结构设计[M]. 高等教育出版社, 2007.
- [17] 贡金鑫, 魏巍巍. 工程结构可靠性设计原理[M]. 机械工业出版社, 2007.
- [18] GB 50009-2012, 建筑结构荷载规范[S].
- [19] 李国强, 黄宏伟, 郑步全. 工程结构荷载与可靠度设计原理[M]. 中国建筑工业出版社, 1999.
- [20] 陈露, 李宁, 徐善华, 孔正义. 锈蚀钢材力学性能退化规律试验研究[J]. 工业建筑, 2011, S1: 652-654+631.
- [21] Nowak A S, Collins K R. Reliability of structures[M]. CRC Press, 2012.
- [22] 姚继涛. 结构可靠度的时段分析方法[J]. 土木工程学报, 2005, 07: 1-5.
- [23] 左勇志, 刘西拉. 结构动态可靠性的全随机过程模型[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2004, 03: 395-397+405.
- [24] 贡金鑫, 赵国藩. 考虑抗力随时间变化的结构可靠度分析[J]. 建筑结构学报, 1998, 05: 43-51.
- [25] Palle T C, Yoshisada M. Application of structural systems reliability theory[M]. Springer, New York, 1986.
- [26] Cornell C A. Bounds on the reliability of structural systems[J]. J. struct. div., ASCE, 1967, 93(1): 171-200.